هو

کفایة الحساب



مشتمل بر اصول و فروع علم حساب

از تألیفات عالیجاه مقرب الخاقان میرزا عبد الغفار

نجم الملک منجم باشی خاص

دیوان اعلی و مهندس

و معلم کل علوم ریاضی

و مترجم لغت فرانسه و انگلیسی

در مدرسه مبارکه دار الفنون

طهران

سنه ۱۲۹۱

بسم الله الرحمن الرحیم

الحمد لله رب العالمین و الصلوة و السلام علی محمد و آله اجمعین

و بعد مخفی نماند که چون در این عصر جمیع امور دولتی از نظام و قورخانه
و توپخانه و غیره و ملتی از تجارت و صناعت و زراعت منوط بعلم گردیده و در دول
خارجه از ممالک اروپا و غیره چندین قرن صد ساله است که برای ترقی دولت و ملت
و انتشار علوم مدارس عدیده برپا ساخته اند و همواره از جمیع طبقات ناس در آنجا مشغول
بتحصیل و تربیت میباشند و برای جمیع حرف حتی نجاری و آشپزی علوم و کتب
ترتیب داده اند و تا شخص در مدرسه تحصیل علم متعلق بفن خویش را ننماید اعتبار
بهیچ عمل او نیست

و در مملکت ما تا قبل از این دولت ابد مدت رسم نبود که صاحب منصب با علم باشد
و اکنون بسیاری گمان میکنند که تنها کمال تحصیلی ایشان (انواع) مشق است مثل مشق پا و مشق
دسته و مشق فوج و مشق تفنگ و مشق قداره و مشق توپ و حال آنکه اینها

پست‌ترین مراتب تکلیف صاحب منصب است و تمام اینها را باید در کمال احسنه
تحصیل آموخت و عمده تحصیل علوم است مثلا اگر صاحب منصب علم جغرافیا نداند چگونه از احوال
ملک خود و ملک همسایه آگاه میشود و قبل از وقوع جنگ از احوال دشت و کوه و
رود و آبادیها چه اطلاع دارد و اگر علم تدابیر جنگ و قانون حرکت دادن سپاه
نداند چگونه میتواند از این ناهمواریهای زمین فایده برگیرد و آنها را اسباب فتح
و غلبه خود نماید و اگر علم نقشه کشی نداند چگونه میتواند تفصیل عرض راهها و طرح اردوی
خود و اردوی دشمن و مواضع مفتوحه را الصور کند و نماید و اگر علم قلعه‌سازی
و محاصره و مدافعه و نقابی و راه‌سازی و پل‌سازی و آتش‌بازی نداند چگونه میتواند سنگر
جنگ مناسب هر مکان طرح کند و انواع ملاد را در حصار بندد و با عدد قلیلی از سپاه
در قلعه محصوره مقابل دشمن کثیر زیست کند و به بعضی تدابیر آتش در روی دشمن افکند
و از جنگل و رودخانه و مرداب و کوه بگذرد و اگر علم توپخانه و قورخانه و جر اثقال
نداند چگونه مقام استعمال هر یک از اسلحه آتشی و فواید آنها و قاعده حمل و نقل آنها را
در دشت و کوه ... و امثال آنها
و همچنین در سایر فنون مثل معماری کسی گمان میکند که آن از علمی است و شخص معمار
تا محاسب نباشد چگونه میتواند از روی دقت حساب برآورد و بازدید نماید و تا مهندس
نباشد چگونه میتواند وضع عمارتی را که مشتمل باشد بر چندین طبقه و بر چندین باب طرح کند
و تا قوت و طاقت زیست مصالح بنائی را نداند چگونه میداند که برای هر عمارت پایه
تا چند ذرع باید در زمین فرو رود و ثخن هر دیوار و ارتفاعش و نوع مصالحش و ترکیب
سقفش چه باشد تا بتواند مدتی بر سر پا بماند و تا علم جر اثقال نداند چگونه میتواند
بتوسط آلات مختصره و قوت ضعیف و عدد قلیلی از عمله سنگها و ستونها و حمالها و بار

اسباب و لوازم عمارت را تا ارتفاعی از کف زمین بلند کند و از بابت نقص
در این علوم است که بیشتر عمارات و ابنیه ما را استحکامی نیست و در اندک مدت زود
منهدم میشوند و خسارت کلی بشخص بانی وارد می آورند

و همچنین در نقاشی تا شخص نقاش مهندس نباشد چگونه میتواند اجزا را به نسبت تصویر کند
و تا علم مناظر نداند چگونه میتواند شرط دورنما و سایه و روشن را درست منظور دارد
و از بابت جهل است که گاه در نقاشی ما ایرانیان بلبل را از درختی که بر شاخ آن نشسته
بزرگتر نقش کنند و مشهاالیه دیوار را که از منظر دورتر افتاده فاصله اش را از زمین بیشتر
قرار میدهند

و همچنین در ممیزی تا شخص مهندس نباشد چگونه میتواند اراضی و املاک را بدقت مساحت
کند و مالیات و عوارض و بیگره را به نسبت بر آنها قسمت کند و میزان و مقیاسی برای
تقدیر حق اصل ارضی بدست آورد

و در اجرای قنوات و انهار تا شخص مهندس نباشد چگونه میتواند قبل از شروع
بعمل یقین کند که آب بفلان موضع مقصود خوب می نشیند و در اینصورت چگونه
میتوان اقصر فاصله ممکنه را بدست آورد و خاکریزی و خاک برداری بیهوده و عبث
نمود و سر نقطه را باندازه مناسب حفر کرد یا بلند نمود و مایه خسارت کلی نگشت

و در راه سازی و پل سازی تا شخص مهندس نباشد چگونه میتواند با رعایت صرفه خود
در مخارج طریق محکمی سازد که همه روزه تعمیر نخواهد و در فصول خشکی و بارندگی
بسهولت و آسانی بتوان عبور نمود بی آنکه اسباب خستگی مالهای بارکش شود
و بر رودهای خشک و نهرهای جاری پلهای محکم عریض چشمه و پلهای معلق عاریه از بنای عادیه یا آهنین بنا بکند
و همچنین در حرف و صنایع اکنون میتوان بتوسط قوت بخار و آلات جر اثقال

صفحات

باب هفتم در استخراج اضلاع اول

باب هشتم در اصول قواعد علم حساب در مسائل کلیه

ضمیمه

باب نهم در استعمال جداول لگاریتم

فهرست مطالب ضمیمه

یکروز در کارخانه عملی را بانجام رسانید که در صورت عدم آنها بایستی در چند روز کار و
چندین نفر عمله مشغول شوند و عاقبت بآن خوبی نشود و در این مقام بیش از این اشارات
مناسب نیست چنانچه بنای تفصیل باشد از این مقوله امثال بی شمار ذکر توان نمود
پس بالجمله محض ترقی دولت و تربیت ملت خسرو انجم حشم و مالک رقاب امم وارث ملک
عجم و دارای تاج و تخت کسری و جم سلطان السلاطین و خاقان الخواقین السلطان
ناصرالدین شاه قاجار خلدالله ملکه و سلطانه مدرسه مبارکه دارالفنون را بنا نهادند
تا جمیع علوم و فنون لطائف نظامی در آنجا تحصیل شود و پس از این بدون لیاقت شخصی و استحقاق
علمی احدی دارای منصب نشود و ابتدا برای تعلیم آن علوم معلمین چند از خارج طلبیدند
که نه ایشان زبان فارسی میدانستند و نه متعلمین لغت آنها مانوس بودند و مترجمین خارج
از علم بودند و پیش بردن از اطلاع قواعد و رسوم لهذا تحصیل باکمال بطو حاصل میشد
و علمی که باید در شش ماه آموخته شود دو سال بطول می انجامید و در مدت ده سال
نه چندان علومی رواج یافت و نه کتب با معنی شایع گشت آنوقت خاطر خطیر شاهنشاه
روحنا فداه و رای جهان آرا بر این قرار گرفت که کفایت این امر مهم در عهده شخصی
کافی گذارده شود که خود ارباب علم و هنر باشد و با اصابت تدبیر و اضائت ضمیر و
کیاست عقل و فراست خاطر پس تنظیم امور کلیه آنرا بنواب اشرف والا
اعتضادالسلطنه وزیر علوم علیقلی میرزا مفوض فرمودند و نواب معظم الیه چون
از حالات و مقامات اجزای دولتیه بکمال اطلاع را داشتند هر کس را در خور
لیاقت و قابلیت خویش منصب و خدمتی سپردند چنانچه ریاست کل را با مصاحبی
اولیای دولت ابد مدت در عهده مقرب الخاقان جعفرقلیخان که از تربیت یافتگان
این بنای عالی اند و در علوم مهندسی و فنون طبیعی مثل عکاسی و غیره و در زبان فرانسه

مهارت تمام دارند و از قواعد تنظیم مدرسه و رسوم ترتیب و اخذ و خارجه که تکلیف تحقیق
ایشان است بر حد کمال مستحضر نهادند
و این بنده جانی ابن الفاضل الکامل علیمحمد عبدالغفار اصفهانی را که از تربیت با شفقت
نواب مستطاب ایشان است بمنصب معلمی کل علوم ریاضی و غالب فنون نظامی و عینه
مفتخر ساختند پس اکنون که اوایل سال ۱۲۸۸ هجری است و مبداش مطابق با سال
۷۹۳ جلالی قریب دوازده سال باشد از قبل از سن بیست سالگی باین خدمت اشتغال
دارد در مدرسه تدریس در تمام این مدت خارجی بوده نه سطحی و چون متعلمین میبایست در اثناء
مطالب تحصیلیه خود بیشتر حاضر میباشند از ایشان را کتبی مؤلفه لازم بود که وقت
ضرورت بآنها رجوع نمایند و تا آنوقت در مدرسه از هر علم کتابی موجود نبود
و آنچه از ترجمه مقدمات در دست داشتند خالی از نقص نبود چنانچه علم حساب اکثر
اصولش محذوف بود و فروعش غیر مبسوط و یا با علمی دیگر مثل جبر و مقابله مخلوط و
مغشوش بود و عباراتش غیر مانوس و مرکب از لغات و اصطلاحات خارجه
کتبی هم که از متقدمین در دست داریم خالی از غش نیست عیب کلی همه این است که
اصول و فروع و علوم مختلفه با یکدیگر مخلوط میباشند مثل کتاب خلاصة الحساب شیخ
اعلی الله مقامه که بعنوان حساب است ولی با آن اختصار مشتمل است بر علوم حساب و مساحت
و تسویه و جبر و مقابله و در عمل ضرب که از اصول اعمال حساب است چندین قاعده
بیفایده ذکر شده و همچنین مفتاح الحساب و عیون الحساب و تحریر اقلیدس و کتب
متوسطات که فروعشان از اصول گذشته
شرایط کتاب تحصیلی این است که نه چنین باشد در هر علم باید اصول را از فروع جدا ساخت
و علوم را از همدیگر ممتاز نمود بخصوص در این عصر که نزدیک بدرجه کمال رسیده‌اند

و آنچه اصول باشد بیشتر قاعده آنست که متعلم را بیاموزند و بمراتب ترقی برسانند
ولی فروع را باید گذاشت تا خود متعلم متدرجا در حل مسائل و بمرور کتب دریافت کند
و در زمان تحصیل باشتغال آنها تضییع عمر نکند چنانچه بتجربه معلوم شده که هرگاه مدت
تحصیل علوم متعدد فنی مثلاً مهندسی بخیال باشد بعد از آنکه مشغول شده بده سال کشد
و اکنون در مدرسه قانونی وضع شده که چون شاگرد وارد آنجا شد مشروط بر آنکه
صاحب خط رسمی و سواد فارسی و مقدمات عربی باشد و مدت هفت هشت سال
تحصیل کند بعد از خروج از مدرسه قابل رجوع جمیع خدمات متعلقه بفن تحصیلی خود باشد
از اینقرار که مدت دو سه سال جمیع متعلمین بمدرسه مشترکا و بدون استثنا علوم مقدمه
ذیل را تحصیل می کنند

علم حساب — اصول هندسه — مثلثات مستقیمة الخطوط
جبر و مقابله تا آخر درجه دوم — علم تسطیح خطوط و سطوح و اجسام بر دو سطح قائم
علم مخروطات — علم هیئت جدید عالم — جر اثقال — جغرافیا
علم فزیک که نوعی از طبیعی باشد — علم شیمی — علم موالید ثلاثه
زبان فرانسه یا روسی یا انگلیسی — تاریخ عمومی ممالک — مشق نقاشی

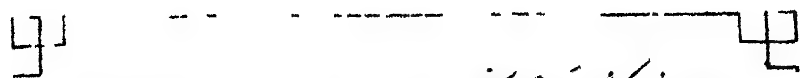
و بعد از انقضای این مدت و امتحانات مختلفه که در آن عرض مدت میشود قوت
فهم و درجه شوق و ذوقش در هر علم بدست می آید آنوقت لایق هر فن باشد
پنج شش سال دیگر مشغول تحصیل علوم متعلقه بآن میشود مثلاً علومی که بعد از دو سال
مقدمه متعلمین مهندسه نظامی تحصیل میکنند از اینقرار است

علم مثلثات کروی — جبر و مقابله بعد از درجه دوم تا آخر — علم تسطیح بر دو سطح
قائم بعد از باب خطوط مستقیمه و سطوح مستویه — علم تصویر مرتبه دار

علم دعا

علم و عمل برداشتن نقشه ولایات   علم مساحت ابعاد زمین   تتمه علم جراثقال
علم مناظر و قواعد متعلقه به مجاری و مجاری   علم ترکیب و تبدیل حرکات
علم مقاومت و زینت مصالح بنائی   علم معماری   راه سازی و پل سازی
علم قلعه سازی فوری و دائمی   علم محاصره و مدافعه   علم نقابی و فکاری
علم حفاری   ساختن پلهای جنگی   تاریخ جنگ   طرح قلعه   حیل و تهیه جنگی
علم و قواعد حرکت سپاه   طرح بناهای نظامی   ورزش نظامی
اقسام طراحی و رنگ آمیزی   آتش بازی جنگی   بعضی صنایع نظامی
ساختن سبب های نظامی
و حقیر برای تفهیم مراتب تحصیل هر علم که درس گفت کتابی در آن تألیف کرد
در علم حساب دو کتاب   در اصول هندسه کتاب   در مثلثات مستقیمه الخطوط
کتاب   در اصول جبر و مقابله تا آخر درجه دوم کتاب   در علم نقشه کشی و مساحت
اراضی و تسویه رسم سطح کتاب   در قلعه سازی ابدی و فوری و محاصره
و مدافعه کتاب   در علم جغرافی طبقات پنج کانه عالم کتاب   در علم نقشه
کشی صنعتی کتاب   در علم رنگ آمیزی و ساختن الوانی که در نقشه کشی بکار آید
کتاب   در علم تدابیر جنگی رساله   در علم تسطیح اجزای قلعه نظامی رساله
و ضمنا چند کتاب خارج تحصیل نیز تصنیف نمود   در علم هیئات عالم بعقیده
متأخرین دو مجلد   در قاعده کشیدن نقشهای جغرافی کتاب   در حل مالایحل
از مسائل متقدمین رساله   در تشخیص نفوس دارالخلافه در سال ۱۲۸۴ رساله
در مساحت املاک و عمارات اطراف شهر قدیم دارالخلافه طهران آنچه داخل شهر
جدید شده رساله با نقشه کل آن اراضی   در تعیین ابعاد ما بین بلاد مملکت افی

مملکت ایران رساله و چند کتاب هم از لغت فرانسه ترجمه نموده از جمله در علم تعدیل
قوی که شعبه اصلی جر اثقال باشد و مشتمل بر خواص قوی و شرح آلات مفرده از قبیل
پیچ و غیره و اجسام و میزان و قپان و غیره از تصنیفات پوانسو کتاب
و در علم تسطیح تصویری اجسام بر دو سطح قائم از تصنیفات لوفیورد و فورسی کتاب
از جمله کتب تحصیلیه این کتاب حساب است که در سال ۱۲۸۱ هجری تالیف نموده
تاکنون چند دوره درس گفته و آنرا بوضع و اسلوبی نوشته که جمیع طبقات متعلمین
مدرسه بتوانند بقدر مایلزم خویش از آن روی تحصیل کنند و همچنین اشخاص خارج که طالب
تحصیل این علم باشند
و آن مطابق فهرست مابعد مشتمل است بر سه فقره اصول ضمیمه خاتمه
اما اصول انچه در فهرست عاری از این علامت باشد * مطالبی است که
باید جمیع طبقات متعلمین و هر کس که بخواهد حساب و آن رسمی باشد تحصیل کند و مطالبی
که با علامت * باشند مخصوص مهندس و توپچی است که بترتیب کتاب در ضمن
سایر مطالب تحصیل کند و یا بعد از دیدن دوره مذکوره و مانوس شدن بعلم و عمل
اما ضمیمه تمامش متعلق است به مهندس و توپچی ولی مطالب ثلث اولش آنها که با علامت
* باشند چون درباب قواعد و رسوم معموله خارجه است و محض آگاهی مهندس
از آن رسوم مفیده ذکر نموده از اصول تحصیلیه محسوب نشود و باختیار است و دو ثلث
مابقی از مطالب تحصیل کردنی مهندس است
و اما خاتمه الموزجی است از جبر و مقابله تحصیل آنهم برای جمیع طبقات لازم است
پس آنانکه مهندس نباشند ممکن است از آن علم بتحصیل همین مختصر اکتفا کنند و مثل
از این هم برای آن اشخاص ضرورت ندارد و اما مهندس بعد از آنکه این مختصر را



دید و بعلم مانوس گشت آنوقت تحصیل خود علم جبر و مقابله برای او بی زحمت است



فهرست اصول حساب

صفحه

باب اول در شمار اعشاری

مقدمه

صفحات

باب پنجم در کسور اعشاریه

باب ششم در انواع مقیاسها و در مسائل عملیه چهار عمل اصلیه در اعداد اعشاریه

صفحات

بعون الملک الوهاب

در فهرست اصطلاحات این کتاب با اصطلاحات فرنگی که در مدرسه دار الفنون آورده شده است

شمار	نومراسیون
عامل	فاکتر
مضروب	مولتیپل
تحت مضروب	سومولتیپل
تصحیح	جزئ الیکث
تمیز	ویرگول
مفصل و مشخص	کاراکتریستیک
عامل اول	فاکتر پریمیه
اعداد فرد اول	نمبر پریمیه
جماعت	کومپانی
قسط السنه	آنوئیته
استهلاک دین	آمرتیسمان

باب اول

در شمار اعشاری (درس اول)

مقدمه

۱ اجتماعی از اشیاء را که از یک نوع باشند عدد نامند مثلاً گویند که در کنار خیابان عددی از اشجار نشانده شده و فوجی مرکب است از چند عدد سرباز و در کیسه چند عدد اشرفی است

شیئی را که از تکرار پرش عدد ترکیب میشود واحد گویند چنانچه در مثالهای مذکور درخت و سرباز و اشرفی هر کدام واحدی باشند در نوع خود

عدد را با واحد ابتدا کنند و یک گویند و چون احدی بر آن احد اضافه کنند دو واحدی دیگر بر جمع بیفزایند و باین دستور بینهایت پیش روند جمیع اعداد ترکیب میشود

اعدادی را که از قرار مذکور بترتیب زیاده می شوند اعداد صحاح گویند و ظاهر است که آنها را حد و انتهائی نیست (عدد بنا بر تعریف سابق منحصر شد بصحاح و لکن در باب چهارم تعریف عامی از آن خواهیم نمود و آنجا معلوم خواهد شد که علاوه بر صحاح اعداد دیگر هست که هنوز ذکری از آنها نرفته و بالفعل آنچه در خصوص عدد ذکر شد کافی است و تا آنجا که تعریفش را تغییر دهیم بحث ما از اعمال متعلقه باعداد صحاح است و از قواعدیکه باین نوع عدد مربوط باشند ذکر جمیع این اعمال اهم جمیع مطالب علم حساب است چون جمیع اعمال متعلقه ببایر انواع اعداد راجع میشود باعمال در اعداد صحاح)

عدد بر دو قسم است مقید و مطلق عدد مقید آنست که نوع واحدش معلوم
باشد مانند بیست اشرفی و مطلق آنست که چنین نباشد مانند بیست

علم حساب علم اعداد است و در آن بحث میشود از اصول خواص اعداد
و از اعمال حساب یعنی اعمالی که بتوان بحسب مقصود و مقام در آن اعداد مجری داشت
ابتدا بر ما لازم است آگاهی از اسماء اعداد پس گوئیم چون اعداد غیر متناهی هستند
اگر میخواستیم برای هر عدد اسم خاصی وضع کنیم ممکن نبود آن همه اسماء غیر متناهی را
در ذهن بسپاریم لهذا قانونی وضع نموده اند که بتوان از آن روی با قلیل
کلماتی جمیع اعداد را تلفظ نمود و با قلیل ارقامی جمیع آنها را نوشت و چنین است
مقصود ما از شمار

۴ شمار عبارت از قانونی است که از روی آن بتوان جمیع اعداد را با چند
کلمه تلفظ نمود و با چند رقم نوشت پس آن بر دو نوع شد لفظی و خطی

در شمار لفظی و اسماء اعداد

اسماء مرتبهٔ اول اعداد بترتیب مقدار از اینقرار است

یک دو سه چهار پنج شش هفت هشت نه ده

ده واحد مفرد از مرتبهٔ اول یک واحد است از مرتبهٔ جدید که عشرات گوئیم
و این عشرات را مثل آحاد مفرد میشمارند و میگویند یک ده یا یک عشره
دو عشره سه عشره وغیره تا نه عشره و آنها را باین اسما خوانده اند

ده بیست سی چهل پنجاه شصت هفتاد هشتاد نود

و از ده عشره یک واحد از مرتبهٔ سیم ترکیب میشود و آنرا مائه گویند و شمار
مآت مانند شمار عشرات و آحاد است از اینقرار

یکصد دویست سیصد .... تا نهصد

و از ده مائه ترکیب کنند یکواحد مرتبه چهارم را که الوف گوئیم و شمار الوف مانند احاد مفرد و عشرات و مأت است و از ده الف ترکیب شود یکواحد مرتبه پنجم که عشرات الوف گویند و از همین قسم از آحاد دیگر الوف ترکیب نمود و هر چند خواهیم در مراتب متتالیه آورد بر طبق این قاعده اصلیه از ده واحد هر مرتبه یکواحد مرتبه بلا واسطه فوقانی ترکیب میشود

[illegible]

مرتبه اول .... احاد مفرده

مرتبه دوم .... عشرات

مرتبه سیم .... مأت

مرتبه چهارم .... احاد الف

مرتبه پنجم .... عشرات الف

مرتبه ششم .... مات الف (انرا لک سرکوئیم)

مرتبه هفتم .... احاد میلیون که الف الف باشد میلیون [illegible]

مرتبه هشتم .... عشرات میلیون (هزار دو)

مرتبه نهم .... مات میلیون (هزار دو)

مرتبه دهم .... احاد میلیون یا میلیار که الف الف باشد هزار کرور گوئیم

مرتبه یازدهم .... عشرات میلیون (هزار ستة)

مرتبه دوازدهم .... مات میلیون (هزار ستة)

مرتبه سیزدهم .... احاد تریلیون که الف الف الف باشد و هزار جهار کرور گوئیم

مرتبهٔ چهاردهم . . . . عشرات تریلیون (هزار جهان)

مرتبهٔ پانزدهم . . . . مآت تریلیون (ده هزار جهان)

وغیره . . . . وغیره

هنگام ضرورت میتوان بر عدد مراتب مذکوره افزود ولیکن بسیار کم اتفاق می افتد
که مراتب مستعمله ازین حد تجاوز نماید

۳ هر عدد تا الیف احاد یکی ازین مراتب مختلفه است بعلاوه کمتر از ده واحد
یا ترکیب چند ازین جزو مؤلف است از مراتب مختلفه

پس بواسطت اسماء مذکوره جمیع اعداد را بآسانی تلفظ نموده و مقصود از شمار
لفظی همین است مثلاً میخواهیم عددی را از اشیاء هم نوع مانند گندم را بشماریم
چنانچه عدد گندم از ده بیشتر باشد ده ده جدا میکنیم تا باقی آخر کمتر از ده باشد
آنوقت اگر عدد عشرات مفروزه از ده کمتر باشد آنرا تلفظ میکنیم و باو ملحق مینمائیم عدد احاد
کمتر از ده را که باقی مانده بود مثلاً یافتیم چهار عشره و هفت واحد میگوییم
عدد گندمها چهل و هفت است

و اگر عدد عشرات از ده تجاوز کند ده ده جدا میکنیم یعنی مآت الیف میکنیم
تا باقی آخر کمتر از ده عشره شود و آنوقت اگر عدد مآت هم از ده تجاوز نماید

عدد احاد مرتبه اعلی کمتر از ده میشود
در آنصورت گندمها بمراتب مختلفه عدد مجزی میشود و چون عدد آحاد هر مرتبه
و اسماء آن احاد را میدانیم تلفظ عدد گندمها آسان میشود
فرض میکنیم یافتیم شش مآت الف باضافه سه عشرات الف باضافه پنج الف

باضافه دو مایه باضافه چهار عشره باضافه هفت واحد این گفتیم شش صد

سی و پنج الف و دویست و چهل و هشت واحد رجوع کنید به ۱

۴ — اینجا ختم میکنیم شمار لفظی را بتکرار قاعده اصلیه که مبدأ و مبنای جمیع قواعد اعمالی است که عنقریب بیان میشود

از ده واحد هر مرتبه یک واحد مرتبه بلافاصله فوقانی تا الیف میشود

بنابراین قاعده عدد ده را مبنای شمار مشهور نامند و این شمار را شمار اعشاری گویم

در شمار خطی

۵ دستور نوشتن اعداد با قلیل عده از ارقام مبنی بر حکمی است که در بیان شد

هر عدد با تألیف آحاد یکی از مراتب بعد که از ده واحد با مرکب چند بیرون خرج مؤلف است از مراتب مختلفه

بنابراین قضیه مناسب دیده اند که ابتدا نه عدد اول را بصورت ذیل بنمایند و آنها را ارقام گویند

یک	دو	سه	چهار	پنج	شش	هفت	هشت	نه
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹

و بعد از آن آحاد جمیع مراتب را بهمین ارقام بنمایند بنابراینکه موضع ارقام را وجه امتیاز آن آحاد قرار دهند بنابراین قرارداد در قسم اول سمت یمین هر عدد را آحاد مفرد دانسته و چون از یمین به یسار سیر کنند رقم دویم را عشرات و رقم سیم را مأت و هکذا بترتیب عقاد در تزاید چنانچه در این عدد ۴۳۵۶۸۴ رقم ۴ آحاد مفرد است و ۸ عشرات و ۶ مأت و ۵ الوف و ۳ عشرات الوف و امثالی که در ۳ ملفوظ شد چنین نوشته میشود ۶۴۳۵۲۴۷

هرگاه آحاد یکی از مراتب پست تر از مرتبه اعلی مفقود باشد بجایش این صورت

جدیده نوشته میشود که رقم دهم سه صفر گویند شش

مثلا عددی مؤلف است از ۴ واحد ۳ مائه و عشرات الف در این مثال از جمله آحاد مراتب پست تر از عشرات الف عشرات صفر و آحاد الف مفقود است پس باید باین صورت نوشته شود ۴۰۵۰۳۰۴ و در قسم صفر بذاته قدری ندارد ولیکن مستعمل است برای حفظ مراتب سایر ارقام چنانچه بنا بمبدا آحاد مختلفه از که مذکور شد

۶ در هر عدد هر رقم صاحب دو مقدار است مطلق و متعلق

مقدار مطلق رقم آنست که دارد هرگاه تنها نوشته شود یعنی همان مقداریست که در سلک نه عدد اول سابق دارد

مقدار متعلق رقم آنست که دارد هرگاه مرتب او در عدد منظور شود

چنانچه در این عدد ۳۵۰۸۰۴ مقدار مطلق رقم چهارم از سمت یمین پنج واحد مفرد است و مقدار متعلقش پنجهزار

۷ از آنچه ذکر شد خاصیت بزرگی برای عدد نتیجه میشود اینست که یکصفر یا دو صفر و بیشتر اضافه کنیم ...
... شده و بیشتر ترقی میکند ... از سمت یمین

بیشتر تنزل میکند

چنانچه در این عدد ۳۴۶۷ هرگاه سه صفر بسمت یمین اضافه کنیم باین صورت میشود ۳۴۶۷۰۰۰ و آن هزار برابر عدد اول است چونکه رقم ۷ در عدد اول آحاد مفرد است و در عدد دویم از مرتبه آلوف است و رقم ۶ در عدد اول عشرات است و در دویم عشرات الف یعنی هزار برابر

شده وکذا در سایر ارقام و چون هرکدام از ارقام عدد ۲۱۰۴۳ هزار برابر شده معلوم است خود عدد نیز هزار برابر شد.

و هرگاه از این عدد ۰۰۰۷۰۴۲۴۳ سه صفر اسقاط کنیم عکس آن قضیه واقع میشود

۸ برای تلفظ کردن و نوشتن هر عدد ظاهر است که بنا بر قسمهای که داده شد در سابق همین قدر کافی است تلفظ کنیم و بنویسیم عدد آحاد و عشرات و غیره را بترتیب مقادیر متزایده یا متناقصه آنها و در حقیقت این قاعده در اعدادی جاریست که کمتر از هزار باشند و در اعداد بزرگتر از هزار برای تسهیل عمل تنبیه ذیل را باید رعایت نمود

تنبیه چون بستون آحاد مراتب مختلفه رجوع کنیم (بند ۳) معلوم میشود که میتوان آن آحاد را بطبقاتی قسمت نمود که هرکدام صاحب سه مرتبه شوند از آحاد مرتبه اولی که از قبیل آحاد مفرد گوئیم و از عشرات و مأت مفرد

طبقه اول آحاد ترکیب میشود

طبقه دوم مرکب است از آحاد الف و عشرات الف و مأت الف

طبقه سوم مرکب است از آحاد میلیون عشرات میلیون مأت میلیون

طبقه چهارم مرکب است از آحاد بلیون و عشرات بلیون و مأت بلیون

وکذا مرتبه به مرتبه طبقات بیشمار ترکیب میکنیم

چنانچه معلوم میشود آحاد مرتبه سفلای هر طبقه که آحاد اصلی فرض شده اسم مفرد خاصی دارد و سایر مراتب آن طبقه عشرات و مأت آن آحادند

در هر طبقه از یک واحد تا نهصد و نود و نه واحد اصلی ممکن است مندرج شود و از این قسم اعداد برای هر طبقه سه مرتبه داریم که مثلثه گوئیم و وضع یک اسم

کافی است پس عدد شمار اعداد بسیار مختصر شد و نگاهداریش در ذهن آسان گردید
و علاوه براین بر مقتضای تقسیم مراتب اعداد بطبقات ثلثه خواندن و نوشتن
هر عدد و بزرگتر از هزار منحصر میشود بخواندن و نوشتن چندین عدد کوچکتر از هزار
چنانچه عنقریب خواهید دید

فواید تقسیم مراتب اعداد بطبقات ثلثه از قراری بود که ذکر شد و آن را باید
امر مهمی شمرد چونکه همین قدر که عدد نوشته شد آن طبقات در عمل حساب
بهیچوجه در کار نخواهند بود جز اینکه آنوقت رعایت میشود همان آحاد است
که هر یک ده برابر بعضی دیگر میباشد و چون این نکات معلوم شد مشغول میشویم بذکر
قواعد عملیه که از آن روی هر عدد را باسانی تلفظ کنید و بنویسید

قاعده برای نوشتن هر عدد

۹ هرگاه عدد مفروض کمتر از هزار باشد از سمت چپ رقم مات و عشرات
و مرتبه آحاد را بترتیب مینویسیم مثلا سیصد و بیست و پنج را باین صورت باید نوشت ۳۲۵
و اگر عدد هزار باشد یا بیشتر پس باید از سمت چپ اول عده آحاد طبقه
اعلی را مینویسیم و در سمت یمینش عده آحاد طبقه اکبر بلافصل پست تر
باشد و هکذا تا آحاد مفرده و اگر در عدد مفقود باشد آحاد مرتبه از مراتب
پست تر از اعلی باید برای حفظ سایر مراتب صفر بجای آن نوشت مثلا میخواهیم
بنویسیم سی و چهار بلیون هفتاد و شش هزار و دویست و نود و دو واحد
صورتش بارقام چنین است ۳۴۰۰۰۰۷۶۲۹۲
چون در این مثال طبقه ملیون بکلی مفقود است سه صفر بجای سه مرتبه آحادش
نوشته شد

وعموماً هر طبقه پست تر از طبقهٔ اعلی باید صاحب سه رقم باشد با رعایت اصفاری که جانشین مراتب آحاد آن طبقه است و ممکن است مفقود باشد چنانچه دیده شد در طبقهٔ الوف مثال مذکور

قاعدهٔ خواندن عددی که با ارقام نوشته شده باشد

۱۵ اگر ارقام عدد مفروض از چهار کمتر باشد قاعده این است که ابتدا از یسار آحاد مراتب مختلفه را جدا گانه تلفظ نماید اول مآت و بعد عشرات و بعد آحاد را

مثلا این عدد ۳۲۷ بخوانید سیصد و بیست و هفت

و اگر ارقام عدد از چهار بیشتر باشد از یمین بیسار یا بعلامت ابتدا از یمین بقطعات مثلثه قسمت نماید و با این تقسیم قطعهٔ اخیر سمت یسار ممکن است صاحب یک رقم یا دو رقم باشد

هر کدام از این قطعات آحاد طبقهٔ است که اسم واحد اصلی هر طبقه با این قسم معلوم میشود که ابتدا از یمین عدد را طبقه بطبقه مرور کنید و بترتیب گوئید واحد هزار میلیون وغیره و بعد ابتدا از یسار طبقات را متتابع تلفظ کنید بدون رعایت مواضع خویش یعنی بدون رعایت سایر ارقام طرفین یعنی هر کدام را چنان تصور کنید که تنها نوشته شده و ذکر اخر هر کدام اسم واحد آن طبقه را تلفظ نمائید

مثلا در تلفظ نمودن این عدد ۶۴۵۳۲۸۰۰۰۰۴۲۷۱ آنرا باین نحو قسمت میکنیم

۶۴۵۳۲۸۰۰۰۰۴۲۷۱ و ابتدا از یمین مرور میکنیم و بازاء هر طبقه

میگوئیم

یکویم احاد مفرد هزار میلیون بلیون ترلیون و از این قرار
معلوم میشود که احاد دسته اعلی از جنس ترلیون است پس ابتدا از یسار موافق قاعده
مفهومه میخوانیم

چهار ترلیون پانصد و سی و دو بلیون هشتصد میلیون چهار هزار و
دویست و هفتاد و یک واحد (چنانچه معلوم شد نوشتن و خواندن هر عدد
بزرگتر از هزار سهل شد بنوشتن و خواندن چندین عدد کوچکتر از هزار)

واکنون مشغول میشویم بذکر اصول اعمال حساب

باب دویم

اصول اعمال حساب در اعداد صحاح

در جمع (درس دویم)

۱۱ جمع عملی است برای یافتن عددی که موسوم است بحاصل جمع و میزان و بانفراده باید مشتمل باشد بر جمیع احاد چندین عدد مفروض
علامت جمع این است + و آنرا بکلمه بعلاوه تلفظ کنیم چنانچه در این مثال
۱۲ + ۳۸ + ۷۴ باید خواند ۷۴ بعلاوه ۳۸ بعلاوه ۱۲

تنبیه سابقا رسم چنین بود که اعمال حساب و جبر و مقابله را در کتب
بعبارت صریح ذکر میکردند چنانچه هر کس بکتب ریاضی ایرانی مانوس باشد
ملتفت مطلب هست و لهذا در حل مسائل و استنباط احکام ترتیب موضوع و
محمول و گرفتن نتیجه بسیار مشکل بود و پس متاخرین از علمای این فن را بخاطر رسید
که برای تسهیل مطلب زبان علمی وضع کنند یعنی اصطلاحاتی برای نمودن اعمال
جمع و تفریق و ضرب و قسمت و غیره و برای چیزهای دیگر قرار دهند چنانچه بتدریج خواهد

دینار

و بنای زبان فارسی بر این است که تحریر مطلب از یمین ابتدا شود و در شمار لفظی قرار یافت
شد که عدد از یسار نوشته و خوانده شود مثلاً در این عدد ۴ ۷ ۲۳ که وقت نوشتن
از رقم ۴ ابتدا کنیم و در خواندن هم اول چهار هزار را تلفظ کنیم و یقین
که این رسم از عجم نشده قانون نوشتن اعداد را از خارج کسب کرده اند
از آن زبانها که رسم تحریرشان از یسار ابتدا میشود پس وقت نمودن بعضی
اعمال چون اصطلاحات مذکوره با اعدادی که موافق این قانون نوشته
میشوند ترکیب کنیم و بخواهیم برسم زبان فارسی نویسیم لابدیم در نوشتن
یک سطر عمل ترتیب حرکت مستقیم و معکوس نمائیم یعنی گاه از یمین بسمت یسار
سیر کنیم و گاه بعکس چنانچه در مثال سابق برای نمودن جمع اعداد ۴۷
و ۳۸ و ۱۲ برسم زبان فارسی چنین میشود ۴۷ + ۳۸ + ۱۲ در این عمل
چنانچه می بینید اصل تحریر از یمین ابتدا شده و لیکن اجزایش هر کدام قطعه قطعه از
یسار است ببین و این اختلاف سبک و عدم انتظام مایه پراکندگی ذهن میشود بخصوص
آنوقت که عمل خیلی مفصل و مسلسل و مغشوش باشد پس بهتر آن بود که حسب الامر
در روزنامجات حکم شود که رسم الخط عدد هم مانند زبانها از یمین باشد بسمت
یسار یعنی هر عدد مثل چهار هزار و هفتصد و بیست و سه را چنین نویسند ۳۲۷۴
نه چنین ۴۷۲۳ اگر این حکم ممضی و مجری میشد هر آینه در نمودن اعمال
و اعداد سیاق تحریر متحد بود و موافق با زبان ما و آنوقت مثال سابق را چنین
مینوشتیم ۷۴ + ۸۳ + ۲۱ ولی حقیر چون هنوز رسمیتی ندارد خلاف سبک
این رسم را همین در کتب خود معمول دارد و آنوقت کتاب از حیز انتفاع ساقط
میشود پس مصلحت چنان دید که موقتاً سیاق تحریر اعمال را تابع اعداد

و ارد هندسه مثلاً جمع اعداد ۴۷ و ۳۸ و ۱۲ را این ترتیب نویسند ۱۲ + ۳۸ + ۴۷
و این رسم الخط اگرچه از بیارست به یمین ولی بر سیاق واحد است اشها

در عمل جمع دو حالت را باید ملاحظه نمود

اوّل آنکه بخواهیم عددی یک رقم را با عددی دیگر هرچه باشد جمع کنیم
دوم آنکه بخواهیم چندین عدد را اعم از آنکه یک رقمی باشند یا بیشتر
با هم جمع کنیم

۱۴ حالت اوّل میزان عدد غیر معین عدد یک رقمی مثل ۴۸ و ۶ را
بتوان معلوم کرد چه آنکه بر عدد بزرگتر ۴۸ بتوالی بیفزائیم یک یک از
احاد عدد کوچکتر را و از این قرار باید گفت ۴۸ و ایشود ۴۹ و ایشود
۵۰ و ایشود ۵۱ و ایشود ۵۲ و ایشود ۵۳ و ایشود ۵۴

چون از تغییر در جمع و عدد باید علی الاتصال چندین عمل را تکرار نمود تا از
عدد کوچکتر چیزی باقی نماند بهتر آنست که شاگرد بکثرت عمل عادت کند این نوع
میزان را زود معین کند تا بتواند بیک نظر بگوید ۴۸ و ۶ میشود ۵۴

چنانچه در این مثال

۵
۷
۴
۶
۹
—
۳۱

۵ و ۷ میشود ۱۲ ـ ۱۲ و ۴ میشود ۱۶ ـ ۱۶ و ۶ میشود ۲۲ ـ
۲۲ و ۹ میشود ۳۱

در این مثال مجری داشتیم چندین عمل جمع جزئی را که هرکدام در حالت اول
مندرج میشوند و اگرچه بهتر آن بود که جمع پنج عدد مذکور را در حالت دوم قرار
دهیم ولی لازم شمردیم قبل از بیان قاعده کلیه جمع چنین مثالی ذکر کنیم

حالت دوم در قاعده کلیه جمع

۱۳ در جمع چند عدد مفروض قاعده آنست که آن اعداد را زیر هم نویسیم چنانچه آحاد هر مرتبه در یک ستون قائم بمحاذات همدیگر واقع شوند و بعد از آن خطی افقی در تحت آنها مرتسم سازیم و ابتدا از یمین آحاد ستون اول را که آحاد مفرده میباشد جمع کنیم اگر میزان جمع از ۹ تجاوز ننماید همان را بعینه در تحت خط بمحاذات آن ستون مینویسیم و اگر از ۹ تجاوز نماید آحاد مفرده را مینویسیم و عشرات را محفوظ میداریم تا اضافه کنیم با آحاد ستون دویم سمت یسار که از نوع عشرات است و بنوبت خود میزان میشود و در این ستون اگر میزان جمع از ۹ تجاوز ننماید بعینه در تحت می نویسیم و الا آحاد عشرات را مینویسیم و عشرات عشرات را که از مرتبه مآت است محفوظ میداریم تا اضافه شود بمآت ستون سیم

مثلا میخواهیم این اعداد را جمع کنیم

۵۳۲۸ و ۴۷۳۴ و ۸۷۳۵۹ و ۴۳۸ و ۷۸۵۴۷

باید آنها را باین وضع ترتیب داد

```
   ۵۳۲۸
   ۴۷۳۴
  ۸۷۳۵۹
    ۴۳۸
  ۷۸۵۴۷
 ------
 ۱۷۶۴۰۶
```

و ابتداء از ستون اول سمت یمین گفت ۸ و ۴ میشود ۱۲ و ۱۲ و ۹ میشود ۲۱ ; ۲۱ و ۸ میشود ۲۹ ; ۲۹ و ۷ میشود ۳۶ (عادت براین جاری شده که بگوئیم ۸ و ۴ ۱۲ : ۱۲ و ۹ ۲۱ : ۲۱ و ۸ ۲۹ : ۲۹ و ۷ ۳۶ و میزانهای جزو را تکرار نکنیم) در عدد ۳۶ ، ۶ واحد است و ۳ عشره پس در تحت ستون ۶ واحد را مینویسیم و ۳ عشره را محفوظ میداریم تا اضافه کنیم بعشرات ستون دویم که حال جمع میکنیم و میگوئیم ۳ و ۲ : ۵ ; ۵ و ۳ : ۸ ; ۸ و ۵ : ۱۳

۱۳۰ و ۲۳ : ۱۰ ؛ ۱۰ و ۱۴ : ۲۰ در ۲۰ ه عشره آحاد عشرات موجود نیست پس بجای
مرتبه عشرات صفری قرار میدهیم و ۲ عشرهٔ عشرات را که دویست باشد محفوظ
میداریم تا اضافه کنیم بستون ثالث بعد که بهمین دستور جمع میشود و همچنان پیش میرویم تا بستون
ستون اخیر سمت یسار که در تحتش تمام میزان جزؤ ۱۷ را مینویسیم

برهان این قاعده ظاهر است چون باید آحاد هر مرتبه را بیکدیگر اضافه کنیم سانش
آنست که در ستونی قائم نوشته شوند و وقت عمل از یمین ابتدا شده و میزانهای جزء
بترتیب تزاید مقدار آحاد معین شد دلیلش این است که میزان کل عددی است
واحد که باید از آحاد هر مرتبه بیش از ۹ در او موجود نشود پس اگر میزان آحاد
ستونی از ۹ واحد بیشتر شود لابد باید اقلاً واحدی از درجه اعلی را بر ستون
بلا فاصله سمت یسار افزوده در اینصورت اگر جمع ستونکه این ستون را مقدم داشته
باشیم لابد هستیم میزانش را تغییر دهیم بنابراین اجرای عمل جمع از سمت یمین
آسان تر است چونکه رقم نوشته تغییری نمیکند و محو و اثباتی لازم نشود

۱۴ هر عمل چون بآخر رسید امتحانش خالی از فایده نیست

امتحان هر عمل عملی است ثانوی که مجری میداریم برای تحقیق صحت عمل اول تا هر درجه
مارا ممکن شود

امتحان جمع — عمل جمع را باین نحو ممکن است امتحان نمود که اگر اول در یک
جهت معین جمع نموده باشیم مثلاً از فوق بتحت تکرارش کنیم لیکن از تحت بفوق
پس اگر عمل اول صحیح باشد ظاهر است که باید همان حاصل بدست آید
و در عمل ثانی چون ترتیب اول را اختیار نکرده ایم احتمال کلی است که مرتکب همان
سهو اول بعینه نشویم

تنبیه درخصوص امتحانات — در امتحان ممکن است سهوی اتفاق افتد که بالعرض عمل اول مکافی گردد و حاصل دو عمل یکی باشد پس از روی امتحان نمیتوان مطمئن گشت بصحت عمل بلی مایه احتمال قوی میشود و این نکته را باید درخصوص جمیع امتحانات ملتفت بود.

۱۵ تنبیه عمل جمع را در اعداد مطلق مجری داشتیم از آنجهت که وقت عمل عدد را مطلق فرض میکنیم و اسم احادش را از خاطر محو میکنیم بخصوص در اعمال متعلقه باعداد اعشاری چونکه اگر ۱۷ = ۵ + ۱۲ محقق باشد بر هر کس ظاهر است که نیز ۱۷ ذرع = ۵ ذرع + ۱۲ ذرع و ۱۷ ریال = ۵ ریال + ۱۲ ریال (این صورت = علامت تساوی مابین دو مقدار است چنانچه در مثال اول باید خواند ۱۲ بعلاوه ۵ مساوی است با ۱۷) این تنبیه را باید در جمیع اعمال بنظر آورد لازم نیست همه جا تکرار کنیم.

مسئله مشق

۱۵ مکرر — در باغی ۳۶۲ درخت سیب ۴۲۷ درخت گلابی ۸۷۵ درخت زردالو ۳۴ درخت گیلاس ۲۴۹ درخت هلو ۳۲۷ درخت آلو است پس همه جمعاً چند درخت در آن باغ موجود است

جواب ۲۲۷۴

۲ جمعیت مارتینیک که یکی از جزایر آنتیلهای کوچک فرانسه باشد ۱۱۷۵۶۹ نفر است و جمعیت بوربن که جزیره ایست از اقیانوس هند نزدیک افریقا ۱۰۹۵۵۵ نفر است و جمعیت کوچ سنگال که ولایتی است از افریقا ۱۶۸۹۲ نفر و جمعیت گیان که کوچ نشینی است از امریکای جنوبی ۲۳۳۶۱ نفر و جمعیت گوادلوپ که جزیره ایست از آنتیلهای کوچک فرانسه

۱۲۷۵۷۴ نفر پس در این پنج کوچ نشین فرانسه چند نفر جمعیت است جواب
۳۹۴۳۹۶ نفر

۳ در سال ۱۲۶۲ هجری بر جمعیت مملکت فرانسه ۲۳۷۳۳۲ نفر افزوده
شد و در سال ۱۲۶۳ مقدار افزایش ۱۵۱۹۷۵ نفر بوده و در سال
۱۲۶۴ تعداد افزایش ۶۲۵۵۵ نفر بوده و در سال ۱۲۶۵ شمارش شد
۱۰۴۵۹۰ نفر و در سال ۱۲۶۶ اضافه ۱۳۴۸۸ نفر حال مطلوب
مقدار افزایش کل است در عرض این پنج سال جواب ۵۶۹۹۱۰ نفر

۴ شخصی در هر سال ۲۴۵ قران وجه اجاره خانه میدهد و ۱۴۵ قران مخارج
آزوقه خانه دارد و ۴۶ قران اجرت شست و شوی لباس میدهد و ۱۷۸
قران صرف لباس میکند و ۳۲۵ قران صرف مخارج متفرقه و ۵۴۲
قران هم ذخیره میکند پس مدخلش در هر سال چه قدر است جواب
۲۱۷۱ قران

در تفریق

۱۶ تفریق عملی است که بان عمل فرض میکنیم از عددی جمیع احاد عدد
دیگر را و انرا منها نیز گوییم و نتیجه عمل را باقی گوییم و نیز میتوان گفت که باقی تفاضل
مابین دو عدد مفروض است و یا فضل عدد بزرگتر است بر کوچکتر
مثلا در تفریق ۵ از ۸ چون بترتیب یک یک از احاد ۵ را از ۸
موضوع کنیم باقی اول ۷ است و بعد ۶ بعد ۵ و هکذا تا برسیم به ۳
که عدد مطلوبست
و ظاهر است که عدد بزرگتر مفروق عنه ۸ مرکب است از احاد عدد کوچکتر

مفروق ۵ و از باقی ۳ و بعبارة اخری مفروق عنه برابر است با مفروق که اضافه شود بر او باقی مانده و از اینجاست که عمل تفریق را بوجه ذیل نیز تعریف کنند

هرگاه مجموع دو عدد را بدانیم با یکی از آن دو تفریق عبارتست از تعیین نمودن عدد دیگر

علامت تفریق این است — و آنرا منها تلفظ کنند مثلا در ۵ — ۸ میخوانند ۸ منهای ۵

۱۷ حالت اصلی تفریق اینست که مفروق صاحب یک رقم باشد نیز و باقی کمتر از ده باشد و چنین است حالت تفریق ۷ از ۱۳

باقی این تفریق کمتر از ده است چونکه مفروق عنه کوچکتر است از مجموعه پس جمیع آحاد ۷ را بترتیب از ۱۳ منها میکنیم تا باقی اخیر عدد مطلوب است

بعد از وضع ۱ از ۱۳ باقی میماند ۱۲ : ۱۲ منها ۱ باقی است ۱۱ : ۱۱ منها ۱ باقی ۱۰ و همچنین پیش میرویم تا جمیع آحاد ۷ موضوع شوند و باقی اخیر ۶

برای اجرای این تفریق بهتر آنست که با انگشتان دست بترتیب نزولی بشماریم اعدادی را که بلا فاصله زیر دست ۱۳ باشند و بگوئیم دوازده یازده ده وغیره تا برسیم بانگشت هفتم و عدد شش که بازا پیش تلفظ میشود باقی مطلوب است

ولی بهتر آنست که باقی این نوع تفریق را شاگرد در ذهن بسپارد و بتواند بیتامل بدون حساب بگوید ۱۳ منهای ۷ باقی ۶ زیرا که پیوسته تعیین باقی دو عدد چند رقمی منجر میشود به تعیین نمودن چند باقی از این نوع

تفریق مفرد

وحال بشرح همین مطلب مشغول میشویم لیکن قبل از شروع داشتن این نکته لازم است

۱۸ هرگاه بر مفروق و مفروق عنه عددی را اضافه کنیم یا از هر دو عددی موضوع کنیم در باقی تفریق تغییری واقع نمیشود

فرض میکنیم بعد از تفریق ۱۹ از ۲۷ بخواهیم موضوع کنیم ۱۹+۵ را از ۲۷+۵ پس دو تفریق را برابر همدیگر می نویسیم

۲۷	۲۷+۵
۱۹	۱۹+۵
۸	۸+۰

در تفریق ۱۹+۵ از ۲۷+۵ میتوان ابتداء وضع نمود ۵ را از ۵ و باقی آن صفر است و از این قرار باقی تفریق دویم بعینه فضل ۲۷ است بر ۱۹ فهو المطلوب

وحال مشغول میشویم بذکر قاعده کلیه تفریق دو عدد هرچه باشند

۱۹ قاعده در تفریق عددی صحیح از عدد دیگر قاعده این است که مفروق را تحت مفروق عنه نویسیم چنانچه آحاد هر یک برابر همدیگر باشند یعنی آحاد زیر آحاد و عشرات زیر عشرات و غیره و خطی در تحت مرتسم سازیم و ابتدا از یمین بترتیب هر رقم تحتانی را از رقم فوقانی خود موضوع میکنیم و باقی را در تحت می نویسیم و اگر اتفاقا رقم تحتانی بزرگتر باشد از رقم فوقانی خود باید بر این عدد ده واحد افزود و از مجموع رقم تحتانی را موضوع کرد لیکن بازاء آن باید در رتبه مابعد سمت یسار واحدی بر رقم عدد مفروق اضافه نمود و مجموع را از رقم فوقانی تفریق نمود

مثلا میخواهیم این عدد را ۲۵۳۸۴۲ از ۴۰۸۵۴۷ تفریق کنیم

اول باین صورت می نویسیم

۶۰۸۵۶۷
۲۵۳۸۴۲
۳۵۴۷۲۵

وچون بجمیع آحاد ۲۵۳۸۴۲ را تفریق نمود از ۶۰۸۵۶۷ نتیجه باین وجه بدست آید که آحاد مفروق را از آحاد مفروق عنه تفریق کنیم و عشرات آنرا از عشرات وغیره هر باقی بجنبه او را در تحت ارقام ستون مقابلش بنویسیم پس گوئیم ۲ از ۷ باقی ۵ و ۴ از ۶ باقی ۲ و ۸ چون از ۵ موضوع نمیشود از ۱۵ تفریق میکنیم و باقی میماند ۷ و چون ۱۵ مائیه را بجای ۵ مائیه قرار دادیم بر این عدد فوقانی ۱۵ مائیه که یکهزار باشد افزوده ایم پس بکافی آن باید بر عدد مفروق نیز یکهزار افزوده و عوض آنکه از ۸ هزار ۳ هزار موضوع کنیم چهار هزار موضوع می کنیم و چون بر هر دو یکچیز افزوده شد در باقی تغییری واقع نمیشود (۱۲)

بعد میگوئیم ۵ از ۵ تفریق نمیشود از ۱۵ تفریق میکنیم باقی ۵ است و ۳ را از ۶ تفریق میکنیم باقی میماند ۳ و باقی مانده مطلوب ۳۵۴۷۲۵ است

هرگاه در عدد مفروق عنه صفری باشند عمل همچنانست که در آن مراتب ارقام کوچکتر از مفروق باشند برای آنکه بازاء آنها در مفروق صفر باشد

و حال مثالی دیگر ذکر می کنیم

۴۳۰۰۸۷۶۵۰۴
۷۳۰۴۵۸۸۳۶
۳۵۷۰۴۱۷۶۶۸
۴۳۰۰۸۷۶۵۰۴

هرگاه جمیع ارقام مفروق کوچکتر باشند از ارقام نظایر خود در مفروق عنه تفاوتی نیست در اینکه عمل تفریق را از سمت یمین بجانب یسار داریم یا از یسار ولی اگر

بعضی از ارقام مفروق بزرگتر باشند عمل تفریق از سمت یسار مصلحت نیست چنانچه
در مثال اوّل اگر قبل از رسیدن بمراتب تفریق نمائید ۳ هزار را از ۸ هزار باقی میماند
۵ هزار و چون تفریق آحاد اقتضا می کنند ۱۰ را باید از هزار بآحاد بیفزایند تا تفریق ممکن
شود لابد باید بمرتبه الوف رجوع نمود و ۴ هزار را از ۸ هزار تفریق کرد و باقی نماند
که ۵ بود ۴ میشود و در اینصورت عددی را که سابق نوشته شده بود باید تغییر داد
و حال آنکه اگر موافق قاعده کلیه رفتار کنید محو و اثبات لازم نیست

**۲۵ امتحان تفریق باین نحو میشود که باقی را بر عدد مفروق بیفزایند
و بنا بر تعریف تفریق باید میزان برابر مفروق عنه شود**

تنبیه میتوان بقاعده امتحان عمل تفریق را بجای آورد یعنی عددی را طلب نمود
که چون بر مفروق اضافه کنیم برابر مفروق عنه شود و از این قرار مثال اخیر را اگر اراده
می کنیم میگوئیم چه عدد بر ۶ اضافه کنیم حاصل برابر ۴ شود و چون ۶ از ۴ بزرگتر است
عددی باید اضافه نمود که فضلش برده ۴ شود و آن ۸ است در تحت

```
۴۳۰۰۸*۷۶۵۰۴
 ۷۳۰۴۵۸۸۳۶
-----------
۳۵۷۰۴۱۷۶۶۸
```

می نویسیم ۶ و ۸ میشود ۱۴ یک عشره بر ۳ می افزائیم میشود ۴
بر ۴ چه عدد بیفزائیم تا فضلش برده صفر شود ۶ است که در تحت
مینویسیم و یک عشره را به ۸ اضافه می کنیم میشود ۹ چه عدد

بر ۹ اضافه کنیم تا فضلش برده برابر ۵ شود ۶ است که در تحت می نویسیم
و یک عشره را برابر ۸ الوفا اضافه می کنیم میشود ۹ چه عدد بر ۹ اضافه
کنیم تا فضلش برده برابر ۶ شود ۷ است که در تحتش می نویسیم و
یک عشره بر ۵ اضافه میکنیم میشود ۶ چون این ۶ از هشت کمتر است
چه عدد اضافه کنیم تا برابر ۷ شود و آن ۱ است که در تحت مینویسیم و
بر ۴ باید ۴ اضافه نمود تا ۸ شود و آنرا در تحت مینویسیم و صفر مقابل
صفر است برای حفظ مرتبه صفری در تحت مینویسیم و بهمین نحو میرویم تا آخر
و تشکر دچون از کثرت عمل باین قاعده یا نویسنده زودتر از قاعدهٔ کلیه سابقه
مجری میدارد

امثله مشق

۱ ازیک توپ قماشی که ۱۸۷۶ ذرع است ۹۷۸ ذرع فروخته شده
باقی مانده چند ذرع خواهد بود جواب ۸۹۸

۲ لوئی ۱۴ پادشاه فرانسه در سال ۱۰۵۳ هجری به تخت نشست و در سال
۱۱۲۸ وفات یافت پس چند سال سلطنتش بطول انجامید جواب ۷۵ سال

۳ در زمان فیلیپ لوبل پادشاه فرانسه قریب ۷۰۰ سال بعد از هجرت
جمعیت پاریس ۱۲۵۰۹۲ نفر بوده و در سال ۱۲۶۴ جمعیت همان
بلد ۱۰۵۳۸۹۷ نفر بوده پس در عرض این مدت چه قدر بر جمعیت
افزوده شده جواب ۹۲۸۸۰۵ نفر

۴ سال ۱۲۶۶ هجری در پاریس ۴۰۳۶۳ طفل متولد شده و
۶۰۲۸۴ نفر فوت شد پس از عدد جمعیت خود چند تن کاسته شده

جواب ۱۹۹۲۳ نفر

۵ گروه از اول که یک نوع جنگ ملتی فرنگستان بوده در سال ۴۹۰ هجری واقع شد و گروه از هشتم در سال ۶۶۹ پس چند سال این هشت گروه از بطول انجامیده جواب ۱۷۹ سال بوده

۶ نصف قطری که از مرکز زمین بیکی از قطبین وصل شود ۱۱۱۶۱۵ ذرع و نصف قطری که بدایره استوا منتهی شود ۱۳۲۱۱۳ ذرع است میخواهیم اختلاف طول این دو نصف قطر را بدانیم جواب ۲۰۴۹۸ ذرع

۷ بنای کلیسای نوتردام پاریس در سال ۵۵۸ هجری بوده پس ابتدا از سال ۱۲۸۱ هجری چند سال دیگر باید منقضی شود تا آن کلیسا ۸۰۰ سال تمام دوام نموده باشد جواب ۷۷ سال

در ضرب (درس سیم)

۲۱ بنابر فرض دو عدد ضرب عملی است که با آن عمل عدد ثالث معین کنیم چنانچه یکی از آن دو عدد را بتمامی شامل شود که دو عدد دیگر را حاوی مشتمل است مثلا در ضرب ۵۴ در ۲۸ مقصود تعیین نمودن عددی است که ۵۴ را ۲۸ مرتبه شامل شود

عدد مفروض اول را مضروب گوئیم و دوم را مضروب فیه و نتیجه عمل را حاصل ضرب و هر کدام از دو مضروب را نسبت بحاصل ضرب عامل گوئیم ضرب را باین صورت نمائیم ۲۸×۵۴ و بخوانیم ۵۴ ضرب در ۲۸ یا باختصار ۵۴ در ۲۸ و گاه باین صورت نمائیم ۲۸.۵۴ یعنی نقطه ما بین دو عامل قرار میدهیم

بنا بر تعریف مذکور حاصل ضرب ۵۴ در ۲۸ باین نحو بدست آید که ۵۴ را ۲۸ مرتبه در ستون قائم تکرار کنیم و بدستور معمول آنها را جمع کنیم و از این قرار ضرب عمل جمعی است که جمیع اجزایش برابر همدیگر باشند و بر این خصوصیت فائده مترتب است که میتوان از قاعدهٔ کلیه جمع که اجرایش در چنین مقام اغلب مطول است و گاه متعسر عدول نمود و دستور آسانی بدست آورد

در عمل ضرب سه حالت دیده میشود

اوّل ضرب دو عدد مفرد است یعنی دو عدد یک رقمی

دوّم ضرب عدد مرکب است در مفرد یعنی عدد چند رقمی در یک رقمی

سیم ضرب دو عدد مرکب است یعنی دو عدد چند رقمی

۴۴ حالت اوّل ضرب دو عدد یک رقمی اختصاراً و بسهولت بهر دو تکمیل حالت اصلی است و حاصل ضرب را باید بعمل جمع بدست آورد

مثلاً در ضرب ۷ در ۴ باید از اینقرار جمع کرد ۷ و ۷ : ۱۴ ؛ ۱۴ و ۷ : ۲۱ ؛ ۲۱ و ۷ : ۲۸ این عدد ۲۸ حاصل ضرب مطلوبست

بر شاگرد لازم است حاصل ضربهای اعداد یک رقمی را در ذهن بسپارد چونکه این مبنای عمل ضربست و پیوسته لازم میشود و نظر به تسهیل عمل مبتدی این حاصل ضربها را در جدول آوردیم و قاعدهٔ وضع جدول آسان است بچند جمع متتالی مرتب میشود چنانچه پایان بکشیم مربعی را بخطوط افقی و بخطوط قائم چنان قسمت کنیم که نه ستون قائم ترتیب داده شود و هر ستون به نه خانه مربع کوچک قسمت شود

بعد از آن در خانهای سطر اول ۹ عدد اول بنویسیم و هر عدد را با خود جمع کنند و حاصل را در خانهٔ زیر دست آن در سطر دویم ثبت کنند هر عددی از این سطر مضاعف عدد مقابل خود از سطر اول میشود و بعد هر دو عدد ستونی را باهم جمع کنند و حاصل را در خانهٔ سیم زیر دست ثبت کنند و چون دو مرتبه

جدول فیثاغورث که ضرب آحاد در آحاد

۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	
۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	۱
۱۸	۱۶	۱۴	۱۲	۱۰	۸	۶	۴	۲	۲
۲۷	۲۴	۲۱	۱۸	۱۵	۱۲	۹	۶	۳	۳
۳۶	۳۲	۲۸	۲۴	۲۰	۱۶	۱۲	۸	۴	۴
۴۵	۴۰	۳۵	۳۰	۲۵	۲۰	۱۵	۱۰	۵	۵
۵۴	۴۸	۴۲	۳۶	۳۰	۲۴	۱۸	۱۲	۶	۶
۶۳	۵۶	۴۹	۴۲	۳۵	۲۸	۲۱	۱۴	۷	۷
۷۲	۶۴	۵۶	۴۸	۴۰	۳۲	۲۴	۱۶	۸	۸
۸۱	۷۲	۶۳	۵۴	۴۵	۳۶	۲۷	۱۸	۹	۹

و یک مرتبه سه مرتبه است هر عدد سطر سیم سه برابر عدد محاذی خود از سطر اول و از همین قرار اعداد سطر اول را بر نظایر خود از سطر چهارم چهار برابر نماید و همچنین برسانید بسطر نهم

دستور استعمال جدول در تعیین حاصل ضرب مثل ۷ در ۴ این است که مضروب ۷ را در سطر اول طلب کنیم و ۴ را ما بین اعداد ستون اول سمت یمین و در ستون هفتم فرود آییم تا خانهٔ ملتقای این ستون

وسطر چهارم پس عدد ۲۸ که اینجا نوشته شده حاصل ضرب مطلوبست

۲۳ حالت دویم ضرب مرکب است در مفرد

مثلا میخواهیم این عدد را ۳۴۵۷ در ۶ ضرب کنیم برای یافتن دستور العملی که در اینحالت بکار آید عدد ۳۴۵۷ را بصورت جمع ۶ مرتبه تکرار می کنیم و می بینیم که میزان یعنی حاصل ضرب مطلوب مرکب میشود از ۶ برابر ۷ واحد با اضافه ۶ برابر ۵ عشره با اضافه ۶ برابر ۴ مائه با اضافه ۶ برابر ۳ هزار یعنی مرکب میشود از ۴ حاصل ضرب جزئی که از جدول فیثاغورث استخراج میشود و از این قرار حاصل ضرب این قسم معین میشود که مضروب ۳۴۵۷ را

۳	۴	۵	۷
۳	۴	۵	۷
۳	۴	۵	۷
۳	۴	۵	۷
۳	۴	۵	۷
۳	۴	۵	۷

بنویسیم و مضروب فیه ۶ را در تحتش قرار دهیم و آنوقت بدستور ذیل رفتار نمائیم

	۳	۴	۵	۷
				۶
۲	۰	۷	۴	۲

۶ در ۷ : ۴۲ در عدد ۴۲ دو واحد موجود است و ۴ عشره ۲ واحد را می نویسیم و ۴ را محفوظ میداریم تا اضافه کنیم بر حاصل ضرب بعد و گوئیم ۶ در ۵ : ۳۰ با ۴ محفوظ ۳۴ در عدد ۳۴ عشره ۴ عشره موجود است که در نیار ۲ می نویسیم و ۳ مائه را محفوظ میداریم تا اضافه کنیم بر حاصل ضرب بعد و گوئیم ۶ در ۴ : ۲۴ و ۳ : ۲۷ در عدد ۲۷ : ۷ واحد است مینویسیم و ۲ را محفوظ میداریم و گوئیم ۶ در ۳ : ۱۸ و ۲ محفوظ ۲۰ صفر را اول مینویسیم و ۲ را در یار آن

قاعده کلیه در ضرب عدد چند رقمی در دیگر رقمی تا ابد ابتدا از یمین بترتیب ضرب نمود ارقام مضروب را در رقم مضروب فیه و آحاد هر حاصل ضرب جزو را نوشت و عدد عشرات را محفوظ داشت تا اضافه کنیم بر حاصل ضرب ما بعد و باین دستور پیش رفت تا رسید بحاصل ضرب اخیر سمت یسار و انجا تمام را بدون محفوظ نوشت

از استقرا معلوم میشود که بنابر اینکه حاصل ضربهای اعداد یک رقمی را در ذهن سپرده باشیم قاعده مذکوره منجر شد باختصار جمع شش عدد متساوی

۲۴ حالت سیم در ضرب دو عدد مرکبست

مثلا میخواهیم این عدد را ۵۴۶۷ در ۳۴۲۸ ضرب کنیم

```
         ۵۴۶۷
         ۳۴۲۸
     --------
        ۴۳۷۳۶
       ۱۰۹۳۴۰
      ۲۱۸۶۸۰۰
     ۱۶۴۰۱۰۰۰
   ----------
     ۱۸۷۴۰۸۷۶
```

حاصل ضرب مطلوب باید مرکب باشد از ۳۴۲۸ برابر ۵۴۶۷ و بعبارة اخرى مرکب باشد از ۸ برابر ۵۴۶۷ باضافه ۲۰ برابرش باضافه ۴۰۰ برابرش باضافه ۳۰۰۰ برابرش

اولاً ۸ برابر ۵۴۶۷ عبارتست از ۸ × ۵۴۶۷ موافق دستور حالت دویم عمل این ضرب مجری میشود و حاصلش ۴۳۷۳۶ است

ثانیاً ۲۰ برابر ۵۴۶۷ عبارت از مجموع ۲۰ عدد که هر کدام ۵۴۶۷ باشد و یا ده برابر مضاعف العدد

۲۰ = ۱۰ برابر ۲ ت ۷ ومضاعف ۵۴۶۷ را چنین مینویسیم ۵۴۶۷×۲
وحاصلش این است ۱۰۹۳۴ وبروفق قاعده ت ۷ ده برابر حاصل
۱۰۹۳۴ = ۱۰۹۳۴۰ واین حاصل را تحت حاصل ضرب اول مینویسیم

ثالثاً — ۴۰۰ برابر ۵۴۶۷ معادل حاصل جمع ۴۰۰ عدد است
که هر کدام ۵۴۶۷ باشد یا ۱۰۰ برابر حاصل جمع چهار همچنان عدد است
(چونکه ۴۰۰ = ۱۰۰ برابر ۴) وجمع چهار همچنان عدد باین صورت
نوشته میشود ۴ × ۵۴۶۷ وحاصل ضربش این است ۲۱۸۶۸
وموافق ت ۷ ۱۰۰ برابر ۲۱۸۶۸ = ۲۱۸۶۸۰۰ این حاصل را
نیز در تحت حاصل سابق مینویسیم تا آخر جمع کنیم

رابعاً بطریق مذکور نیز بیان میکنیم که حاصل ضرب ۵۴۶۷ در ۳۰۰۰
معادل حاصل ضرب ۵۴۶۷ است در ۳ باضافهٔ سه صفر در پیشش

۱۶۴۰۱ = ۳ × ۵۴۶۷ و ۱۶۴۰۱۰۰۰ = ۵۴۶۷×۳۰۰۰

این حاصل را نیز تحت حاصل ضرب سابق مینویسیم وجمع میکنیم پس از این فقره حاصل ضرب
۵۴۶۷ در ۳۴۲۸ میباشد ۱۸۷۴۰۸۷۶

چون عمل منجر شد باینکه حاصل ضربهای جزو را تحت همدیگر بنویسیم وهمه را جمع
کنیم ممکن است در تحریر اندک اختصار دهیم مثلاً در دومین حاصل ضرب جزو ممکن است حذف
کنیم صفری را که ملحق شده بر یمین حاصل ضرب ۵۴۶۷ در رقم ۲ از
عشرات مضروب فیه بنا بر اینکه غفلت ننموده اول رقم سمت یمین این حاصل
ضرب را تحت رقم عشرات حاصل سابق قرار دهیم و در این صورت ظاهر است
که حاصل جمع تغییر نمیکند وکذا حذف میکنیم دو صفری را که ملحق شده بر یمین

حاصل ضرب ۵۴۶۷ در رقم ۴ از آحاد مضروب فیه بنا بر انکه رقم دوّمین
این حاصل را در ستون ثانی نوشتیم و همین ملاحظه را باید درخصوص رقم سوّم صفر حاصل ضرب
چهارم نمود و بنا بر این تحریر اختصار پذیرفت و صورت عمل چنین میشود

```
        ۵۴۶۷
        ۳۴۲۸
    --------
       ۴۳۷۳۶
      ۱۰۹۳۴
     ۲۱۸۶۸
    ۱۶۴۰۱
    --------
    ۱۸۷۴۰۸۷۶
```

و این قاعده کلیه نتیجه میشود

قاعدهٔ کلیّه در ضرب عدد چند رقمی در عدد چند رقمی دیگر باید مضروب فیه را
تحت مضروب نوشت و تمام ارقام مضروب را در رقم اول مضروب فیه ضرب
نمود و ابتدا از یمین بترتیب متوالی همان مضروب را در سایر ارقام مضروب فیه
و این ضربهای جزئیه در ستور حالت دوّم بجا آورده میشود و آن حاصل ضربها
تحت همدیگر نوشت و لیکن حاصل ضرب جزئی چنان نوشت که رقم اوّل سمت یمین
هر کدام واقع شود تحت آن رقم مضروب فیه که از او حاصل شده و بعد
جمیع آنها را میزان کرد و این میزان حاصل ضرب مطلوبست

۲۵ تنبیه اگر عدد ارقام حاصل ضرب و عامل برابر است
با مجموع دو عدد ارقام اند و عامل والّا عدد ارقام برابر است
با آن مجموع منهای احد

مثلا در ضرب ۴۲۷۶ × ۵۳۷ اکثر عدد ارقام ۷ است و اقل
عددش شش زیرا که چون ۴۲۷۶ واقع است مابین ۱۰۰۰ و ۱۰۰۰۰ حاصل
ضرب ۵۳۷ در ۴۲۷۶ واقع است مابین ۵۳۷۰۰۰ و ۵۳۷۰۰۰۰

یعنی صاحب ۶ یا ۷ رقم است فهو المطلوب

مسئله مشق

۱ چیست قیمت ۷۸ ذرع ماهوتیکه هر ذرعش ۲۴ قران فروخته شده جواب قیمت ماهوت ۷۸ برابر ۲۴ قرانست یعنی ۱۸۷۲ قران

۲ هرگاه مداخل شخصی در هر ماه ۲۸۴ قران باشد در مدت یکسال چه خواهد بود جواب ۳۴۰۸ قران

۳ چند است عدد حروف کتابی که ۷۱۹ صفحه دارد و در هر صفحه ۱۵۳۹ حرف گنجیده جواب ۱۱۰۶۵۴۱

۴ یک روز ۱۳ ساعت ۴۷ دقیقه ۲۱ ثانیه مرکب از چند ثانیه است بنا بر اینکه روز ۲۴ ساعت باشد و ساعت ۶۰ دقیقه و دقیقه ۶۰ ثانیه جواب ۱۳۶۰۴۱ ثانیه

۵ شعاع آفتاب در هر ثانیه ۴۹۱۷۵ فرسنگ ششهزار ذرعی سیر می‌کند از این قرار در شبانروز چند فرسنگ طی خواهد نمود جواب ۴۲۴۸۷۲۰۰۰۰ فرسنگ

۶ چشمه در هر دقیقه ۲۷ کیل آب میدهد پس در عرض شبانروز چند کیل آب از او خارج میشود جواب ۳۸۸۸۰ کیل

۷ کالسکه بخاری در هر ساعت ۹ میل راه سیر میکند پس در ۱۷ ساعت چند میل سیر خواهد نمود جواب ۱۵۳ میل

۸ محیط کره زمین ۳۶۰ درجه است و هر درجه اش ۲۵ میل عامه است یعنی میل ۴۴۴۵ متری و نیز ۲۰ میل دریائی است یعنی ۵۵۵۶ متری

پس محیط چند میل از هر نوع است جواب ۹۰۰۰ میل عامه ۷۲۰۰ میل دریائی

۹ بزرگی افتاب ۱۴۰۷۱۲۴ برابر زمین است و زمین ۴۹ برابر جرم ماه

پس افتاب چند برابر ماه است جواب ۶۸۹۴۹۰۷۶ برابر

۱۰ نصف قطر زمین ۱۰۱۶ فرسنگ ششهزار ذرعی است و فاصله زمین از افتاب

۲۳۹۸۴ برابر نصف قطر زمین است پس فاصله افتاب از زمین چند فرسنگ

جواب ۲۴۳۶۷۷۴۴ فرسنگ

درخواص متعلقه بضرب (درس ۱۴)

۴۷ مقدم میداریم ذکر دو خاصیتی را که جزو علوم متعارفه اند و در عملیات کثیر الاستعمال

اول هرگاه بخواهیم مجموع دو عدد یا چند عدد را در عددی ثالث ضرب کنیم ممکن است بجای این هر یک را از اجزا در عدد ثالث ضرب نمود و بعد دو حاصل جزو را جمع کرد مثلا $(5+9+8)\times4 = 5\times4+9\times4+8\times4$

دوم هرگاه بخواهیم تفاضل دو عدد را در عددی ثالث ضرب کنیم ممکن است بجای کسر دو جمله از در عدد ثالث ضرب نمود و بعد کوچکتر را از بزرگتر تفریق کرد

مثال $12 = 18 - 30$ و $12\times4 = 30\times4 - 18\times4$ یا $(30-18)\times4$

این دو حکم زود ثابت میشود یکی بجمع دیگر بتفریق

اولا ظاهر است که مجموع این جملها که حاصل ضرب ۵+۹+۸ باشد در ۴ مرکب است از ۴ برابر ۵ و ۴ برابر ۹ و ۴ برابر ۸ یعنی معادلت با این حاصل

$$\begin{array}{r} 5+9+8 \\ 5+9+8 \\ 5+9+8 \\ 5+9+8 \\ \hline 5\times4+9\times4+8\times4 \end{array}$$

ثانیاً هرگاه از این جمله

۳۰×۴ = ۳۰+۳۰+۳۰+۳۰

موضوع کنیم این جمله را

۱۸×۴۰ = ۱۸+۱۸+۱۸+۱۸

ظاهر است که باقی میماند

۱۲×۴ = ۱۲+۱۲+۱۲+۱۲

۲۸ تعریف چون عدد معینی را در صحیح ضرب کنیم حاصل را نسبت بآن عدد معین مضروبه گوئیم

حاصل ضرب چند عدد یا چند عامل مثل ۵×۷×۱۳×۹×۱۵×۱۷ عبارت از نتیجه است که بدست می آید بعد از انکه عامل اول را در دویم ضرب کنیم و حاصل را در سیم و حاصل آنرا در عامل چهارم و هکذا تا جمیع عاملها استعمال شوند

۲۹ قضیه اول در ضرب چند عدد صحیح هرگاه ترتیب عاملها را تغییر دهیم حاصل ضرب تغییری عارض نمیشود (قضیه حکمی است محقق که واضح نشود مگر بعد از ذکر برهان و نتیجه حکمی است که از قضیه استنباط میشود و محتاج بذکر برهان نیست)

این قضیه ثابت میشود بعد از ذکر چهار مطلب

مطلب اول حاصل ضرب دو عامل تغییر نمیکند هرگاه ترتیب آنها را تغییر دهیم مثال

۴×۳ = ۳×۴

این حکم زود ثابت میشود بجمع نمودن سطور ذیل بستونها

۴ = ۱+۱+۱+۱

۴ = ۱+۱+۱+۱

۴ = ۱+۱+۱+۱

۴+۴+۴ = ۳+۳+۳+۳

یعنی ..... ۴×۳ = ۳×۴

مطلب دویم در ضرب سه عامل حاصل تغییر نمیکند هرگاه ترتیب دو عامل اخیر را

تغییر دهیم مثال $۹\times۴\times۳ = ۹\times۳\times۴$

این حکم نیز بعمل جمع مبرهن میشود

$$۹\times۴ = ۹+۹+۹+۹$$
$$۹\times۴ = ۹+۹+۹+۹$$
$$۹\times۴ = ۹+۹+۹+۹$$

$$۹\times۴+۹\times۴+۹\times۴ = ۹\times۳+۹\times۳+۹\times۳+۹\times۳$$

یا $(۹\times۴)\times۳ = ۹\times۳\times۴$

۱ نتیجه در ضرب چندین عامل حاصل تغییر نمیکند هرگاه ترتیب دو عامل اخیر را تغییر دهیم

مثال (۱) $۷\times۵\times۶\times۴\times۳ = ۷\times۵\times۶\times۳\times۴$ نوشت

وچون $۷\times۵\times۶ = ۲۱۰$ ظاهر است که تساوی (۱) را میتوان باین صورت

$$۲۱۰\times۴\times۳ = ۲۱۰\times۳\times۴$$

واین تساوی از روی مطلب دویم صحیح است

۲ مطلب سیم در ضرب چند عامل میتوان ترتیب هر دو عامل متوالی را تغییر داد

مثال $۷\times۳\times۶\times۵\times۴\times۱۹\times۲۳ = ۷\times۳\times۶\times۴\times۵\times۱۹\times۲۳$

هرگاه عاملهای واقع بعد از ۵ و ۴ را اعتبار نکنیم بنابر آنچه ثابت شد این تساوی صحیح است $۷\times۳\times۶\times۵\times۴ = ۷\times۳\times۶\times۴\times۵$ پس ظاهر است که

$$۷\times۳\times۶\times۵\times۴\times۱۹\times۲۳ = ۷\times۳\times۶\times۴\times۵\times۱۹\times۲۳$$

بعد از این مقدمات قضیهٔ اصلی زود ثابت میشود

۳ مطلب چهارم در ضرب چندین عامل ترتیب عاملها را هرگونه تغییر دهیم در حاصل تغییری واقع نمیشود چونکه تغییر دادن ترتیب عاملهای حاصل ضرب آخر منجر میشود باینکه عامل مشخصی را در مکان اول قرار دهیم و عامل مشخص دیگری را در مکان

ثانی

ثانی و هکذا سایر عاملهای متحصل الیک کرد ضرب اول اختیار کنیم آن عامل مشخص را که باید در ضرب دویم مکان اول قرار گیرد ممکن است اول مکان نرا تبدیل کنیم با عاملی که بلا فاصله مقدم برا وست و بعد مکانش را تبدیل کنیم با عامل جدید که درسمت یسارش واقع است چون این حاصل ضرب دویم منظم شد اختیار میکنیم آن عامل مشخص را که باید در مکان ثانی قرار گیرد و بطریق مذکور میرسانیمش بمحل خویش و همین طور رفتار می کنیم تا جمیع عوامل بتوالی در مواضع مشخصه خویش قرار گیرند

مثال $۷ \times ۳ \times ۶ \times ۵ \times ۴ = ۶ \times ۴ \times ۳ \times ۷ \times ۵$

زیرا که $۷ \times ۳ \times ۶ \times ۵ \times ۴ = ۶ \times ۷ \times ۳ \times ۵ \times ۴ =$

$= ۶ \times ۴ \times ۷ \times ۳ \times ۵ = ۶ \times ۴ \times ۳ \times ۷ \times ۵$

ابتدا ۶ را بمکان اول آوردیم باینطور که مکانش را با ۳ تبدیل نمودیم و بعد با ۷ (از قرار مطلب اول) و دیگر موضع ۶ را تغییر ندادیم و لیکن ۴ را بمکان دویم آوردیم از این قرار که بترتیب موضعش را با ۵ و بعد با ۳ و بعد با ۷ تبدیل نمودیم و مانند این عمل را در خصوص ۳ و سایر نمودیم

۹ و ۳ قضیه ۲ چون خواهیم عددی را در حاصل ضرب چند عامل ضرب کنیم ممکن است بجای این عمل عدد را در عامل اول ضرب کنیم و حاصلش را در عامل دویم و هکذا تا آنکه جمیع عاملها استعمال شوند

مثال $۶۰ = ۳ \times ۴ \times ۵$ حال اگر بخواهیم در ۶۰ عددی مثل ۳۷ را ضرب کنیم ممکن است عوض آن ۳۷ را در ۳ ضرب نمود و حاصل را در ۴ و حاصل ثانی را در ۵ و این حکم را چنین نویسند

$$۳۷ \times ۶۰ = ۳۷ \times ۳ \times ۴ \times ۵$$

زیرا که ۳۷ × ۶۰ = ۶۰ × ۳۷ = ۳ × ۴ × ۵ × ۳۷

لیکن ۳ × ۴ × ۵ × ۳۷ = ۳۷ × ۳ × ۴ × ۵

پس ۳۷ × ۶۰ = ۳۷ × ۳ × ۴ × ۵

۳۱ نتیجهٔ اول هرگاه بخواهیم حاصل ضربی را در عددی ضرب کنیم یا بر آن عدد قسمت نمائیم ممکن است بجایش یکی از عاملهای آن حاصل را در عدد مفروض ضرب نمود یا بر آن عدد قسمت کرد

مثال ۳ × ۷ = ۲۱ و ۳ × ۷ × ۱۹ = ۲۱ × ۱۹ (قضیهٔ دویم)

پس حاصل ضرب ۱۹ در ۲۱ سه برابر حاصل ضرب ۷ × ۱۹ است و بعبارهٔ اخری حاصل ضرب ۷ × ۱۹ ثلث حاصل ضرب ۲۱ × ۱۹ است

۳۲ نتیجه ۲ چون بخواهیم دو حاصل ضرب را در همدیگر ضرب کنیم ممکن است بجایش یک حاصل ضرب ترتیب داد از ترکیب عاملهای مضروب و عاملهای مضروب فیه

مثال (۹ × ۷ × ۸) × (۱۸ × ۱۳ × ۵) = ۹ × ۷ × ۸ × ۱۸ × ۱۳ × ۵

[هرگاه بخواهیم بنمائیم که عملی تعلق دارد بحاصل چند جمله که باید اجزایش جمع شوند یا تفریق یا در هم ضرب شوند و امثال آن و هنوز حاصل آن جملها مشخص نشده باشد آنها را در چنین صورت ( ) مندرج میکنیم این صورت را علامت جامعه یا جامع گوئیم مثلا اگر بخواهیم بنمائیم ضرب دو جمله را که یکی حاصل ضرب اعداد ۹ و ۷ و ۸ باشد و دیگر حاصل ضرب عاملهای ۱۸ و ۱۳ و ۵ باینصورت مینویسیم (۹ × ۷ × ۸) × (۱۸ × ۱۳ × ۵)

و اگر بخواهیم تفاضل دو جمله را که یکی حاصل جمع دو عدد ۵ و ۱۳ باشد و دیگر تفاضل بین دو عدد ۱۲ و ۹ باینصورت مینویسیم (۱۳ + ۵) − (۱۲ − ۹)]

آنچه مربوط باشد به عامل اول بین دو ی از تعریف نمرهٔ ۲۸ استنباط می شود و آنچه

مربوط باشد به عامل اخیر از قضیه ۲ (۳۵) استنباط میشود و ظاهر است که این نتیجه بضرب چندین عامل نیز تعلق میگیرد

۳۳ نتیجه ۳ در ضرب چندین عامل ممکن است عددی از عاملها را برداشته حاصل ضرب شان را عوض قرار داد

چونکه اول ممکن است آن چند عامل را با تالی همدیگر در صدر عاملها نشاند و الوقت معلوم است حاصلشان را میتوان بجای آنها گذاشت و بعد این حاصل را در هر موضع نحو خواهیم قرار داد

در بعضی متعلقات ضرب

۳۴ در ضرب دو عدد که از سمت یمین بچند صفر منتهی شده باشند

قاعده چون خواهیم که در هم ضرب کنیم دو عدد را که با اصفار چند منتهی شده باشند قاعده اینست که اول از اصفار چشم بپوشیم و آن دو عدد عاری از صفر را در همدیگر ضرب کنیم و بعد از اتمام عمل بعدد مجموع اصفار مضروب و مضروب فیه صفر در یمین حاصل قرار دهیم

مثال

```
  ۸۴۰۰۰
   ۷۶۰۰
 -------
    ۵۰۴
   ۵۸۸
 ---------
 ۶۳۸۴۰۰۰۰۰
```

برهان $۸۴۰۰۰ \times ۷۶۰۰ = ۸۴ \times ۱۰۰۰ \times ۷۶ \times ۱۰۰ = ۸۴ \times ۷۶ \times ۱۰۰۰ \times ۱۰۰$

ازین تساوی معلوم میشود که باید ۸۴ را در ۷۶ ضرب نمود و در یمین حاصل ضرب اصفاری بعدد ۲ + ۳ یا ۵ قرار داد فهو المطلوب

۳۵ تنبیه گاه در ضرب چند عامل چنان اتفاق می افتد که اگر بعضی از آنها را نزدیک همدیگر آوریم و در هم ضرب کنیم حاصل عددی میشود که خصوصیتش

اسباب تسهیل عمل کل میشود و معلوم است در این صورت بهتر است که عاملها را
بحاصل ضربشان مبدل کنیم

مثال ۲۴۷×۲×۱۹×۵×۴×۲۵

چون ۱۰=۵×۲ و ۱۰۰=۲۵×۴ حاصل ضرب عاملهای مفروض معادل میشود

با ۳۴۷×۱۹×۱۰×۱۰۰

مثال دوم ۳۴۷×۳×۴×۱۵×۵

چون ۲۰=۵×۴ و ۴۵=۳×۱۵ و ۹۰۰=۴۵×۲۰

بجای ضرب فوق بهتر است که ۳۴۷ را در ۹۰۰ ضرب کنیم و بطور کلی
هر وقت در عمل ضرب دو یا سه عامل یک فتحی دیده شود و آنها را در همدیگر ضرب کنیم و
حاصل را بجای عاملها قرار دهیم عمل ضرب آسان میشود (۳۳)

۳۶ قاعده امتحان ضرب — در امتحان ضرب همین قدر کافی است ترتیب عاملها
را تغییر دهیم یعنی مضروب را بجای مضروب فیه بنویسیم این را در جای آن و عمل را بانجام
رسانیم آنوقت باید حاصل اول نتیجه شود

مثال

```
  ۳۴۷          ۲۶۸
  ۲۶۸          ۳۴۷
 ─────        ─────
 ۲۷۷۶         ۱۸۷۶
۲۰۸۲         ۱۰۷۲
۶۹۴          ۸۰۴
──────       ──────
۹۲۹۹۶        ۹۲۹۹۶
```

در خصوص قوای عدد

۳۷ قوه در عبارت از حاصل ضرب چند عامل است که هر کدام
برابر آن عدد باشد

مثال قوه چهارم ۱۷ این حاصل ضرب ۱۷×۱۷×۱۷×۱۷

و عدد عاملها را درجه آن قوت گوئیم چنانچه در مثال مذکور عدد ۴ درجه قوت ۱۷ است
درجه قوت را علی الرسم در یمین عدد و بالا نویسیم اندک تأمل بفوق و از این رسم معلوم
میشود که عدد صاحب چه درجه است

مثال قوت چهارم هفده را چنین نویسیم 17^4 و رقم ۴ را درجه یا نماینده یا بطور
اختصار نما گوئیم و من باب قیاس عدد ۱۷ را قوت اول خود ۱۷ گوئیم و میتوان
آنرا بصورت 17^1 نوشت

۳۸ قاعده هرگاه بخواهیم دو قوت یا چند قوت عددی را در هم ضرب کنیم همین
قدر کافی است که عدد را بنویسیم و نمایش را برابر مجموع نماهای عامل قرار دهیم

مثال $17^4 \times 17^3 = 17^7$ زیرا که $17^4 \times 17^3 = (17 \times 17 \times 17 \times 17) \times$

$\times (17 \times 17 \times 17) = 17 \times 17 \times 17 \times 17 \times 17 \times 17 \times 17 = 17^7$

هرگاه عاملهای حاصل ضربی را بقوتی رسانیم چنانست که خود حاصل ضرب را بآن قوت
رسانیده باشیم

مثال میخواهیم ۶۰ را بقوت سیم رسانیم و آن معادل است با ۵×۴×۳ پس

$$60^3 = (3 \times 4 \times 5)^3 = 3 \times 4 \times 5 \cdot 3 \times 4 \times 5 \cdot 3 \times 4 \times 5 =$$
$$= 3 \times 3 \times 3 \cdot 4 \times 4 \times 4 \cdot 5 \times 5 \times 5 = 3^3 \times 4^3 \times 5^3$$

از ترکیب دو قاعده مذکوره نتیجه میشود که هرگاه عاملهای حاصل ضربی صاحب درجه
نما باشند و بخواهیم این حاصل را بقوتی رسانیم همین قدر کافی است که نمای هر عامل را
در نمای قوت ضرب کنیم

مثال $(2^4)^3 = 2^4 \times 2^4 \times 2^4 = 2^{12}$

و $(2^4 \times 3^3 \times 5)^3 = 2^{12} \times 3^9 \times 5^3$

در قسمت (درس ۵)

۳۹ هرگاه معلوم باشد حاصل ضرب و عدد و یکی از آن دو عدد
قسمت عملی است که با عمل معلوم میکنیم عدد دیگر را

مثال ۸۴ حاصل ضرب عدد ۷ است در عدد دیگر غیر معین و مقصود تعیین آن عدد
در چنین مقام عمل قسمت بکار آید حاصل ضرب معلوم ۸۴ را
مقسوم گوئیم و عامل معین ۷ را مقسوم علیه و عامل مطلوب را خارج قسمت
عمل قسمت را یکی از این سه صورت نمائیم ۸۴ |۷ و ۸۴ : ۷ و $\frac{84}{7}$ و بخوانیم
۸۴ قسمت بر ۷

عدد مقسوم چون برابر است با حاصل ضرب مقسوم علیه در خارج قسمت (۱۲×۷=۸۴)
مقسوم علیه را بعدد آحاد خارج قسمت شامل میشود و لهذا مقام استعمال قسمت را باین عبارت
ادا کنیم بعمل قسمت مشخص میشود که در عدد مقسوم چند مرتبه عدد مقسوم
علیه مندرج است و عدد مراتبی را که مقسوم علیه در مقسوم مندرج میشود نتیجه عمل تقسیم است
خارج قسمت گوئیم

و میتوان نیز چنین ملاحظه کرد که مقسوم برابر است با حاصل ضرب خارج قسمت در مقسوم علیه
(۷×۱۲ = ۸۴) و از این قرار مقسوم ۸۴ مرکب است از خارج قسمت ۱۲ بعدد آحاد مقسوم علیه
۷ و لهذا مقام استعمال قسمت را باین نحو نیز بیان کنیم

قسمت عملی است که بآن عمل مجزی میکنیم عدد مقسوم را بافقدر از اجزای متساوی
که آحاد در عدد مقسوم علیه یافت میشود و نتیجه عمل که خارج قسمت باشد یکی
از آن اجزاست

و باین تعریف وجه تسمیه قسمت و مقسوم و مقسوم علیه هر یک معلوم میشود

١٤٠ همیشه چنین اتفاق نمی‌افتد که مقسوم بشمار صحیح مقسوم علیه را شامل شود و اغلب
خلاف اینحالت بروز میکند مثال تقسیم ٤٣ بر ٥ و تقسیم ٥٠ بر ٨
بسا باشد که شخص قبل از اتمام عمل تقسیم میداند کدام یک از آن دو حالت ظاهر شود
مثلا در تقسیم دو عدد بزرگی که بلا تأمل عرض نموده باشیم وقت قسمت در مقام تحقیق این مطلب
بر نمی‌آئیم و چنان حرکت میکنیم که بدست آید عدد صحیح مرتبه که ممکن است مقسوم علیه
در مقسوم مندرج شود و بعبارة اخری مقصود را منحصر میکنیم بیافتن اکثر عدد یکه
چون در مقسوم علیه ضرب شود حاصلش در مقسوم بگنجد

و چون آن اکثر عدد و خارج قسمت را یافتیم مقسوم علیه را در او ضرب میکنیم حاصل ضرب را از
مقسوم تفریق میکنیم پس اگر در تفریق چیزی باقی نماند ظاهر میشود که مقسوم درست برابر بوده است
با حاصل ضرب مقسوم علیه در خارج قسمت مشخص و در اینصورت میگوئیم مقسوم قابل قسمت است
بر مقسوم علیه و منضرب است از او مثال قسمت ٤٠ بر ٥ و چنانچه در تفریق چیزی
باقی ماند ظاهر میشود که مقسوم معادل نیست با حاصل ضرب مقسوم علیه در خارج قسمت صحیحی که مشخص
شده بلکه معادل است با مجموع حاصل ضربش با باقی مانده

مثال در قسمت ٤٢ بر ٥ چون ٤٢ را بر ٥ قسمت کنیم خارج قسمت ٨ میشود
و باقی میماند ٢ و ٢ ٤٢ = ٥ × ٨ + ٢ در اینصورت میگوئیم که مقسوم قابل قسمت
نیست بر مقسوم علیه

و چون خارج قسمت اکثر عدد مراتبی است که مقسوم علیه در مقسوم مندرج شود باید باقی کوچکتر
باشد از مقسوم علیه

و حال مشغول میشویم بذکر قاعدهٔ عملیه تقسیم دو عدد صحیح

١٤١ در تعیین خارج قسمت حقیقةً ممکن است که هیچ عملی مجری نداریم جز نمودن چند مثالی

مثال فرض میکنیم مقصود تشخیص اکثر عدد مراتب است که ممکن باشد ۵ در ۴۲ مندرج شود ۵ را
از ۴۲ موضوع میکنیم باقی ۳۷ بعد ۵ از ۳۷ باقی ۳۲ و این عمل را مکرر میکنیم
تا وقتیکه باقی مانده کمتر از ۵ شود و این حالت بعد از هشت تفریق متوالی ظاهر میشود و آن
باقی ۲ است پس معلوم میشود که ۴۲ عدد ۵ را ۸ مرتبه صحیح مشتمل است و باقی ۲ است
در اینصورت میگوئیم که از قسمت ۴۲ بر ۵ حاصل میشود خارج قسمت صحیح ۸ و باقی میماند
۲ و نیز میگوئیم که ۸ خارج قسمت ۴۲ است بر ۵ با یکواحد تقریب

۴۲ ولی تعیین خارج قسمت بعمل تفریق بسیار مطول میشود و کار اجرایش متعذر است لهذا
قواعد و وجوه مخصوصه چند برای عمل قسمت وضع شده

در قسمت سه حالت دیده میشود

حالت اول آنست که مقسوم علیه صاحب یک رقم باشد و مقسوم کمتر از ده مرتبه
مقسوم علیه را مشتمل شود

حالت دوم آنست که قیدی در عدد ارقام مقسوم بین نباشد ولی باز مقسوم کمتر از ده
مرتبه مشتمل شود مقسوم علیه را

حالت سیم آنست که هیچ قیدی در عدد ارقام حاملین نباشد ولی مقسوم اقلا
ده مرتبه مشتمل شود مقسوم علیه را این حالات سه گانه زود تشخیص داده میشود باینکه صفری چند
در یمین مقسوم علیه اضافه کنیم و بسنجیم آنرا بمقسوم

۴۳ حالت اول میخواهیم ۱۲۴ را بر ۹ قسمت کنیم
در این عمل باید حاصل ضرب ۹ را در اعداد یک رقمی بخاطر داشته باشیم و اگر
حاضر نداشته باشیم باید رجوع نمود بستون هم یا بسطر هم جدول فیثاغورس و اگر
جدول هم موجود نباشد باید چند حاصل ضرب متوالی ترتیب داد تا آنجا که حاصل از ۱۲ تجاوز کند

نماید خلاصه به هر وجه تا بر زود معلوم میشود که ۵ × ۹ بزرگتر حاصل ضربی است که
در ۴۷ مندرج شود پس ظاهر شد که ۵ خارج قسمت صحیح ۴۷ است بر ۹ و باقی‌ماندهٔ
این قسمت ۲ است

۶۴ حالت دوم میخواهیم عدد ۴۳۷۶ را بر ۸۲۴ قسمت کنیم
چون ۴۳۷۶ کوچکتر است از ده برابر ۸۲۴ یعنی از ۸۲۴۰ خارج قسمت
مطلوب عددی است یک رقمی و میتوان به دستور العمل حالت اول طلب نمود این حاصل
ضربهای یکی از آن مقسوم علیه در اعداد یک رقمی به ترتیب داده شود بزرگتر حاصلی را که در
۴۳۷۶ مندرج شود ولی چون آن حاصل ضربها را در ذهن نسپرده‌ایم هیات مخصوصا
آنها را ایجاب مشخص نمود و این عملی است طویل و از این قرار تعیین خارج قسمت مانند چندین
تعریف قتالی است که سابق ذکر شد پس قاعده مختصری برای اجرای این قسمت لازم است
و اکنون هم ذکر میکنیم که قاعده مطلوبه را آن زودی بدست آید
مقسوم شامل است به حاصل ضرب آحاد و عشرات و مآت مقسوم علیه را در رقم خارج قسمت
مطلوب و حاصل ضرب ۸ مآت مقسوم علیه در آن خارج قسمت عدد صحیحی است از مآت و باید
تماماً مندرج شود در ۴۳ مآت مقسوم پس اگر ۴۳ مآت را قسمت کنیم بر ۸ مآت که
یکی از ده عامل است بدست می آید عامل دیگر که خود خارج قسمت مطلوب است یا اندکی بزرگتر

مثال امتحان میکنیم و میگوییم در ۴۳ مآت چند مرتبه مندرج میشود ۸ مآت و یا در ۴۳
عدد مطلق چند مرتبه مندرج میشود پس اگر این ۵ رقم مطلوب باشد باید حاصل ضرب
۸۲۴ در ۵ مندرج شود در ۴۳۷۶ و در مثال همین طور اتفاق افتاده
۴۱۲۰ = ۵ × ۸۲۴ و بعد از تفریق این حاصل از ۴۳۷۶ باقی میماند ۲۵۶

و میگوییم

و میگوییم خارج قسمت ۴۳۷۶ بر ۸۲۴ ۵ باشد و باقی میماند ۲۵۶ پس

۴۳۷۶ = ۸۲۴ × ۵ + ۲۵۶

۴۳۷۶	۸۲۴
۴۱۲۰	۵
۲۵۶	

وصورت عمل اینست

از این بیانات قاعده کلیه ذیل مستنتج میشود

۳ قاعده در تقسیم اعداد صحیحی که خارج قسمتشان صاحب یک رقم باشد قاعده اینست که از سمت یمین مقسوم ارقامی جدا کنیم یکی واحد کمتر از عدد ارقام مقسوم علیه و آنچه در سمت یسار باقی میماند قسمت کنیم بر رقم اول سمت یسار مقسوم علیه و خارج قسمت صحیح این تقسیم خود خارج قسمت مطلوب است یا اندکی زیاده پس برای تحقیق این فقره تمام مقسوم علیه را در این خارج قسمت صحیح ضرب میکنیم اگر تفریق حاصل ضرب از مقسوم ممکن شود معلوم میشود که خارج قسمتی که یافته ایم درست است والا قدری زیادتی دارد و باید واحدی از او کاست تا نتیجه را نوبت دیگر امتحان کرد پس اگر آن نتیجه بزرگ باشد واحد دیگر نقصان میکنیم و باز امتحان میکنیم و هکذا

بعضی تنبلها گاه گمان میکنند که میتوان از خارج قسمت یابد بیشتر از واحد تفریق نمود و در این صورت خطای زاید ناقص میشود و علامت آنکه این رقم کاسته شده کوچکتر از خارج قسمت واقعی است این است که چون از مقسوم تفریق کنیم حاصل ضرب مقسوم علیه را در همین رقم باقیمانده برابر مقسوم علیه شود یا قدری بزرگتر از آن که در این صورت باید یا واحدی اضافه کرد و امتحان نمود و هکذا تا آنکه باقیمانده کوچکتر از مقسوم علیه شود

مثال در تقسیم ۴۳۸ بر ۵۳ بدون تحقیق گمان میکنیم خارج قسمت ۸ زیادتی دارد و فرض میکنیم ۷ باشد بعد از عمل باقی میماند ۵۷ و آن

۴۳۸	۵۳
۵۷	۷

بزرگتر است از مقسوم علیه آنوقت ملتفت میشویم که خارج قسمت فرضی ۷ کوچک است و باید اقلا
واحدی بر او افزود زیرا که ۴۲۸ مثال سابق ۷ برابر ۵۳ و ۵۷ هر دو را یعنی ۷
برابر ۵۳ و ۵۳ و ۴۶ هر سه را با ۸ برابر ۵۳ را باید تفتیش ۴ پس باید در محل خارج قسمت ۸ نوشت
نه ۷ چونکه آن باید اکثر عدد مراتبی باشد که مقسوم شامل مقسوم علیه میشود

۴۶۵ حالت سیم قسمت منجر میشود بحالت دویم چونکه خارج قسمت صاحب چند رقم باشد
باید سلسله از قسمتهای جسته نی آنجرا جزء شود و در هر قسمت یک رقمش بدست می آید پس چند

و ۴۱۲۰ حاصل ضرب مقسوم علیه است در خارج قسمت
عادت براین جاری شده که حاصل ضرب مذکور را در تحت مقسوم ننویسیم و بسبب تقلب
احاد مفرد و عشرات و مات مقسوم علیه را در رقم خارج قسمت ضرب کنیم و هر کدام
از این حاصل ضربها جزء را جدا جدا و بتدریج تفریق کنیم از ارقام متناسبه مقسوم

و هر گاه تفریق ممکن نشود بر ارقام مقسوم هر چند مقتضی باشد عشرات بیفزاییم بنا
برانکه عدد این عشرات را محفوظ داشته اضافه کنیم بر حاصل ضربی که بعد تفریق میشود
و برای توضیح این قاعده مثال سابق را اعاده میکنیم

۴۳۱۶	۸۲۴
۲۵۶	۵

وصورت عمل از اینقرار است
۵ در ۴ : ۲۰ ؛ ۲۰ از ۲۶ باقی ۶ این ۶ را مینویسیم و ۲ را محفوظ میداریم ۵ در
۲ : ۱۰ و ۲ : ۱۲ ؛ ۱۲ از ۱۷ باقی ۵ این ۵ را مینویسیم و ۱ را محفوظ میداریم
۵ در ۸ : ۴۰ و ۱ : ۴۱ ؛ ۴۱ از ۴۳ باقی ۲ این ۲ را مینویسیم

۱۴۶ دستور امتحان رقم خارج قسمت - بهتر آنست که قبل از تحقیق زیادتی و نقصان رقم خارج قسمت هیچ عدد نه در تحت مقسوم علیه نویسیم و نه در تحت مقسوم چونکه اگر از این تحقیق غفلت کنیم ممکن است چند مرتبه محو و اثبات نمائیم ارقامی را که سابق نوشته شده

چون خواهیم ظن قوی در صحت رقم خارج قسمت حاصل شود باید آنرا بنحوی امتحان نمود در این امتحان لازم نیست چیزی در تحت مقسوم و مقسوم علیه نوشته شود و امتحان آن رقم بچند وجه ممکن است و ما وجه معمول را اختیار میکنیم

بدون چیز نویسی در دو سه رقم اول سمت یسار مقسوم علیه و در ارقام نظایر آنها از مقسوم تحقیق میکنیم چنانچه در ضمن مثال توضیح میشود

۵۷۸۴۲۱ | ۸۷۵۳۴

در ۵۷ چند مرتبه ۸ است ۷ مرتبه و برای امتحان ۷ میگوئیم ۷ مرتبه ۷ : ۴۹ ؛ ۴۹ از ۵۸ باقی ۹ محفوظ میداریم ۵ را و ۷ در ۸ : ۵۶ و ۵ : ۶۱ تفریق ۶۱ از ۵۷ ممکن نمیشود پس عدد ۷ اندک زاید است و باید ۶ را امتحان نمود در این امتحان اکتفا میکنیم بدو رقم اول سمت یسار مقسوم علیه و اغلب همین دو رقم کافی است ولی شخص اگر خواهد بدقت تحقیق کند باید سه رقم اختیار کند و با وجود آن نمیتوان یقین حاصل کرد در صحت رقم خارج قسمت لیکن بندرت اتفاق می افتد که بعد از استعمال سه رقم خطائی ظاهر شود

و عنقریب در (۱۵۰) وجهی دیگر برای امتحان رقم خارج قسمت ذکر میکنیم و بنظر ما آن قاعده را رجحانی است بر قاعده مذکوره پس بر شاگرد لازم است که آنرا خوب بیاموزد

۱۴۷ ثالث میخواهیم عدد ۵۴۷۶۲ را بر ۸۷ قسمت کنیم

```
۵۴۷۶۲ | ۸۷
 ۲۵۶  |-----
  ۸۲۲ | ۶۲۹
   ۳۹
```

۵۴۷۶۲ = ۶۲۹ × ۸۷ + ۳۹

یا

۵۴۷۶۲ = ۸۷ × ۶۲۹ + ۳۹

میتوان گفت که مقصود از این تقسیم آنست که ۵۴۷۶۲ واحد بر ۸۷ جزو متساوی تقسیم کنیم و بعبارت اخری ۵۴۷۶۲ را مابین ۸۷ نفر قسمت کنیم (مسئله را باین عبارت در آوردیم محض اینکه بیان دلیل بخیال مبتدی نزدیک شود و زودتر درک کند و لیکن مسئله بعمومیت خود باقی است) و بنا بر تعریف سهم ب ۳۹ عدد آحادی که بهر نفر میرسد خارج قسمت مطلوب است در این قسمت بهر شخص یک عشرات الف نمیرسد چونکه در مقسوم بیش از ۵ عشرات الف موجود نیست و بهمین دلیل سهم هر شخص کمتر از یک میشود لیکن بهر نفر اقلاً یک مائه میرسد چونکه در مقسوم بیش از ۸۷ مائه موجود است و هر نفر صاحب ۱ مائه خواهد شد اگر مقسوم ۲ مرتبه ۸۷ مائه را مشتمل شود و صاحب ۳ مائه خواهد شد اگر ۳ مرتبه ۸۷ مائه را مشتمل شود و بالاخره ظاهر است که عدد مائه که بهر شخص میرسد برابر است با عدد مراتبی که ۸۷ مائه شامل میشود در ۵۴۷ مائه و بعبارة اخری برابر است با عدد مراتبی که ۸۷ مطلق شامل میشود در ۵۴۷ (پس ملاحظه کنید که از روی دلیل رسیدیم بجائیکه باید از یسار مقسوم جدا نمود آن قدر ارقامی که مقسوم علیه را شامل شود از جهت کفایت نه بیش باشد و نه کم) پس از قسمت
حالت دوم ۵۴۷ را بر ۸۷ قسمت میکنیم خارج قسمت ۶ است و باقی ۲۵ و بهر نفر ۶ مائه میرسد بشرح یکه اگر بهر کدام ۶ مائه دهیم بیش از ۲۵ مائه باقی نمیماند که با نها قسمت کنیم پس ۶ را مینویسیم آن رقم اول سمت یسار خارج قسمت خواهد بود و همان طور پیش میرویم و میگوییم ۲۵ مائه معادل است با ۲۵۰ عشره باضافه ۶ عشره مقسوم ۲۵۶ عشره میشود و در این قسمت ظاهر است که بهر شخص علاوه بر ۶ مائه سابق بعدد مراتبی که ۸۷ در ۲۵۶ مندرج است عشرات میرسد پس از قرار

حالت دوم ۶۲۵۶ را بر ۸۷ قسمت میکنیم خارج قسمت ۰ است و تنخ ۸۲ و بهر
شخص ده عشره میرسد پیش چونکه بعد از بخش عشرات باقی ۸۲ عشره است و ۲ واحد که باید
قسمت شود پس ۲ را در یمین خارج قسمت ۶ مینویسیم و پیش میرویم ۸۲ عشره یا ۸۲۰
واحد با اضافه ۲ واحد ۸۲۲ واحد میشود و بهر شخص عدد ده بر ۶ مائه و ۲ عشره آحادی نیز
سهم میرسد و عدد این آحاد برابر است بعدد مراتبی که ۸۷ شامل میشود در ۸۲۲ این عدد را
بر ۸۷ قسمت میکنیم خارج قسمت ۹ است و باقی ۳۹ رقم ۹ را در یمین ۲ عشره
خارج قسمت مینویسیم و بهر نفر ۶۲۹ واحد میرسد و ۳۹ باقی میماند که نمیتوان از او بهر نفر
یک واحد سهم داد پس خارج قسمت مطلوب ۶۲۹ است و باقی ۳۹ اگرچه بیان ما بحسب ظاهر
بحالت مخصوصی تعلق گرفت ولیکن نتیجه را که در جمیع حالات ممکنه از عمل تقسیم مقصود است
ملتفت شده و دیدیم در حقیقت چون بعد از قسمت ۵۴۷۶۲ میتوانیم بهرکدام از ۸۷ نفر
۶۲۹ واحد بدهیم و آخر ۳۹ باقی میماند که قابل قسمت نیست میگوئیم عدد ۵۴۷۶۲ عدد
۸۷ را ۶۲۹ مرتبه شامل میشود و ۳۹ باقی میماند

و بعبارت اخری

$$۵۴۷۶۲ = ۶۲۹ \times ۸۷ + ۳۹$$

یا

$$۵۴۷۶۲ = ۸۷ \times ۶۲۹ + ۳۹ \quad \ldots\ldots$$

پس دانستیم که عدد ۵۴۷۶۲ چند مرتبه ممکن است شامل شود ۸۷ را (۶۲۹) و نیز دانستیم
اکثر عددی را که چون در مقسوم علیه ضرب شود حاصلش در مقسوم مندرج شود (۶۲۹) و مقصود از
تقسیم تحصیل یکی از این دو نتیجه است و چون بیان مذکور بهر نوع تقسیم تعلق میگیرد و قاعده مستنبطه قاعده
کلیه تقسیم میشود و این است آن قاعده

۲ـ قاعده در تقسیمی که مقسوم اقلاً ده برابر مقسوم علیه باشد قاعده این است
که از یسار مقسوم آن قدر ارقام جدا کنیم که ترکیبش اقلاً بکمرتبه و اکثراً نه مرتبه

شامل شود مقسوم علیه را وار فرار حالت دوم این عدد سمت یسار در
بر مقسوم علیه قسمت کنیم و رقم نتیجه را در محل خارج قسمت مینویسیم و
ان اعلی مرتبهٔ خارج قسمت است بعد مقسوم علیه را در این رقم
ضرب میکنیم و حاصل را از مقسوم جزوی که جدا نمودیم تفریق میکنیم
و در یمین باقی نقل میکنیم رقمی را که در مقسوم اصلی تالی مقسوم جزو است
و ان عدد را بر مقسوم علیه قسمت میکنیم و رقم خارج قسمت را در یمین
رقمی که سابق در خارج قسمت نوشته شده بود مینویسیم و مقسوم علیه را
در ان رقم ضرب میکنیم و حاصل را از دومین مقسوم جزو تفریق میکنیم و در یمین
باقی نقل میکنیم رقمی از مقسوم اصلی را که تالی رقمی باشد که سابق نقل شده
تا سوم مقسوم جزو ترتیب داده شود و بر مقسوم علیه قسمت میکنیم و همچنان
پیش میرویم تا انکه جمیع ارقام مقسوم اصلی نقل شود

تنبیه اگر اتفاق افتد که مقسوم جزوی بر مقسوم علیه قسمت نشود از ان
جهت است که در خارج قسمت موجود نیست نوع احاد مرتبهٔ رقمی که نقل شده
را این حکم از بیان سابق نتیجه میشود چونکه اگر خارج قسمت از نوع ان مرتبه
بود مقسوم جزو شامل میشد حاصل ضرب مقسوم علیه را اقلا در واحد
یعنی خود مقسوم علیه را مشتمل بود) پس صفری در خارج قسمت مینویسیم و
مقسوم جزو را باقی فرض میکنیم و در یمینش رقمی دیگر از مقسوم اصلی نقل میکنیم
و عمل را بانجام میرسانیم

هر باقی مانده باید کمتر باشد از مقسوم علیه چونکه هر رقم که در خارج قسمت نوشته
شود باید اکثر عدد ثابت صحیح باشد که مقسوم جزو شامل مقسوم علیه میشود پس اگر

باقی بزرگتر از مقسوم علیه باشد دلیل است بر اینکه مقسوم اقلاً مرتبه پیشتر
نازل میشود مقسوم علیه را و بر رقمی که در خارج قسمت نوشته شده
باید واحدی اقلاً افزود و بعد از اضافه نوبت دیگر امتحان کرد (۴۴)
و ظاهر است که آنچه بعنوان قاعده کلی ذکر نمودیم نتیجه است از آنچه در ضمن مثال سابق گذشت

دستور العمل امتحان تقسیم و ضرب

۶۸ امتحان تقسیم بر این وجه است که ضرب کنیم مقسوم علیه را در خارج قسمت و باقی را بر حاصل اضافه کنیم مجموع باید برابر مقسوم شود (۴۵)

امتحان ضرب را میتوان نیز بر این وجه نمود که تقسیم کنیم حاصل ضرب را بر یکی از دو عامل و خارج قسمت باید برابر عامل دیگر شود و هیچ باقی نماند (تعریف اول ۳۹)

ملاحظات چند در باب تقسیم

۶۹ چون فارغ شدیم از بیان قاعده قسمت در عدد صحیح بهتر آنست که در این مقام ذکر کنیم بعضی اختصارات عمل را که بسیار مفید است در تسهیل اعمال

اختصار عملی که تعلق داشته باشد بقاعده کلیه مذکوره تقسیم این است که باقیهای متتالیه را نویسیم و نه مقسومهای جزء را و این مطلب را در ضمن مثال توضیح کنیم

۳۷۸۵۳	۸
۵	۴۷۳۱

در ۳۷ عدد ۸ چهار مرتبه مندرج است و باقی ۵ (این باقی معادل است با ۵ واحد مرتبه سمت یمین ۵۰ و با ۸ میشود ۵۸ و در هر باقی همین حکم جاری است) در ۵۸ عدد ۸ هفت مرتبه مندرج است و باقی ۲ در ۲۵ عدد ۸ سه مرتبه مندرج است و باقی ۱ در ۱۳ عدد ۸ یکمرتبه شامل است و باقی ۵ و چون این خارج قسمتهای جزء ۴ و ۷ و ۳ و ۱ را بر ترتیب در یمین همدیگر نویسیم حاصل ۴۷۳۱ خارج قسمت مطلوب است و باقی مانده آخر ۵ (و که ۵

عمل را باین نحو تعبیر میکنیم

مثلا ۳۷ : ۴ بازاء ۳۲ و باقی ۵ یا ۵ د ۸ : ۵۸ مثلا ۵۸ : ۷ بازاء ۵۶ باقی ۲ یا ۲۰ و ۵ : ۲۵ وغیره)

۵۵ بدستور مذکور تقسیم عدد چند رقمی بر یک رقمی آسان است و بعد از آموختن قاعدهٔ ذیل را در اعمال تقسیم رسمی میتوان مجری داشت

قاعدهٔ در امتحان ارقام خارج قسمت در حالت دوم و سوم یعنی در تقسیم عدد چند رقمی بر عدد چند رقمی دیگر

قاعده در امتحان هر رقمی از خارج قسمت قاعده آنست که بخیال و بی نوشتن چیزی هر مقسوم جزو را بر خارج قسمت خود قسمت کنیم و هر رقم خارج قسمتی که باین عمل نتیجه میشود بسنجیم برقمی که در مقسوم علیه در مرتبهٔ اوست و تا این ارقام برابر باشند عمل را همراهی کنیم و هنگامی که اختلاف بروز کند توقف کنیم آنوقت اگر رقم خارج قسمت بزرگتر باشد از رقمی که در مقسوم علیه نظیر اوست معلوم میشود که رقم خارج قسمتی که امتحان میکردیم بزرگ نیست و رجوع میکنیم بتقسیم اول و اگر رقم خارج قسمت کوچکتر باشد از رقمی که در مقسوم علیه نظیر اوست معلوم میشود که آن رقم اندک بزرگ است پس واحدی از او میکاهیم و بطریق مذکور نوبت دیگر امتحان میکنیم و اگر امتحان تا آخر ارقام مقسوم جزو کشید و جمیع ارقامی که بترتیب بهم سنجیدیم برابر باشند معلوم میشود که رقم خارج قسمت مناسب است و بزرگ نیست و در این مثال قاعدهٔ مذکوره توضیح میشود .

```
۲۵۶۳۷۶۲ | ۸۷۴۲
 ۸۱۵۳۶  | ۲۹۳
  ۲۸۵۸۲
   ۲۳۵۶
```

شرح اول تقسیم جزو (مقسوم ۲۵۶۳۷)

۲۵ بر ۸: ۳ برای امتحان رقم ۳ در خیال بدون تحریر ۷ ۳ ۶ ۴ ۲ ۵ را بر ۳
قسمت میکنیم ۲۵ بر ۳: ۸ مرتبه وباقی ۱ و ۱۶ بر ۳: ۵ میشود و باقی ۱ و چون درین
رقم ۵ خارج قسمت امتحان کوچکتر شد از رقم ۷ مقسوم علیه بنظر او است معلوم میشود که
رقم ۳ اندک بزرگ است پس ۲ را امتحان میکنیم ظاهر است مناسبت آن
در امتحان اول نباید همین اول ۲ مقسوم را قسمت نمود بلکه باید ۲۵ را قسمت کرده میگوئیم
۲۵ بر ۲: ۱۲ و آن بزرگتر است از اولین رقم ۸ مقسوم علیه پس معلوم میشود که عدد ۲
موافق است وسبب اینکه ۲۵ را عوض ۲ اختیار نمودیم آنست که رقمی از خارج قسمت
امتحان را باید سنجید با رقمی از مقسوم علیه که ...
شرح دویم تقسیم جزء (مقسوم ۸۱۵۳۶) ۸۱ بر ۸: ۱۰ و چون کثرت عدد ۱۰
ظاهر است رقم ۹ را امتحان میکنیم در این تقسیم ۸۱ بر ۹: ۹ و چون رقم اول ۹ خارج
قسمت امتحان بزرگتر است از نظیر خود ۸ مقسوم علیه معلوم میشود که این رقم مناسب است و
بطریقی که در قاعده کلیه تقسیم بیان شد آنرا استعمال میکنیم
شرح سیم تقسیم جزء (۲۸۵۸۲) ۲۸ بر ۸: ۳ در قسمت ۲۸۵۸۲ بر ۳
این رقم را امتحان میکنیم ۲۸ بر ۳: ۹ و چون رقم اول خارج قسمت امتحان
یعنی ۹ بزرگتر شد از رقم ۸ نظیر خود از مقسوم علیه معلوم میشود که رقم امتحان ۳ مناسبت
و اختیارش میکنیم
این قاعده خیلی آسان است و بدون تردید تشخیص مقصود میرسد و رقم خارج قسمت بهتر و زودتر
از سایر قواعد تحقیق میشود
و دلیل قاعده نیز زود ثبوت میشود مثلا فرض میکنیم بخواهیم رقم ۶ خارج قسمتی را امتحان کنیم
میگوئیم رقم ۶ مناسب است تا وقتیکه مقسوم ۶ مرتبه مقسوم علیه را شامل شود و یا ...

مقسوم ...

مقسوم

مقسوم علیه را یعنی برابر او باشد یا اندک بزرگتر و رقم ۶ بزرگتر از خارج قسمت مطلوب میشود اگر مقسوم کوچکتر باشد از ۶ برابر مقسوم علیه بعبارت اخری سدس مقسوم کوچکتر باشد از خود مقسوم علیه و این سدس مقسوم همان خارج قسمت امتحانی است که باید معلوم نمود

۵۱ در فایده نه برابر نمودن مقسوم علیه هرگاه در تقسیمی عدد ارقام خارج قسمت زیاد باشد و یا بخواهیم چندین مقسوم مختلف را بیک مقسوم علیه قسمت کنیم بهتر آنست که مقسوم علیه را نه برابر کنیم یعنی ضربش کنیم در ۱ و ۲ و ۳ ...... تا ۹ و برای یافتن این چند حاصل عمل ضربی مجری نداریم و بعمل جمع اکتفا کنیم از اینقرار که مقسوم علیه را با خود جمع کنیم یعنی مضاعف نمائیم و بعد همان مقسوم علیه را بر این حاصل بیفزائیم و حاصل را نیز با مقسوم علیه جمع کنیم و همین طور پیش رویم تا حاصل جمع اخیر نه برابر مقسوم علیه شود در آنصورت مقسوم علیه ضرب شده است در ۱ و ۲ و ۳ ..... تا ۹ این حاصل ضربها را بترتیب زیر همدیگر مینویسیم بازاء هر یک رقم مضروب فیه را بعد مشغول عمل تقسیم شده و بازاء [illegible]

[illegible]

مینویسیم و تفریق میکنیم و مضروب فیه آنرا در خارج قسمت مینویسیم و بعد در یمین باقی نقل میکنیم رقمی از مقسوم اصلی را که تالی مقسوم جزء سابق بود تا مقسوم جزء دیگر حاصل شود و عمل سابق را در این جاری میکنیم و هکذا پس در تقسیمی که مقسوم علیه نه برابر شده باشد لازم نیست جز تفریق متوالی

امثله مشق

۵۲ شخصی همه ساله ۲۵۹۵ قران دخل دارد و میخواهد از این مبلغ ۱۵۰۰ قران ذخیره کند پس خرج یومیه اش را چند قران قرار دهد تا مقصودش

حاصل شود (سال هر یک بشمار ۳۶۵ روز) جواب ۳ قران

۲ شخصی همه ساله ۶۰۰ تومان مداخل دارد لیکن مبلغ ۲۳۵۰ تومان مقروض است و با طلبکار خود قرار داده است این مبلغ را در عرض دو سال از قرار قسط کارسازی نماید حال میخواهیم بدانیم که چنانچه از قرارداد تخلف ننماید در هر روز چند قران از مخارجش باقی میماند جواب ۱۰ قران

۳ شخصی در مدت هشت روز روزی ۷ ساعت مشغول خدمتی شد و بانجام رسانید و مستحق ۱۶۸ قران شد میخواهیم بدانیم اجرت او در هر ساعت چه بوده است جواب ۳ قران

۴ فاصله طهران از تبریز ۵۰۰ کیلومتر است (کیلومتر هزار متر فرانسه است) دو کالسکه در یک وقت از این دو شهر بسمت همدیگر شروع بحرکت نمودند اولی در هر ساعت ۴۳ کیلومتر سیر میکند و دومی ۵۷ کیلومتر حال میخواهیم بدانیم پس از چند ساعت این دو کالسکه متلاقی میشوند (دو کالسکه در هر ساعت یکصد کیلومتر بسمت همدیگر نزدیک میشوند و در ابتدای حرکت ۵۰۰ کیلومتر فاصله داشته‌اند...) جواب ۵ ساعت

۵ میخواهیم ۵۴۸۳۴۲ ثانیه را تحویل کنیم بساعت و دقیقه جواب ۱۵۲ ساعت ۱۹ دقیقه ۲ ثانیه

۶ محیط زمین ۳۶۰ درجه است و هر درجه ۲۵ میل پس اگر شخصی بدون توقف در هر ساعت میلی در آن محیط حرکت کند دوره تمام را در چند مدت طی میکند جواب ۳۷۵ روز

فاصله آفتاب از زمین ۲۳۹۸۴ برابر نصف قطر زمین است و طول این نصف قطر ۶۳۶۶۶۶۶ متر است و صدا در هر ثانیه ۳۴۰ متر سیر میکند پس در چند مدت از آفتاب بزمین میرسد جواب در مدت ۵۱۹۸ روز یک ساعت ۲۱ دقیقه ۴۹ ثانیه

سال ۱۲۶۳ در مملکت فرانسه ۳۵۴۰۱۷۶۱ نفر جمعیت بود و مساحت

سطح این مملکت بحسب کیلومتر مربع ۵۲۷۶۵۶ است حال میخواهیم بدانیم بطور متوسط
در هر کیلومتر مربع چند نفر جمعیت است جواب ۶۷ نفر

۹ سال ۱۲۶۷ در پاریس ۱۵۷۴۸۶۹۴۰۰ مثقال نمک صرف شد و جمعیت شهر آن وقت
۱۰۵۳۸۹۷ نفر بوده پس بمقدار متوسط هر نفر چند مثقال نمک صرف نموده جواب
۱۰۲۵ مثقال

در خواص تقسیم (درس ۶)

۵۳ چون خواهیم عددی را بر حاصل ضرب چند عامل قسمت کنیم ممکن است بجای این عدد را بر عاملهای حاصل ضرب بترتیب قسمت نمود

مثال در تقسیم ۴۲۰ بر ۶۰ چون ۶۰ = ۳×۴×۵ میتوان ۴۲۰ را بر یکی از آن عاملها قسمت نمود و خارج قسمت را بر عامل دیگر و خارج قسمت جدید را بر عامل سیم زیرا که تقسیم ۴۲۰ بر ۶۰ عبارت است از مجزی نمودن ۴۲۰ واحد بر ۶۰ جزو متساوی و یا از تقسیم نمودن ۴۲۰ واحد ما بین ۶۰ نفر (و میتوان در این مقام گفت که تقسیم نمودن ۴۲۰ بر ۶۰ باین معنی است که آنرا به ۶۰ جزو متساوی قسمت نمائیم یا به ۵ دسته که هر کدام مشتمل به ۱۲ جزو باشند و هر دسته دوازده جزئی این است ۸۴ = $\frac{۴۲۰}{۵}$ و این دسته تقسیم میشود در ۴ دسته ۳ جزئی و غیره این بیان خاص است و شامل جمیع حالات تقسیم نیست نهایت اینکه اعم از این باشد) از ۶۰ نفر ۵ گروه ۱۲ نفری ترتیب میدهیم و سهم هر کدام از این ۵ گروه خمس ۴۲۰ واحد میشود یعنی $\frac{۴۲۰}{۵}$ یا ۸۴ لیکن از این گروه ۱۲ نفری میتوان ۴ دسته ۳ نفری ترتیب داد و قسمت هر دسته ربع ۸۴ واحد میشود یعنی $\frac{۸۴}{۴}$ یا ۲۱ واحد چون سهم ۳ نفر ۲۱ واحد شد سهم

هر نفر ۱/۴ ۱ شود یعنی ۲ واحد پس سهم هر کدام از ۶۰ نفر یعنی خارج قسمت
۴۲۰ بر ۶۰ از این قرار معین شد که ۴۲۰ را بر ۵ قسمت کنیم و خارج
قسمتش را بر ۴ و خارج قسمت جدید را بر ۳ فهو المطلوب

تنبیه عوامل ۵ و ۴ و ۳ از عدد ۶۰ را به هر ترتیب بخواهیم میتوان مقسوم علیه قرار
داد مثلاً اگر ابتدا بعدد ۵ تقسیم کنیم میگوئیم ۶۰ برابر است با ۵ برابر ۱۲ و اگر ابتدا
بعدد ۳ میگوئیم ۶۰ برابر است با ۳ برابر ۲۰ و در اینصورت از ۶۰ نفر سه
دسته بیست نفری ترتیب میدهیم

دلیل دیگر قسمتهای سابق را بترتیب اینجا مینمائیم

۴۲۰	۵	۴	۳
	۱۴	۲۱	۷

از قسمت اول چنین نتیجه میشود ۴۲۰ = ۵ × ۸۴ و از قسمت ثانی ۸۴ = ۴ × ۲۱
و ما بعد از قسمت سوم ۲۱ = ۳ × ۷

۴۲۰ = ۵ × ۸۴ = ۵ × ۴ × ۲۱ = ۵ × ۴ × ۳ × ۷ = ۶۰ × ۷

و چون ۴۲۰ = ۶۰ × ۷ خارج قسمت ۴۲۰ بر ۶۰ هفت خواهد بود و آن بعینه
خارج قسمتی است که بعد از چند تقسیم متوالی حاصل گشته بود

۵۴ قضیه هرگاه دو جمله قسمتی را که هیچ باقی نداشته باشند در عدد
ضرب کنیم یا بر آن عدد قسمت کنیم در خارج قسمت ولی تغییر عارض نشود
مثال چون ۱۲۰ را بر ۱۲ قسمت کنیم خارج قسمت صحیحش بدون باقی ۱۰ است حال اگر
۱۲۰×۷ را بر ۱۲×۷ قسمت کنیم خارج قسمت آن نیز ۱۰ است بدون باقی

دلیل چون ۱۲۰ واحد را ما بین ۱۲ نفر بالسویه قسمت نمودیم به هر نفر ۱۰ واحد رسید کم
و زیاد در تقسیم ۱۲۰×۷ واحد بین ۱۲×۷ نفر تقسیم ۷ دسته ۱۲۰ واحد

باین

تا مین ۷ دسته ۱۲ نفری ظاهر است که کافی باشد یعنی ۷ مرتبه عمل سابق را تکرار کنیم و هر دسته ۱۲۰ واحد را بر هر دسته ۱۲ نفری قسمت نمائیم پس در آخر بهر نفر ۱۰ واحد میرسد و هیچ باقی نمیماند

دلیل دیگر چون خارج قسمت ۱۲۰ برابر ۱۲ ده است $120 = 12 \times 10$ و بعد $120 \times 7 = 12 \times 10 \times 7 = (12 \times 7) \times 10$ و ازاین تساوی نتیجه میشود که اگر ۱۲۰×۷ را بر ۱۲×۷ قسمت کنیم خارج قسمت آن نیز ده است بدون باقی

و در تقسیم مقسوم و مقسوم علیه بر عدد مفروض همان دلیل ذکر شود مثلاً میگوئیم در قسمت ۱۲۰ واحد مابین ۱۲ نفر میتوان ثلث دسته ۴۰ واحد را بین ثلث قسمت نمود یعنی بر ثلث دسته ۴ نفری

۵۵ قضیه هرگاه تقسیم صاحب باقی مانده باشد و دو جمله اش را در عدد مفروضی ضرب کنیم یا بر آن عدد قسمت نمائیم خارج قسمت صحیح اول تغییر نمیکند و لیکن باقی مانده در عمل اول ضرب میشود در آن عدد و در عمل ثانی تقسیم میشود بر آن

مثلاً در تقسیم ۱۲۸ بر ۱۲ خارج قسمت صحیح ۱۰ است و باقی ۸ حال چون ۱۲۸ و ۱۲ را هر دو در ۳ ضرب کنیم و حاصل ضرب مقسوم را بر حاصل مقسوم علیه قسمت نمائیم خارج قسمت صحیح نیز ۱۰ خواهد بود و لیکن باقی مانده 3×8 است

دلیل چون در قسمت ۱۲۸ مابین ۱۲ نفر بهر نفر ۱۰ واحد رسید ۸ باقی مانده در تقسیم 128×3 مابین 12×3 یعنی در تقسیم ۳ دسته ۱۲۸ واحدی مابین ۳ دسته ۱۲ نفری کافی باشد عمل سابق را ۳ مرتبه تکرار کنیم و هر دسته ۱۲۸ واحدی را بر هر دسته ۱۲ نفری قسمت نمائیم و بهر یک نفر ده واحد میرسد و بعد از هر قسمت ۸ واحد باقی میماند و در آخر 8×3 یا ۲۴ واحد باقی است و از این باقی ممکن نیست بهر کدام از 12×3 نفر یعنی ۳۶ نفر واحدی زیاد بدهیم پس خارج قسمت 120×3 بر



۳ × ۱۲ ده است و باقی ۳ × ۸ فهو المطلوب

دلیل دیگر چون در قسمت ۱۲۸ بر ۱۲ خارج قسمت ۱۰ واحد شده و باقی ۸ پس

۱۲۸ = ۱۲ × ۱۰ + ۸ حال این تساوی را در ۳ ضرب میکنیم چنین میشود

$$۱۲۸ × ۳ = ۱۲ × ۱۰ × ۳ + ۸ × ۳$$

یا

$$۱۲۸ × ۳ = (۱۲ × ۳) × ۱۰ + ۸ × ۳$$

از این تساوی چنان نتیجه میشود که ۱۲۸ × ۳ شامل است ۱۲ × ۳ را ده مرتبه

نه بیش چونکه ۸ کوچک تر است از ۱۲ و بنابراین ۸ × ۳ کوچکتر است از ۱۲ × ۳

آنچه ذکر نمودیم در خصوص ضرب دو جمله قسمت بود در عددی و همین دلیل بعینه تعلق میگیرد بحالت تقسیم آن و جمله بر عددی

تنبیه دلیلهای اول هر کدام از قضیه‌های ۵۳ و ۵۴ و ۵۵ مختصر است و مناسب حالتیست که دو جمله قسمت اعداد صحاح باشند لیکن دلیلهای دویم اعم است و با هر حالات نیز تعلق میگیرد

باب سوم

در قابل قسمت بودن عدد

۵۶ تعریف چون عدد مفروضی را در عدد صحیحی ضرب کنیم حاصل ضرب مفروض را مضاعف گوئیم و عدد مضروب البته مضرب عامل گوئیم با بخش

مثلا عدد ۵ را در عدد صحیح ۴ ضرب نمودیم شد ۲۰ حال ۲۰ را مضاعف ...

۵ را عامل و تحت مضرب ۲۰

چون عددی را بر عدد دیگر قسمت کنیم و چیزی باقی نماند عدد بزرگتر را گوئیم قابل ...

بر کوچکتر و عدد کوچکتر را عاد کننده بزرگتر گوئیم

عدد عاد کننده باشد و آن عدد مفروض را با جزو دیگر بر عدد عاد کنند قسمت کنیم دو باقیمانده برابر خواهند بود. در این حکم دو حالت ممکن است یعنی
اول آنکه جزو دیگر عدد مفروض مضرب آن عدد عاد باشد در این صورت عدد مفروض قابل قسمت است بر عدد عاد (۵۸) و باقی مانده قسمت صفر است

مثال ۲۸ + ۵۶ = ۸۵ و عدد عاد ۷ است

دوم آنکه جزو دیگر مضرب عدد عاد نباشد و این حالت اول دیگر شد

مثال ۴۳ + ۶۰ = ۹۶ و عدد عاد ۱۵ باشد (رجوع کنید به ۶۳)

۶۴ ب در عمل لازم میشود بدانیم که عدد مخصوص یا قابل قسمت هست بر عدد مخصوص دیگر و اگر نباشد باقیمانده قسمت بزرگتر بر کوچکتر چه خواهد بود

در اکثر اعداد برای تحقیق این مطلب هیچ قاعده آسانتر از تقسیم رسمی نیست لیکن بعضی قواعد از احکام مذکوره بخصوص از قضیه اخیر استنباط میشود که تعلق دارند بحالات معینه و در آن حالات آسانتر از تقسیم رسمی چنانچه اکنون ذکر میکنیم

فصل

در قابل قسمت بودن عدد بر ۲ و ۵ و ۴ و ۲۵ و ۸ و ۱۲۵ و غیره (درس ۷)

۶۵ اول این عوامل را ابدا کنید چون ۱۰ = ۲×۵ ، ۴×۲۵ = $۱۰^۲$ یا ۱۰۰
۸×۱۲۵ = $۱۰^۳$ یا ۱۰۰۰ و غیره پس چنین استنباط میشود

اولاً هر عدد که مضرب ۱۰ باشد یعنی منتهی شده باشد اقلاً به یک صفر قابل قسمت است بر ۲ و بر ۵ (۵۹)

ثانیاً هر عدد که مضرب ۱۰۰ باشد یعنی منتهی شده باشد اقلاً به دو صفر قابل قسمت است بر ۴ و بر ۲۵

ثالثاً هر عدد که مضرب ۱۰۰۰ باشد یعنی منتهی شده باشد اقلاً به سه صفر قابل قسمت است

بر ۸ و بر ۱۲۵ و هکذا

۶۶ قضیه باقیمانده قسمت هر عدد بر ۲ و بر ۵ مشخص شود باینکه رقم اخیر سمت یمین آن عدد را بر ۲ و بر ۵ قسمت کنیم بنا براین

شرط آنکه عددی قابل قسمت باشد بر ۲ و بر ۵ همین است که رقم اخیر سمت یمین آن عدد صفر باشد یا قابل قسمت باشد بر ۲ و بر ۵

زیرا که هر عدد را میتوان بدو جزو قسمت نمود چنانچه جزو اول مضرب ۱۰ باشد و قابل قسمت بر ۲ و ۵ و جزو دوم مقدار رقم اخیر سمت یمین باشد مثل ۵۴۶۸ = ۵۴۶۰ + ۸

و باقی مانده در تقسیم عدد مفروض بر ۲ ممکن نیست بروز کند جز از جزو دوم ۸ و ۶۳ و چون ۸ قابل قسمت است بر ۲ عدد ۵۴۶۸ نیز قابل قسمت است بر ۲

مثال دوم ۵۴۶۷ = ۵۴۶۰ + ۷ رقم ۷ قابل قسمت نیست بر ۲ پس عدد ۵۴۶۷ نیز قابل قسمت نیست بر ۲

تنبیه هر عدد که قابل قسمت باشد بر ۲ یعنی نصف صحیح داشته باشد آنرا زوج گوئیم و سائر اعداد را که قابل نباشند فرد گوئیم

آنچه در خصوص عدد ۲ ذکر شد بعینه تعلق میگیرد بعدد ۵ اختلاف در همین است که عوض ۲ باید ۵ گفت مثال ۵۴۶۸ = ۵۴۶۰ + ۸ چون رقم ۸ قابل قسمت نیست بر ۵ عدد ۵۴۶۸ نیز قابل قسمت نخواهد بود

ما بین اعداد یک رقمی جز ۵ عددی نیست که قابل قسمت بر ۵ باشد پس حکم مذکور نسبت به ۵ چنین ادا میشود

هیچ عدد قابل قسمت نیست بر ۵ جز آنکه رقم آحادش صفر باشد یا ۵

۶۷ قضیه باقیمانده قسمت هر عدد بر ۴ و بر ۲۵ همان باقیمانده است

که بدست می‌آید از قسمت عدد مرکب از دو رقم اخیر سمت یمین آن عدد بر ۴ و بر ۲۵

و بنابراین شرط آنکه عددی قابل قسمت باشد بر ۴ و بر ۲۵ همین است که دو رقم سمت یمینش صفر باشد یا ترکیب آن دو رقم قابل قسمت باشد بر ۴ و بر ۲۵

زیراکه هر عدد مثل ۷۶۳۴۵ را میتوان بصورت ۷۶ + ۵۴۳۰۰ تجزیه کرد یعنی بدو جزو چنانچه جزو اولش منتهی شده باشد بدو صفر و از نوع ثانی باشد و جزو دیگرش عددی باشد مرکب از دو رقم اخیر سمت یمین آن عدد

و چون جزو اول مضرب ۱۰۰ است قابل قسمت خواهد بود بر ۴ و باقی مانده قسمت عدد مفروض بر ۴ ممکن نیست بر ۴ و ۲۵ ... منحصر بتقسیم جزو دوم ۷۶ است

و باقی قسمت ۷۶ بر ۴ سه است و بنابراین باقی قسمت عدد ۷۶۳۴۵ بر ۴ نیز ۳ خواهد بود

و آنچه در خصوص ۴ ذکر شد بعینه تعلق میگیرد بعدد ۲۵

باقی قسمت ۷۶ بر ۲۵ هفده است و از این قرار باقی قسمت ۷۶۳۴۵ بر ۲۵ نیز ۱۷ خواهد بود تا این اعداد دو رقمی هیچ عدد قابل قسمت بر ۲۵ نیست جز این چند عدد ۲۵، ۵۰، ۷۵ و بنابراین هیچ عدد قابل قسمت نیست بر ۲۵ جز آنکه هر دو رقم سمت یمینش صفر باشد یا یکی از این سه عدد ۲۵ و ۵۰ و ۷۵

۶۸ قضیه باقی قسمت هر عدد بر ۸ و بر ۱۲۵ بعینه همان باقی مانده‌ایست که بدست آید از تقسیم عدد مرکب از سه رقم سمت یمین آن عدد بر ۸ و بر ۱۲۵

و بنابراین شرط آنکه عددی قابل قسمت باشد بر ۸ و بر ۱۲۵ همین است

که هر سه

که هر سه رقم سمت یمینش صفر باشند با ترکیب انفا قابل قسمت باشد بر ۸ و بر ۱۲۵

مثال ۳۶۷ + ۵۴۰۰۰ = ۵۴۳۶۷ یعنی عدد مفروض مضربی است
از ۸ باضافه ۳۶۷ (۶۵ حکم ثالث) و از این قرار قسمت ۵۴۳۶۷
بر ۸ ممکن نیست برو رکند بتقسیم ۳۶۷ بر ۸ و از همین قرار باید در خصوص ۱۲۵ گفتگو
نمود از آنچه ذکر شد میتوان حکم قابل قسمت بودن هر عدد را بر سایر قوای ۲ و ۵ استنباط نمود
و لی چون فایدهٔ آنها کمتر است مطلب را ختم میکنیم

فصل در قابل قسمت بودن اعداد بر ۹ و بر ۳

۶۹ قضیه در تعیین باقیماندهٔ قسمت هر عدد بر ۹ همین قدر کافی است که
مقادیر مطلقهٔ ارقام این عدد را جمع کنیم و حاصل را بر ۹ قسمت کنیم باقی این قسمت
باقی مطلوب خواهد بود

و بنا بر این شرط انکه عددی قابل قسمت باشد بر ۹ همین است که حاصل جمع مقادیر
مطلقهٔ ارقامش قابل قسمت باشد بر ۹

برهان اولا هر واحد که از سمت یمین بچند صفر منتهی شده باشد مضربیست از ۹
باضافهٔ واحد

مثال عدد ۱۰۰۰۰ این عدد را بر ۹ قسمت میکنیم و صورت عمل چنین است

۱۰۰۰۰	۹
۱۰	۱۱۱۱
۱۰	
۱۰	
۱	

در ۱۰ عدد ۹ یکمرتبه باقی ۱ صفری در پهلویش نقل میکنیم و نیز
در ۱۰ یکمرتبه ۹ و باقی ۱ و هکذا این عمل را بعدد اصفاری که در یمین واحد
است تکرار میکنیم چون پیوسته باقی ۱ است باقی اخیر نیز ۱ است هر قدر باشد اصفار عدد
مقسوم و از این قرار جمیع قوای ۱۰ در مقام مقسوم بودن مضربی هستند از ۹ باضافه واحد

مثال

$$10000 = 9 \times 1111 + 1$$

ثانیاً هر رقم که از سمت یمین بیک صفر یا چند صفر منتهی شده مثلاً با مضربی است
از ۹ با اضافه مقدار مطلق این رقم

مثال ۶ + ۶ × ρ × ۹ = ۶ × (۱ + ρ × ۹) = ۶ × ۱۰۰۰ = ۶۰۰۰

و این حاصل بمقدار ۶ واحد از مضرب ۹ بیشتر است
و از اینجا نتیجه میشود که مقدار متعلق هر رقمی جز صفر مضربی است از ۹ با اضافهٔ مقدار مطلق
آن رقم پس عدد مفروض چون مرکب است از مقادیر متعلقه ارقام خویش برابر میشود با مجموع حاصل
جمعی از مضربهای ۹ (که نیز مضربی است از ۹) با اضافه مجموع مقادیر مطلقه ارقام
و دلیل مذکور را باین صورت مینمائیم

۳۵۸۶۷ = ۳۰۰۰۰ + ۵۰۰۰ + ۸۰۰ + ۶۰ + ۷

۷	=	۷
۶۰	=	مضربی از ۹ + ۶
۸۰۰	=	مضربی از ۹ + ۸
۵۰۰۰	=	مضربی از ۹ + ۵
۳۰۰۰۰	=	مضربی از ۹ + ۳
۳۵۸۶۷	=	مضربی از ۹ + (۳ + ۵ + ۸ + ۶ + ۷)

چون هر عدد برابر شد با مضربی از ۹ با اضافه مجموع ارقامش ممکن نیست که باقیمانده
تقسیم آن عدد بر ۹ بوجود آید جز از تقسیم مجموع ارقامش بر ۹ ٦٣
پس مجموع آن ارقام اگر قابل قسمت باشد بر ۹ عدد مفروض نیز قابل قسمت خواهد بود و اگر
نباشد نخواهد بود

۷۵ هر عددی که مجموع مقادیر مطلقه ارقامش قابل قسمت باشد
بر ۳ خود آن عدد نیز قابل قسمت است بر ۳ و بحکم کلی باقیمانده قسمت
هر عدد بر ۳ حاصل شود باینکه مجموع صور ارقامش را بر ۳ قسمت کنیم
آنچه در خصوص عدد ۳ ذکر نمودیم بتجزیه عدد نمرهٔ سابق واضح میشود

چون هر عدد مضرب است از ۹ جدا باشد مجموع صور ارقامش مضربی نیز از ۳ خواهد بود باضافه مجموع صور ارقامش زیرا که هر مضرب ۹ قابل قسمت است بر ۳ از آن جهت که ۳ عامل ۹ است

فصل

در امتحان ضرب و قسمت از روی عدد ۹

۷۱ امتحان ضرب میخواهیم ۵۳۸ را در ۴۷۳ ضرب کنیم صورت عمل این است

$$
\begin{array}{r}
۵۳۸ \\
۴۷۳ \\
\hline
۱۶۱۴ \\
۳۷۶۶ \\
۲۱۵۲ \\
\hline
۲۵۴۴۷۴
\end{array}
$$

برای امتحان باقی قسمت مضروب را بر ۹ مشخص میکنیم در مثال ما ۷ است (۵ و ۳: ۸ و ۸: ۱۶ در عدد ۱۶ میگوئیم ۱ و ۶: ۷ پس باقی ۷ است) و همچنین مشخص میکنیم باقی قسمت مضروب فیه را بر ۹ در مثال ما باقی ۵ است (۴ و ۷: ۱۱ و ۳: ۱۴ در ۱۴ میگوئیم ۱ و ۴: ۵ پس باقی ۵ است) این دو باقی را در هم ضرب میکنیم ۳۵ = ۵ × ۷ و باقیش را بعد از طرح ۹ معلوم میکنیم و آن ۸ است و بالجمله حاصل ضرب و عدد مفروض را نه نه طرح میکنیم یعنی بر ۹ قسمت میکنیم و این باقی چهارم باید برابر باشد با باقی سوم چنانچه در مثال ما ۲ و ۵: ۷ و ۴: ۱۱ و ۴: ۱۵ و ۷: ۲۲ و ۴: ۲۶ (۲ و ۶: ۸) معلوم شد باقی ۸ است و امتحان درست آمد و صحت قاعده بر این وجه معلوم شود

۵۳۸ مضرب است از ۹ باضافه ۷

۴۷۳ مضرب است از ۹ باضافه ۵

پس حاصل ضرب آنها مرکب است از حاصل ضرب ۵۳۸ در مضرب ۹ (که نیز مضرب ۹ است) واز حاصل ضرب ۵۳۸ در ۵ واین حاصل خود مرکب است از مضرب ۹ و ضرب ۵ باضافه حاصل ضرب ۷ در ۵ پس نتیجه شد که حاصل ضرب ۵۳۸ در ۴۷۳ مرکب میشود از دو مضرب ۹ که مجموعشان نیز مضرب ۹ است باضافه حاصل ضرب ۷ در ۵ پس باقی مانده قسمت حاصل ضرب ۵۳۸ × ۴۷۳ بر ۹ برابر است با باقی مانده قسمت حاصل ضرب ۵ × ۷ بر ۹ فهو المطلوب

۵۳۸ = ۹ × م + ۷
۴۷۳ = ۹ × مَ + ۵

۵۳۸ × ۴۷۳ = (۹ × م + ۷) × ۹ × مَ + ۹ × م × ۵ + ۷ × ۵

یا ۲۵۴۴۷۴ = مضرب ۹ + ۷ × ۵

(در این عمل م و مَ علامت دو مضرب میباشند از ۹)

۷۳ در امتحان قسمت از مقسوم تفریق میکنیم باقی اخیر قسمت را و باقی مانده این تفریق باید برابر حاصل ضرب مقسوم علیه باشد در خارج قسمت پس اگر جاری نمائیم در مقسوم علیه (که بنظیر مضروب است) و در خارج قسمت (مضروب فیه) و در باقی تفریق مذکور (حاصل ضرب) قاعده سابقه را باید آنچه در امتحان ضرب دیده شد بعینه اینجا ظاهر شود

۵۴۳۶۷۲	۸۵۳
۳۱۸۷	۶۳۷
۶۲۸۲	
۳۱۱	
۵۴۳۳۶۱	

۷	۴
۷	۴

مخفی نماناد که در مقام امتحان ۹ ممکن است در بعضی ارقام حاصل ضرب خطای [عمد] آنکه
اتفاق افتاده باشد و در ارقام دیگر همان قدر خطای ناقص چون در مجموع صور ارقام
حاصل ضرب اختلاف واقع نشده در امتحان ۹ خطائی ظاهر نمیشود

(اینجا گفتگوی خود را در قابل قسمت بودن اعداد ختم میکنیم و عنقریب در خصوص قابل قسمت
بودن اعداد بر ٤ و مثال آن ذکری خواهیم نمود و در ضمیمه کتاب در خصوص قابل قسمت
بودن بر ۱۱ اشاره میکنیم و چون بنای ما در متن کتاب بذکر اصول است از اینجا نیاوردیم)

در بزرگترین مقسوم علیه مشترک (درس ۸)

۷۳ حال مشغول میشویم بتعیین کردن بزرگترین مقسوم علیه مشترک مابین دو عدد

۹۰ بزرگترین عددی که عاد کند چند عدد مفروض را و بزرگتر باشد از جمیع مقسوم علیه های مشترک
آن اعداد نیز بزرگترین مقسوم علیه مشترک آن اعداد گوئیم و من باب اختصار بزرگترین مقسوم علیه
مشترک را بحروف اوایل آن چهار کلمه مینامیم باین صورت بمعم

فرض میکنیم مقصود تعیین بزرگترین مقسوم علیه مشترک مابین دو عدد ۳۴۸ و ۹۶ باشد
چون این بمعم باید ۹۶ را عاد کند ممکن نیست از ۹۶ بزرگتر باشد پس ۹۶ [illegible]
۳۴۸ را عاد کند چون خود را عاد میکند بمعم مطلوب است و من باب تحقیق
۳۴۸ را بر ۹۶ قسمت میکنیم

```
۳۴۸ | ۹۶
----+----
 ۶۰ | ۳
```

باقی این قسمت ۶۰ است و از این قرار
۹۶ بمعم مطلوب نیست ولی تعیینی که مجری داشتیم بیفایده نیست چرا که بمعم مابین
۳۴۸ و ۹۶ همان بمعم است که مابین ۹۶ و ۶۰ استخراج میشود و اکنون
این حکم را ثابت میکنیم
از قسمت مذکور چنین نتیجه میشود

$$۳۴۸ = ۹۶ \times ۳ + ۶۰$$

اولا هر مقسوم علیه که مشترک باشد مابین ۳۴۸ و ۶۹ مقسوم علیه مشترک خواهد بود مابین ۶۹ و ۶۰ چونکه مقسوم علیه مشترک مابین ۳۴۸ و ۶۹ عاد میکند ۳ × ۶۹ را که مضرب ۶۹ است و چون عاد میکند حاصل جمع ۳۴۸ و یک جزوش را که ۳ × ۶۹ باشد عاد خواهد نمود جزو دیگر ۶۰ را و از این قرار عاد مشترک خواهد بود مابین ۶۹ و ۶۰

ثانیا هر مقسوم علیه که مشترک باشد مابین ۶۹ و ۶۰ مشترک خواهد بود مابین ۳۴۸ و ۶۹ زیرا که آن مقسوم علیه مشترک مابین ۶۹ و ۶۰ عاد میکند ۳ × ۶۹ را و چون عاد کند ۳ × ۶۹ و ۶۰ را عاد میکند مجموع آنها را که ۳۴۸ است و از این قرار عاد مشترک خواهد بود مابین ۳۴۸ و ۶۹ پس مقسوم علیه های مشترک مابین ۳۴۸ و ۶۹ یک یک برابرند با مقسوم علیه های مشترک مابین ۶۹ و ۶۰ و بنا براین بمعم مابین دو عدد اول برابر است با بمعم مابین دو عدد اخیر و بعبارة اخری بمعم مابین ۳۴۸ و ۶۹ بعینه بمعمی است که استخراج شود مابین ۶۹ و ۶۰

و حال برهان قاعده را تمام میکنیم

برهان اگرچه در ضمن مثال ذکر شد و لیکن کلیت آن باین عبارت ادا شود

بمعم مابین هر دو عدد مفروض بعینه همان بمعمی است که موجود باشد و استخراج شود مابین عدد کوچکتر و باقیمانده قسمت عدد بزرگتر بر کوچکتر

پس رجوع میکنیم بمثال ۳۴۸ و ۶۹ و میگوئیم بمعم مابین این دو عدد حاصل شود باستخراج بمعم مابین ۶۹ و ۶۰ و برای تحقیق آنکه خود ۶۰ بمعم است باخیر باید ۶۹ را بر ۶۰ قسمت نمود

عدد ۵ نیز معم نیست ولی بر مقتضای قضیهٔ مذکوره معم ما بین ۹۶ و ۶۰ بعینه همان معمی است که استخراج شود ما بین ۶۰ و ۳۶ پس لازم شد ۶۰ را بر ۳۶ قسمت کنیم و باقی این تقسیم ۲۴ است و بهمان دلیل ۳۶ را بر ۲۴ قسمت میکنیم و باقی ۱۲ است و بالجمله ۲۴ را بر ۱۲ قسمت میکنیم باقی صفر است پس معلوم شد که ۱۲ معم ما بین ۲۴ و ۱۲ است و بنا بر این ما بین ۳۶ و ۲۴ و بعد ما بین ۶۰ و ۳۶ و بعد ما بین ۹۶ و ۶۰ و بالجمله ما بین دو عدد مفروض ۳۴۸ و ۹۶

وصورت عمل را موافق وضع و ترتیبی که اغلب معمول است اینجا نمودیم

۲	۱	۱	۱	۳	
۱۲	۲۴	۳۶	۶۰	۹۶	۳۴۸
	۰	۱۲	۲۴	۳۶	۶۰

و از آنچه ذکر شد قاعدهٔ کلیهٔ ذیل استنباط میشود

۷۴ قاعده در تعیین معم ما بین دو عدد قاعده این است که عدد بزرگتر را بر کوچکتر قسمت کنیم پس اگر باقی نماند عدد کوچکتر معم مطلوب است و اگر چیزی باقی ماند عدد کوچکتر را بر باقی قسمت میکنیم و اگر در این قسمت نیز چیزی باقی ماند باقی اوله را بر آن قسمت میکنیم و باین ترتیب هر مقسوم علیه را بر باقی خود قسمت میکنیم تا برسیم بتقسیمی که هیچ باقی نداشته باشد آنوقت مقسوم علیه اخیر معم مطلوب است

و اگر در این قسمتهای متتالیه یکی از باقی ماندها ۱ باشد باید دانست که دو عدد مفروض نسبت بهم اول اند

۷۴ مکرر - تنبیه از آنچه ذکر شد نتیجه میشود که معم ما بین دو عدد همان معمی است

که موجود باشد ما بین هر دو باقی متوالی و ما بین مقسوم و مقسوم علیه هر تقسیمی

و چون باقیهای تقسیمات در تناقص اند ظاهر است که بعد از چند قسمت باید عدد مذکور بحد

منتهی بشود و اختصار عمل در بعضی مقامات ممکن است مثلا چون میدانیم که اگر عدد اولی عاد نکند

عدد دیگر را نسبت با و اول است

پس اگر در استخراج معم برسیم به باقی مانده که عدد اول مطلق باشد یک قسمت دیگر عمل

ختم میشود چونکه آن عدد اول اگر عاد کند مقسوم خود را معم مطلوب خواهد بود و اگر عاد نکند

نسبت با و اول است و در اینحال چون معم آنها آنست معم ما بین و عدد مفروض حاصل خواهد بود

۷۵ قضیه اول هرگاه عددی عاد کند دو عدد دیگر را عاد میکند

معم ما بین آن دو عدد را

مثال عدد ۴ عاد میکند ۳۴۸ و ۹۶ را پس عاد خواهد نمود معم آنها را و این قضیه

نتیجه است از حکم ذیل

هرگاه عددی عاد کند دو عدد دیگر را عاد میکند باقیمانده قسمت یکی از آنها بر دیگری اگر بوده

مثال ۴ عاد میکند ۳۴۸ و ۹۶ را پس عاد خواهد نمود ۶۰ را که باقی قسمت آنها است

در حقیقت ۶۰ + ۳ × ۹۶ = ۳۴۸ و چون چهار عاد میکند ۹۶ را عاد خواهد

نمود ۳ × ۹۶ را که مضروب است و چون عاد میکند مجموع دو عدد یعنی ۳۴۸ و یکی

از دو جزوش یعنی ۳ × ۹۶ را عاد خواهد نمود جزو دیگر ۶۰ را

حال در قسمت اول عمل معم چون عدد ۴ عاد میکند ۳۴۸ و ۹۶ را عاد خواهد نمود

باقی مانده را و در قسمت دوم چون باز ۴ عاد میکند مقسوم ۹۶ و مقسوم علیه ۶۰ را

(که باقی اول است) عاد خواهد نمود باقی دوم ۳۶ را و همچنین میگوئیم ۴ عاد میکند

باقی سوم و سایر باقیها را پس عاد خواهد نمود معم را که یکی از این باقی مانده ها است

علد

عکس قضیه مذکوره نیز صحیح است یعنی هرگاه عددی عاد کند مجموع دو عدد را این دو عدد
نیز عاد میکند چونکه این دو عدد مضروب مجموع خود هستند

۱ ۷۶ قضیه هرگاه دو عدد را در عددی دیگر ضرب کنیم مجموع افضلهای آنها نیز در همان عدد
ضرب میشود یعنی چون آن دو عدد را در عددی ضرب کنیم مجموع آنها با مجموع حاصل
میشود که مجموع دو عدد مفروض را در مضروب فیه مشترک ضرب کنیم

مثال دو عدد مفروض ۳۴۸ و ۹۶ هر دو را در ۱۰ ضرب میکنیم عمل را بترتیبی که در (۷۳)
نموده شده قرار میدهیم و اعدادش را قسمت بقسمت می سنجیم با اعدادی که در تعیین مجموع
مابین ۱۰×۳۴۸ و ۱۰×۹۶ بدست می آید

در قسمت اول چون مقسوم و مقسوم علیه هر دو ضرب شده اند در ۱۰ باقی آنها نیز در ۱۰ ضرب میشود (۵۵)
در قسمت دوم چون مقسوم و مقسوم علیه (که باقی اول باشد) هر دو در ۱۰ ضرب
شده اند باقی دوم نیز در ۱۰ ضرب میشود (۵۵)
و همچنین ثابت میکنیم که باقی سوم و دیگر باقی ماندها در ۱۰ ضرب میشوند و چون جمیع این باقی ماندها
بترتیب مقسوم علیه واقع میشوند در قسمت اخیر باقی عمل صفر میشود و مانند عمل اول مقسوم علیه اخیر یعنی
مجموع عمل ثانی بعینه مقسوم علیه (مجموع) عمل اول میشود که ضرب شده باشد در ۱۰ فهو المطلوب

۱ ۷۷ قضیه هرگاه دو عدد را بر عدد ثالث قسمت کنیم مجموع دو خارج قسمت
بعینه مجموع دو عدد مفروض است که بر عدد ثالث قسمت شده باشد ،

این حکم شبیه است بحکم سابق و از همان قرار ثابت میشود باین طور که چون دو جمله قسمت را بر
عدد تقسیم کنیم خارج قسمت صحیح تغییر میکند ولی باقی مانده بر همان عدد قسمت میشود (۵۵)
و بلکه این حکم نتیجه است از قضیه سابقه ظاهر است که مجموع مابین ۳۴۸ و ۹۶ خارج قسمت
مجموع مابین ۳۴۸۰ و ۹۶۰ است بر ۱۰

تنبیه اگر بخواهیم معلوم کنیم معظم بین دو عدد مثل ۵۴۰۰ و ۸۴۰ را و این دو عدد مقسوم علیه مشترکی داشته باشند که بی زحمت بدست آید چنانچه در مثال ۲۰ است ممکن است این دو عدد را اول بر مقسوم علیه مشترک ۲۰ قسمت کنیم و بعد معظم دو خارج قسمت ۲۷۰ و ۴۲ را معلوم کنیم چون بدست آمد در عامل ۲۰ ضرب نمائیم

۷۸ قضیه چون دو عدد را بر معظم خود قسمت کنیم دو خارج قسمت نسبت بهم اولند

مثال چون قسمت کنیم ۱۲۰ و ۸۴ را بر معظم خود که ۱۲ باشد دو خارج قسمت ۱۰ و ۷ نسبت بهم اولند زیرا که از حکم (۷۷) چنین نتیجه میشود که معظم بین ۱۰ و ۷ چون مساوی است به معظم بین ۱۲۰ و ۸۴ که قسمت شود بر ۱۲ این میشود $\frac{12}{12}$ یعنی ۱ پس این دو خارج قسمت نسبت بهم اولند

و بالعکس چون دو عدد را بر مقسوم علیه مشترکی قسمت کنیم و دو خارج قسمت نسبت بهم اول باشند آن مقسوم علیه معظم دو عدد مفروض است

در اعداد فرد اول و اعداد متباینه (درس ۹)

۷۹ بعضی تعریفات سابقه را اینجا مکرر میکنیم

عدد اول آنست که غیر از واحد و خودش عددی او را عاد نکند مثل ۵ و ۷

دو عدد را نسبت بهم اول و متباین گوئیم هرگاه عاد مشترک نداشته باشند جز واحد مثل ۸ و ۵ هر عدد اول که عاد نکند عدد دیگر را نسبت باو متباین است مثل ۷ نسبت به ۲۴ (۵۷)

عامل اول هر عدد عدد اولی است که عاد کند عدد مفروض را

۸۰ نتیجه هر عدد غیر اول حاصل ضرب چند عامل اول است

این حکم خود ظاهر است و باین نحو نیز ثابت میشود (در حقیقت این عدد مقسوم علیهی قبول

میکند و آنوقت میتوان آنرا بدو عامل تجزیه نمود که یکی مقسوم علیه مذکور باشد و عامل دیگر
خارج قسمت حال اگر این دو عامل اول نباشند میتوان هرکدام را بدو عامل کوچکتر تجزیه نمود
وهکذا تا در این چند عامل معلوم عامل غیر اول نبوده شود مبتدل میکنیم آنرا بحاصل ضرب
از دو عامل کوچکتر و چنین تجزیه را باید عددی تعیین باشد زیرا هر عاملی که بدست می آوریم
اقلا رقم ۲ است و عدد مفروض ممکن نیست حاصل شود جز بضرب عدد محدودی از عاملهای
۲ و غیر آن پس ظاهر است که هر وقت تجزیه بحدی منتهی گردد جمیع عاملهائی که مرتب شده
باشند در حاصل ضرب اخیر که معادل عدد مفروض است اعداد اول میباشند مثال

۲ × ۵ × ۲ × ۲ × ۳ × ۷ = ۱۰ × ۴ × ۳ × ۷ = ۴۰ × ۲۱ = ۸۴۰

۸۱ پس اگر عدد مفروض را اعاده نکند هیچیک از اعداد اول زیر جذرش
آن عدد اول است

۸۲ حال مشغول شویم بذکر دستور العملی که باید اختیار نمود در ترتیب و کتب جدول
اعداد اول تا هر چند بخواهیم ولی باید دانست که در چنین جدول ممکن نیست جمیع اعداد اول را
محصور و مندرج نمائیم چونکه سلسله اعداد اول بحدی مشخص نیست یعنی عدد اولی را
هر چند بزرگ تصور کنیم عدد اولی بزرگتر از او البته موجود است
در حقیقت فرض میکنیم اعداد اول از ۲ تا ۱۷ را بدون استثنا در هم ضرب نموده
باشیم ۲ × ۳ × ۵ × ۷ ..... × ۱۷ و بر این حاصل ضرب واحدی اضافه
کنیم تا حاصل شود ۲ × ۳ × ۵ × ۷ ...... × ۱۷ + ۱ = ف در این تساوی
ف هر عدد باشد البته فرد اولی یافت میشود که آنرا اعاده کند ۸۵ (جمیع اعداد
۲ + ۱ و ۲ × ۳ + ۱ و ۲ × ۳ × ۵ + ۱ و غیره فرد اول هستند و چون
این چند حاصل فرد اولند شخص گمان می برد که جمیع آنها فرد اولند ولی چنین

نیست همین قدر که پیش بردیم معلوم میشود که ۲×۳×۵×۷×۱۱×۱۳+۱ =
۵۹×۵۰۹ = ۳۰۰۳۱ =) و آن مقسوم علیه اول نباید هیچکدام از اعداد ۲ و
۳ و ۵ ..... تا ۱۷ باشد زیرا که هر کدام از این اعداد اول مثلاً ۵ عاد میکند جزو
اول ف یعنی ۲ × ۵ × ...... × ۱۷ را و عاد نمیکند جزو دوم واحد را
و از این قرار مقسوم علیه اول عدد ف که البته موجود است عدد اولی خواهد بود
بزرگتر از ۱۷ پس معلوم شد که سلسلهٔ اعداد اول از ۱۷ تجاوز میکند
از آنچه ذکر شد استنباط میشود که هر وقت خواهیم جدول اعداد اول را ترتیب دهیم
باید قدری از آنرا مشخص نمائیم

۸۳ دستور ترتیب جدول اعداد فرد اول مثلاً میخواهیم جدول اعداد اولی
از واحد تا یکهزار ترتیب دهیم
هزار عدد را بترتیب اینجا مینویسیم

۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۸، ۱۹، ۲۰، ۲۱
۲۲، ۲۳، ۲۴، ۲۵، ۲۶، ۲۷، ۲۸، ۲۹، ۳۰، ۳۱، ۳۲، ۳۳، ۳۴، ۳۵
۳۶، ۳۷، ۳۸، ۳۹، ۴۰، ۴۱، ۴۲، ۴۳، ۴۴، ۴۵، ۴۶، ۴۷، ۴۸،
۴۹، ۵۰، ۵۱، ۵۲، ۵۳، ۵۴، ۵۵، ۵۶، ۵۷، ۵۸، ۵۹، ۶۰
۶۱، ۶۲، ۶۳، ۶۴، ۶۵، ۶۶، ۶۷، ۶۸، ۶۹، ۷۰ .... ۱۰۰۰

رقم ۲ عدد اول است ابتدا از بعد این رقم اعداد دیگر را با این ترتیب دو دو
کرده عدد دوم پس را محو میکنیم و از این قرار جمیع مضربهای ۲ یعنی اعداد زوج محو میشوند
زیرا که در مرتبهٔ دوم بعد از رقم ۲ بعلاوهٔ ۲ است یعنی دو مرتبه دو و در دو مرتبه دورتر ۲ برابر ۲
بعلاوهٔ ۲ است یعنی سه مرتبه ۲ و هکذا و رقم ۳ چون محو نشد عدد اول است

زیرا که قابل قسمت نیست بر هیچ عدد اول کوچکتر از خود پس ابتدا از ۳ در سلسله
اعداد نوبت دیگر سیر کرده سه ۳ شمرده هر مرتبه سومی که مضرب ۲ نبوده و محو
نشده محو میکنیم و از این قرار جمیع مضربهای ۳ محو میشوند چونکه در مرتبه سوم
بعد از سه ۳ نوشته شده است ۳ + ۳ یا دو مرتبه ۳ و در سه ۳ مرتبه دور تر نوشته
شده ۳ + (۳ + ۳) یعنی سه مرتبه ۳ و هکذا و چون جمیع مضربهای ۳ محو شده اند
نظر میکنیم کدام باشد عدد اول بعد از ۳ که محو نشده باشد و آن ۵ است چونکه این عدد
قابل قسمت نیست بر هیچکدام از دو عدد اول ۲ و ۳ که کوچکتر از او میباشند پس ابتدا
از ۵ اعداد را پنج پنج شمرده هر مرتبه پنجم را که مضرب ۲ و ۳ نبوده و محو نشده
و مضرب این عدد است محو میکنیم و بعد از آن نظر میکنیم عدد اول بعد از ۵ که محو نشده
باشد بدلیل مذکور ۷ است و ابتدا از آن هر عدد هفتم را محو میکنیم و باین دستور العمل
میرویم تا غیر از اعداد اول چیزی باقی نماند

میتوان عمل مذکور را بدستور ذیل سهل و مختصر نمود چون شروع میکنیم بمحو کردن مضربهای
عدد اولی مثل ۷ می بینیم که اولین مضربها که هنوز محو نشده باشد ۷ × ۷ یعنی
مجذور ۷ است و این نکته را باید قبل از شروع بعمل دانست برهان اعداد کوچکتر از ۷
بر دو قسمند یا اعداد اولی باشند که سابق منظور شده یا مضربهای آن اعداد و بنا
بر این حاصل ضربهای قسم ۷ در آن اعداد کوچکتر از ۷ مضربهای اول سابق میباشند
و البته محو شده اند پس چون به ۷ برسیم باید بلا واسطه ۴۹ را طلب نموده محو میکنیم
و ابتدا از او اعداد را هفت هفت شمرده محو میکنیم چون این حکم نسبت بهر عدد
اول صحیح است قاعده ذیل استنباط میشود هر وقت رسیدید بعدد اولی مثل ۱۳
مجذور او را مشخص نمائید ۱۶۹ = ۱۳ × ۱۳ و بلا واسطه آن مجذور را در سلسله اعداد

طبیعی طلب نموده محو کنند و ابتدا از آن مجذور هر عدد مرتبه بمرتبه بیرون هر یکی را محو کنند.
بنا بر این قاعده چون برسیم بعدد اولی که مجذورش از حد جدول تجاوز نموده باشد
مثلاً بفرض از هزار گذشته باشد معلوم میشود که عمل بانتها رسیده چونکه باید ابتدا از او
مضروبها را محو نمود و آن مجذور در سلسله موجود نیست و چون مضروبهای اعداد اول سابق
محو شده در سلسله فقط نمانده جز اعداد فرد اول مطلق چونکه هیچکدام از این اعداد باقی
مضروب اعداد اول سابق نیستند.

تنبیه هر عدد غیر اول برابر است اقلاً با مجذور کوچکترین عامل اول خود چونکه آن عدد
نظر باینکه مضروب کوچکترین عامل است در سلسله اعداد محو میشود و کوچکترین عددی که نظر
بمضروب بودن از آن عامل اول ابتدا محو میشود مجذور او ست

جدول اعداد

جدول اعداد فرد اول تا یکهزار

۲	۷۹	۱۹۱	۳۱۱	۴۳۹	۵۷۷	۷۰۹	۸۵۷
۳	۸۳	۱۹۳	۳۱۳	۴۴۳	۵۸۷	۷۱۹	۸۵۹
۵	۸۹	۱۹۷	۳۱۷	۴۴۹	۵۹۳	۷۲۷	۸۶۳
۷	۹۷	۱۹۹	۳۳۱	۴۵۷	۵۹۹	۷۳۳	۸۷۷
۱۱	۱۰۱	۲۱۱	۳۳۷	۴۶۱	۶۰۱	۷۳۹	۸۸۱
۱۳	۱۰۳	۲۲۳	۳۴۷	۴۶۳	۶۰۷	۷۴۳	۸۸۳
۱۷	۱۰۷	۲۲۷	۳۴۹	۴۶۷	۶۱۳	۷۵۱	۸۸۷
۱۹	۱۰۹	۲۲۹	۳۵۳	۴۷۹	۶۱۷	۷۵۷	۹۰۷
۲۳	۱۱۳	۲۳۳	۳۵۹	۴۸۷	۶۱۹	۷۶۱	۹۱۱
۲۹	۱۲۷	۲۳۹	۳۶۷	۴۹۱	۶۳۱	۷۶۹	۹۱۹
۳۱	۱۳۱	۲۴۱	۳۷۳	۴۹۹	۶۴۱	۷۷۳	۹۲۹
۳۷	۱۳۷	۲۵۱	۳۷۹	۵۰۳	۶۴۳	۷۸۷	۹۳۷
۴۱	۱۳۹	۲۵۷	۳۸۳	۵۰۹	۶۴۷	۷۹۷	۹۴۱
۴۳	۱۴۹	۲۶۳	۳۸۹	۵۲۱	۶۵۳	۸۰۹	۹۴۷
۴۷	۱۵۱	۲۶۹	۳۹۷	۵۲۳	۶۵۹	۸۱۱	۹۵۳
۵۳	۱۵۷	۲۷۱	۴۰۱	۵۴۱	۶۶۱	۸۲۱	۹۶۷
۵۹	۱۶۳	۲۷۷	۴۰۹	۵۴۷	۶۷۳	۸۲۳	۹۷۱
۶۱	۱۶۷	۲۸۱	۴۱۹	۵۵۷	۶۷۷	۸۲۷	۹۷۷
۶۷	۱۷۳	۲۸۳	۴۲۱	۵۶۳	۶۸۳	۸۲۹	۹۸۳
۷۱	۱۷۹	۲۹۳	۴۳۱	۵۶۹	۶۹۱	۸۳۹	۹۹۱
۷۳	۱۸۱	۳۰۷	۴۳۳	۵۷۱	۷۰۱	۸۵۳	۹۹۷

احکام چند در خصوص عدد اول عاد کننده که عوامل اول نیز گوییم

۸۴ قضیه هرگاه عددی عاد کند حاصل ضرب دو عامل را و متباین باشد نسبت بیکی از آن دو عاد میکند عامل دیگر را

مثال ۲۰ × ۴۲ = ۸۴۰ و ۲۱ بفرض عاد میکند ۸۴۰ را و متباین است با ۲۰ پس باید عاد کند ۴۲ را

برهان ۲۰ چون با ۲۱ متباین است بعم آنها ۱ است حال این دو عدد را در ۴۲ ضرب میکنیم دو حاصل ۴۲ × ۲۰ و ۴۲ × ۲۱ را بهم سنجیده معلوم شود که بعم آنها ۴۲ × ۱ است یعنی ۴۲ (ف ۷۶) و ۲۱ بالفرض عاد کننده بود ۴۲ × ۲۰ یعنی ۸۴۰ را و عاد میکند ۴۲ × ۲۱ را که مضروب خاص اوست و چون این دو حاصل را عاد کرد عاد میکند بعم آنها که ۴۲ است فهو المطلوب

۸۵ هرگاه عدد اولی عاد کند حاصل ضرب چند عدد را باید عاد کند اقلا یکی از عاملهای آن حاصل را اول این حکم را در دو عامل ثابت میکنیم مثال ۵ عاد کننده است حاصل ۳۰ × ۲۴ را باید عاد کند اقلا یکی از دو عامل او را برهان فرض میکنیم ۵ عاد نکند ۲۴ را پس متباین شود با او (ف ۵۷) و عاد کننده حاصل ۳۰ × ۲۴ را پس باید عاد کند عامل دیگر ۳۰ را (قضیهٔ مذکوره)

دوم حکم را در حاصل ضرب چند عامل ثابت میکنیم مثال ۵ عاد کننده است حاصل ۱۸ × ۱۳ × ۳۰ × ۲۴ را باید عاد کند اقلا یکی از عاملهایش را برهان فرض میکنیم ۵ عاد نکند نه ۱۸ نه ۱۳ نه ۲۴ را آنوقت باید عاد کند ۳۰ را چونکه میتوان فرض کرد ۱۸ × ۱۳ × ۳۰ × ۲۴ حاصل شود از ضرب عامل ۱۳ × ۳۰ × ۲۴ در عامل ۱۸ و ۵ چون عاد نمیکند ۱۸ را باید بحکم اول عاد کند ۱۳ × ۳۰ × ۲۴ را

واین جمله را میتوان حاصل فرض کرد از ضرب عامل ۳۰ × ۲۴ در ۱۳ و عدد ۵ چون عاد میکند ۱۳ را باید (بحکم اول) عاد کند ۳۰ × ۲۴ را و این جمله مرکب است از دو عامل پس بحکم اول ۵ چون عاد نمی کند ۲۴ را باید عاد کند ۳۰ را فهو المطلوب

۸۶ قضیه هرگاه عدد اولی عاد کند قوت عدد مفروضی را باید خوان علیه عاد کند

مثال عدد اول ۳ عاد کننده است $۱۲^۴$ را باید عاد کند خود ۱۲ را زیراکه ...... ۱۲ × ۱۲ × ۱۲ × ۱۲ = $۱۲^۴$ و عدد ۳ چون عاد میکند حاصل را عاد خواهد نمود یکی از عاملهایش را که ۱۲ باشد

۸۷ نتیجه هرگاه دو عدد نسبت بهم متباین باشند هر قوتی از آنها اختیار کنیم نسبت بهم متباین میباشند /

مثال ۲ و ۵ فرض میکنیم ۳ عاد مشترک شد ما بین این دو قوت و چون ۳ عاد کننده شد ۲ را عاد میکند ۸ را ۶۰ و چون عاد کننده شد ۳ ۵ را عاد میکند ۱۵ را پس مقسوم علیه مشترک باشد ما بین ۸ و ۱۵ و حال آنکه این دو عدد را متباین فرض نموده بودیم و عدد غیر اولی مثل ۶ نیز عاد میکند ۸ و ۱۵ را زیراکه از قسمت این دو قوت قابل قسمت میشوند بر کدام از عاملهای ۶ که ۲ و ۳ باشند و چنانچه ثابت شد خلاف ست

۸۸ قضیه هرگاه عددی قابل قسمت باشد بر چند عدد که دو بدو نسبت بهم متباین باشند قابل قسمت است بر حاصل ضرب آنها

مثال ۴۲۰ قابل قسمت است بر اعداد متباینه ۲ و ۳ و ۵ پس باید قابل قسمت باشد بر حاصل ضرب آنها ۵ × ۳ × ۲

قسمت ۴۲۰ بر ۲ بدون باقی است خارج قسمت ۲۱۰ پس ۲ × ۲۱۰ = ۴۲۰ و چون عدد دوم ۳ عاد میکند ۴۲۰ یعنی ۲۱۰ × ۲ را و متباین است با ۲

باید عاد کند ۲۱۰ را ۸۴ و خارج قسمت ۲۱۰ بر ۳ بدون باقی ۷۰ است
۷۰ × ۳ = ۲۱۰ پس ۲ × ۳ × ۷۰ = ۴۲۰ و عدد سوم ۵ چون عاد
میکند ۴۲۰ یا ۲۱۰ × ۲ را و متباین است با ۲ باید عاد کند ۲۱۰ را و چون
۷۰ × ۳ = ۲۱۰ و ۵ متباین است با ۳ باید عاد کند ۷۰ را و خارج قسمت ۷۰
بر ۵ بدون باقی ۱۴ است ۱۴ × ۵ = ۷۰ پس ۲ × ۳ × ۵ × ۱۴ = ۴۲۰
۱۴ × ۳۰ = ۱۴ × پس ۴۲۰ قابل قسمت شد بر حاصل ضرب
۲ × ۳ × ۵ = ۳۰

۸۹ مبینه هرگاه عددی قابل قسمت باشد بر ع عدد که دو بدو نسبت بهم متباین باشند قابل قسمت است بر حاصل ضربهای آن ع عدد که ۲ به ۲ و ۳ به ۳ و ۴ به ۴ و ... و ۱ − ع به ۱ − ع در همدیگر ضرب شده باشند (ع علامت شماری است غیر معین)

۹۰ کوچکتر عددی که قابل قسمت باشد بر چند عدد متباین حاصل ضرب آنها است

۹۱ چون ترکیب نمائیم احکامی را که سابق در خصوص قابل قسمت بودن عددی بر ۲ و ۴ و ۸ و ۳ و ۵ و ۹ ذکر شده بنا بر قضیهٔ مذکوره نتایج ذیل استنباط میشود

هرگاه عددی قابل قسمت باشد بر ۲ و بر ۳ قابل قسمت است بر ۳ × ۲ یعنی بر ۶ و اگر قابل قسمت باشد بر ۲ و بر ۹ قابل قسمت است بر ۹ × ۲ یعنی بر ۱۸ و هرگاه قابل قسمت باشد بر ۳ و بر ۵ قابل قسمت است بر ۱۵ و هرگاه قابل قسمت باشد بر ۵ و بر ۹ قابل قسمت است بر ۵ × ۹ یعنی بر ۴۵ و هکذا

و این احکام را میتوان چنین ادا نمود

هرگاه مجموع صور ارقام عددی زوج قابل قسمت باشد بر ۳ یا بر ۹ آن عدد قابل قسمت است بر ۶ یا بر ۱۸ و هرگاه مجموع صور ارقام عددی که بصفر منتهی شده باشد یا به ۵ قابل

قابل قسمت باشد بر ۳ یا بر ۹ آن عدد قابل قسمت است بر ۳ یا بر ۵:

در تفصیل و تجزیه عدد بعاملهای اول خود (درس ۱۵)

چنانچه عنقریب بیان میشود هر عدد را بچند وجه میتوان تجزیه نمود بعاملهای اول خود و لیکن عمل هر وجه
مجری شود در شئه معینی از عوامل درست می آید و بعبارت اخری

۹۲ هر عدد مفروض را ممکن نیست تفصیل نمود جز بعاملهای مشخصه

برهان فرض میکنیم که بدو وجه مختلف عدد مفروض بعاملهای اول تجزیه نموده باشیم پس دو حاصل
ضرب آنها برابر میشوند و حال ثابت میکنیم که اولاً هر عامل اول یکی از این دو حاصل
عامل حاصل دیگر خواهد بود مثلاً ۵
این رقم ۵ چون حاصل اول را اعاد کننده است و حاصل دوم برابر است و آنرا نیز اعاد میکند
و چون آنرا اعاد کرد باید یکی از عاملهایش را اقلا اعاد کند ولی هر کدام از عاملهای حاصل دوم عدد
فرد اول است که جز خود هیچ عدد او را اعاد نمیکند پس باید یکی از عاملها آنکه قابل قسمت باشد بر ۵
غیر از ۵ عدد دیگر نخواهد بود و ثانیاً هر عامل اول که چند مرتبه در یکی از دو حاصل
تکرار شده باشد بهمان عدد مرات در حاصل دوم تکرار شده
فرض میکنیم ۵ چند مرتبه عامل یکی از این دو حاصل ضرب باشد پس بنا بر حکم سابق یک مرتبه
اقلا در حاصل دوم یافت میشود این دو حاصل را بر ۵ قسمت میکنیم و خارج قسمت مساوی
هستند و دو حاصل ضرب جدید از عاملهای اول و بنا بر فرض (بحکم اول) ۵ نیز عامل
یکی از این دو حاصل است پس عامل حاصل دیگر نیز میباشد و میتوانیم نوبت دیگر آنها را بر ۵
قسمت کنیم و تقسیم را تکرار میکنیم تا آنکه عامل ۵ در یکی از دو خارج قسمت مفقود شود و
آن وقت باید در خارج قسمت نظیر وی برای او نیز مفقود شود و در آخر عمل از دو حاصل ضرب
اول عامل ۵ بیک شمار اسقاط شد پس حکم دوم نیز ثابت گشت و دو حاصل ضرب

مرکب شد از عدد مشخص از عاملهای اول که درجه‌هاشان نیز برابر است فهو المطلوب

تنبیه هرگاه عامل اولی چند مرتبه در تفصیل عدد مفروضی تکرار شده باشد قاعده آنست که یک مرتبه آنرا نویسیم با نمایندی که بعدد مرات آن عامل باشد در عدد مفروض

مثال $5 \times 3^2 \times 2^4 = 720$

۹۳ از قضیه مذکوره چنین نتیجه شد که در تفصیل هر عدد بعاملهای اول خود ممکن است وجه آسانتر را اختیار کنیم چونکه دانستیم بهر وجه پیش رویم یک نتیجه مشخص بدست می آید و حال مشغول میشویم بذکر قاعده که معمول تر باشد

مثال میخواهیم این عدد را ٧٦٤٤٠ بعاملهای اول خود تفصیل نمائیم و صورت عمل این است

٧٦٤٤٠	٢
٣٨٢٢٠	٢
١٩١١٠	٢
٩٥٥٥	٣
٣١٨٥	٥
٦٣٧	٧
٩١	٧
١٣	١٣
١	

$$76440 = 2 \times 38220$$
$$38220 = 2 \times 19110$$
$$19110 = 2 \times 9555$$
$$9555 = 3 \times 3185$$
$$3185 = 5 \times 637$$
$$637 = 7 \times 91$$
$$91 = 7 \times 13$$
$$13 = 13 \times 1$$

$$76440 = 2\cdot2\cdot2\cdot3\cdot5\cdot7\cdot7\cdot13 = 2^3\cdot3\cdot5\cdot7^2\cdot13$$

از ملاحظه رقم اول سمت یمین عدد مفروض معلوم میشود که آن عدد زوج است یا فرد در مثال ما زوج است پس بقاعده تقسیم رسمی آنرا نصف میکنیم و خارج قسمت ٣٨٢٢٠ را تحت مقسوم مینویسیم چنانچه منموده شده می بینیم که $76440 = 2 \times 38220$ پس عاملهای اول ٧٦٤٤٠ یکی ٢ است و دیگر عاملهای اولی که در ٣٨٢٢٠ موجود باشند و باید عاملهای اول این عدد را معلوم نمود و آن قابل قسمت است بر ٢

و نصفش که خارج قسمت باشد این است ۱۹۱۱۰ پس ۱۹۱۱۰ × ۲ = ۳۸۲۲۰
و ۱۹۱۱۰ × ۲ × ۲ = ۷۶۴۴۰ و حال باید عاملهای اول ۱۹۱۱۰ را معلوم نمود
این عدد قابل قسمت است بر ۲ و خارج قسمتش این است ۹۵۵۵ این عدد دیگر قابل
قسمت نیست بر ۲ و باید فهمید بر ۳ قسمت میشود یا خیر بنابر شروط سابقه قابل قسمت
بر ۳ و ۳۱۸۵ × ۳ = ۹۵۵۵ و عدد ۳۱۸۵ دیگر قابل قسمت نیست
بر ۳ ولی بر ۵ قسمت شود مقسوم علیه ۵ را در همین عدد می‌نویسیم و خارج قسمت را ۶۳۷
در تحت آن این عدد دیگر قابل قسمت نیست بر ۵ و باید سایر عاملهایش را مشخص نمود تقسیم میکنیم
بر ۷ قابل قسمت شد و خارج قسمت ۹۱ است و این نیز قابل قسمت است بر ۷ و خارج
قسمت ۱۳ است که از خارج میدانیم عدد اول است

بعد از ترتیب چند تساوی فوق که نتیجه عمل تقسیم تساوی آخر زیر و بدست می‌آید که جمیع
تساویهای فوق را جزو بجزو در هم ضرب کنیم و قبل از نوشتن حذف کنیم عاملهائی را که
در دو حاصل مشترک باشند و از آن تساوی معلوم میشود که عدد ۷۶۴۴۰ حاصل ضرب
عاملهای اول است که در ستون قائم نوشته شده و آنها مقسوم علیه‌هائی بوده‌اند که خارج
قسمتهای صحیح بدون باقی‌ماندن در سمت یسار نوشته شد

و از آنچه ذکر شد دستور العمل برای تفصیل هر عدد بعاملهای اول بدست آمده اکنون آنرا
بعنوان قاعده بیان کنیم

۹۴ قاعده در تفصیل هر عدد بعاملهای اول بترتیب امتحان میکنیم قسمت
این عدد را بر اعداد اول ۲ و ۳ و ۵ و ...... تا برسیم بمقسوم علیه اولی که
چون عدد مفروض را بر آن قسمت کنیم هیچ باقی نماند
پس اگر در هیچ قسمتی باقی صفر نشود برسیم بمقسوم علیهی که خارج قسمت نظیرش

که از این مقسوم علیه باشد معلوم میشود که عدد مفروض ع اول است اگر باقی نمانده قسمت ع بر عدد اولی مثل ل صفر باشد لیکن از عاملهای اول ع است و نقد خارج از آنرا بر ل قسمت میکنیم و همچنین پیش میرویم تا برسیم بخارج ع که دیگر قابل قسمت نباشد بر ل آنوقت معلوم میشود که ع مساوی است بحاصل ضرب ع در قوه از ل که نمایش برابر عدد مراتی باشد که ل مقسوم علیه واقع شده بدون باقی پس در ع جاری میکنیم اعمالی را که مجری شد در ع عینا و آنکه نباید امتحان نمود جز از مقسوم علیهائی که بزرگتر باشند از ل پس اگر در این امتحانات عدد اولی و مثل ل عاد کند ع را خارج قسمتش را باز بر ل قسمت میکنیم و تکرار مینمائیم تا برسیم بخارج قسمتی مثل ع که دیگر قابل قسمت نباشد بر ل و آنوقت قاعده مذکور را جاری میکنیم در ع و لیکن باید اعداد اولیه را امتحان کرد که بزرگتر باشند از ل و هکذا تا برسیم بخارج قسمتی که بدانیم عدد اول است

در ضمن بیان قاعده اشاره شد که چون عدد ع را بر اعداد اول بترتیب قسمت کنیم و هیچ باقی صفر نشود تا برسیم بخارج قسمتی که کوچکتر از مقسوم علیه باشد در این وقت عدد ع اول است

برهان چون برسیم بتقسیمی که خارج قسمتش کوچکتر از مقسوم علیه شد ظاهر است که اگر عمل را ختم نکنیم و بر مقسوم علیهای اول بزرگتر قسمت کنیم خارج قسمت هر تقسیم بسیار کوچکتر از مقسوم علیه خواهد شد و در هیچکدام از این قسمتها باقی صفر نخواهد شد زیرا که اگر در یکی از این قسمتها فرض کنیم ۱۸ × ۲۳ = ع پس هر عامل اول از ۱۸ باید عاد کند ع پس عدد ع قابل قسمت میشود اقلا بر یک عدد اول کوچکتر از ۲۳ و این حکم خلاف است زیرا که مقسوم علیه ۲۳ آنوقت رسیدیم که بترتیب امتحان کرده باشیم تقسیم ع را بر جمیع اعداد اول کوچکتر از ۲۳ و چون هیچ قسمت

بودن باقی بشه عدد اول است

نتیجه پس در هر حال تتمه عمل منجر شد باینکه معلوم کنیم جمیع عاملهای اول اخرین خارج قسمت صحیح را که بدست آورده ایم (رجوع کنید به تساوییهای سابق مثال) هیچ خارج قسمت عینیت پیدا نمیکند عاد اولی کوچکتر از آن عاد کننده که خارج قسمت مذکور بتوسط او حاصل شده

برهان بنا بر قاعده مذکوره چون هر یک از عاملهای اول کوچکتر از مقسوم علیه اخیر عاد کرده اند عدد مفروض با یکی از خارج قسمتهائی را که سابق مشخص شده آن عاملها متروک شده اند و چون از عدد مفروض یا از آن خارج قسمت سابقی که این عاملها را قبول کرده برسیم بخارج قسمت کنونی بعد از آنکه اسقاط کرده باشیم عاملهای اولی را که قبول میکند عامل اول معهود در خارج قسمت اخیر یا دیگر موجود نیست

نتیجه چون خارج قسمتی قابل قسمت نشد بر مقسوم علیه اولی که بتوسط او حاصل شده برای تمام عمل بقا باید دست قسمت آن بر اعداد اولی که کوچکتر از این مقسوم علیه اخیر باشند

۹۵ قاعده که در خصوص تفصیل هر عدد بعاملهای اول خود ذکر شد بسیار منظم و معتبر ولیکن لازم نیست آنرا بعینه در همه جا جاری کنیم کاه اتفاق می افتد عمل سهل تر بشود و زود تر انجام پذیرد اگر عدد را بعاملهای غیر اولی تفصیل کنیم که اجزای آنها بغیر عمل معلوم است و با اجرای قاعده کلیه در آنها آسانتر است مثلا در تفصیل ۵۴۰۰ ظاهر است که

$$۵۴۰۰ = ۵۴ \times ۱۰۰ = ۹ \times ۶ \times ۲^{۲} \times ۵^{۲} = ۳^{۲} \times ۲ \times ۳ \times ۲^{۲} \times ۵^{۲} = ۲^{۳} \times ۳^{۳} \times ۵^{۲}$$

$$۱۳۲۰ = ۱۳۲ \times ۱۰ = ۶ \times ۲۲ \times ۲ \times ۵ = ۲ \times ۳ \times ۱۱ \times ۲ \times ۲ \times ۵ = ۲^{۳} \times ۳ \times ۵ \times ۱۱$$

این نکته وقتی اسباب تسهیل عمل میشود که عدد منتهی باشد بصفر و یا از روی شروط قابل قسمت

بودن آنها قبول میکند عاملهای ۴ و ۸ و ۶ و ۹ و غیره را

در تعیین کوچکترین عددی که قابل قسمت باشد بر چند عدد مفروض یا بعبارت اخری تعیین
کوچکترین مضرب مشترک آنها

قاعده تعیین آن مضرب مبنی است بر قضیهٔ ذیل

۹۶ شرط آنکه عددی قابل قسمت باشد بر عدد دیگر آنست که اولاً هر عامل اولی از مقسوم علیه یکی از عاملهای اول مقسوم باشد و ثانیاً نمایندهٔ هر عامل اول مقسوم علیه بزرگتر نباشد از نمایندهٔ که همان عامل در مقسوم دارد و همین شرط کفایت میکند

برهان فرض میکنیم عدد معلوم قبول کند این مقسوم علیه را $7 \times 5^2 \times 3^4$ آن عدد برابر میشود با حاصل ضرب $7 \times 5^2 \times 3^4$ در خارج قسمت صحیح (یا بصورت خارج قسمت $\times 7 \times 5^2 \times 3^4$) پس عاملهای اول عدد مفروض چهار مرتبه عامل ۳ است و دو مرتبه عامل ۵ و یک مرتبه عامل ۷ با سایر عاملهای اول خارج قسمت پس معلوم میشود که اولاً ۳ و ۵ و ۷ عاملهای اول عدد مفروض اند ثانیاً عدد ۳ باید اقلاً بقوت چهارم موجود باشد در آن عدد و ۵ بقوت دوم و غیره و از این قرار دو شرط مذکور لازم شدند و علاوه بر آن کافی باشند چونکه اگر فرض کنیم عدد مفروض ع چنین باشد $8 \times 5 \times 3^3 \times 2^4$ و عدد دیگر مثل $5 \times 3^2 \times 2^3 =$ م نسبت بعدد ع موافق دو شرط مذکور باشد ظاهر است که چون 2^3 و 3^2 و ۵ نسبت بهم متباین میباشند و عدد مفروض قابل قسمت است بر هر یک از آنها قابل قسمت خواهد بود بر حاصل ضرب آنها که عدد م باشد

۹۷ و حال ذکر میکنیم قاعده تعیین نمودن کوچکترین عددی را که قابل قسمت باشد بر چند عدد مفروض

قاعده در تعیین چنین عدد قاعده اینست که اعداد مفروض را بعاملهای اول خود تفصیل کنیم و ما بین آنها عاملهای اولی را اختیار کنیم که در همه مختلف باشند و هر کدام

صاحب بزرگترین عاملی باشد که در اعداد مفروضه دارد و حاصل ضرب چنین عاملهای مختلف کوچکترین مضرب مشترک مطلوب است

مثال فرض میکنیم این اعداد را

$$ب = ۲^{۴} \times ۳^{۲} \times ۵^{۳} \times ۱۳$$

$$ج = ۲^{۳} \times ۳^{۴} \times ۵^{۲} \times ۱۹$$

$$د = ۲^{۵} \times ۳^{۳} \times ۵ \times ۱۱$$

و بنا بر قاعده مذکوره معلوم میکنیم این صورت را

$$م = ۲^{۵} \times ۳^{۴} \times ۵^{۳} \times ۱۳ \times ۱۹ \times ۱۱$$

برهان این حاصل ضرب کوچکتر مضرب مشترک مطلوب است چونکه بنا بر حکم (۹٤) اوّلاً جمیع عاملهای اول هرکدام از اعداد مفروض باید در این مضرب مشترک موجود باشد و چنین است در حاصل ضرب ثانیاً نمایندهٔ هرکدام از این عاملهای اول باید در این مضرب برابر باشد اقلاً با نماینده که در هرکدام از اعداد مفروضه دارد و نماینده را که برای این عامل قرار داده ایم برابر است با بزرگترین نمایندهٔ که در اعداد مفروضه دارد پس این حاصل ضرب مضرب جمیع اعداد است و بلکه کوچکتر مضرب مشترک آنهاست چونکه هر عامل را در حاصل ضرب بشماری قرار دادیم که دو شرط مذکور اقتضا میکردند نه بیشتر

۹۸ نتیجهٔ اول هرگاه عددی قابل قسمت باشد بر چند عدد مفروض قابل قسمت میشود بر کوچکتر مضرب مشترک آنها چونکه بر مقتضای دو شرط سابق هر عامل از کوچکتر مضرب م باید موجود باشد در هر مضرب مشترک با نمایندهٔ که برابر باشد اقلاً با نماینده که در م دارد (۹٤)

نتیجهٔ ۲ هرگاه چند عدد نسبت بهم متباین باشند کوچکتر عددی که قابل قسمت

باشد برابر انها حاصل ضرب انها است ،

چونکه کوچکتر مضرب باید قابل قسمت باشد بر این حاصل ضرب ن ۸۸ پس ممکن نیست کوچکتر باشد از این حاصل

۱ تنبیه قاعدهٔ مشهور در تعیین کوچکتر مضرب غیر از آنست که ذکر شد اینست که بمعزو عدد از اعداد مفروض را معلوم کرده یکی از این دو عدد را بر آن قسمت کرده خارج قسمت را در عدد دیگر ضرب کنیم و حاصل را با عدد سوم بسنجیم یعنی بزرگتر مقسوم علیه مشترک مابین آن حاصل و این عدد را معلوم کنیم حاصل را بر این قسمت کرده در عدد سوم ضرب کنیم با این دستور پیش رویم تا آخر و چون قاعدهٔ سابقه بنظر ما آسان تر نمود با اکتفا کرده از بیان دلیل قاعدهٔ دوم چشم میپوشیم (رجوع کنید بعلم حساب بسیط جعفری)

در تعیین بزرگتر مقسوم علیه مشترک مابین چند عدد

۹۸ مکرر قاعده اختیار میکنیم جمیع عاملهای اولی را که در اعداد مفروض مشترک باشند و هر کدام را با کوچکتر نماینده که در اعداد مفروض دارند و حاصل ضرب این عاملها بزرگتر مقسوم علیه مشترک مطلوب است مثال فرض میکنیم

$ا = ۲^۴ × ۳^۴ × ۵^۳ × ۲۳$

$ب = ۲^۳ × ۳^۴ × ۵^۲ × ۱۹ × ۱۳۱$

$ج = ۲^۵ × ۳^۳ × ۵ × ۱۱^۲$

و موافق قاعدهٔ مذکور بمعم ح برابر است با $۲ × ۳^۲ × ۵$

برهان بنا بر ش ۹ هر مقسوم علیه مشترک د اعداد مفروض باید بر وفق شروط ذیل باشد اولا جمیع عاملهای اول آن مقسوم علیه باید در اعداد مفروض موجود باشند و مشترک باشند در جمیع آن اعداد ثانیا نماینده هر عامل اولی از این مقسوم علیه نباید تجاوز کرده باشد از هر نماینده که همین عامل در یکی هر کدام باشد از اعداد مفروض دارد و در عدد ح این شروط موجود است پس مقسوم علیه مشترکی است از اعداد مفروض این دو شرط کامل نمیبود اگر در ح عامل اول کم یافت میشد یا نماینده عاملهای اولش را بزرگتر اختیار مینمودیم پس ح بزرگتر مقسوم علیه مشترک است

باب چهارم

در کسور متعارفه (درس ۱۱)

مقدمات اصلیه در اندازه گرفتن مقادیر

۹۹ درس ۱ اشاره شد که ابتدا ماخذ عدد از تصور چندین شیء مشابه و متجانس بدست آمد که میخواستیم اجتماعشان را معلوم و مشخص کنیم مثل هشت سرباز و پانزده سیب و بعد معنی عدد را عمومیت داده استعمالش نمودند برای تشخیص اندازه جمیع مقادیر

هر شیئی که افزایش و نقصان در او ممکن باشد کمیت و مقدار گویند مانند طول و مدت و وزن

و در علوم ریاضی بحث نمیکنیم جز از مقادیری که قابل تحدید و تشخیص و اندازه گرفتن باشند

چون خواهیم کمیتی را درست بشناسیم و از روی دقت تصور کنیم باید آنرا بسنجیم بمقداری دیگر که از نوع او باشد و پیش از وقت آگاهی از حالش داشته باشیم و با و مألوف باشیم و چنین عملی را اندازه گرفتن آن مقدار گوییم

مثال چون خواهیم طول دیواری را درست تصور کنیم ذرعی میگیریم و از یک طرف دیوار بطرف دیگر بترتیب نقل میکنیم هر چند ممکن باشد فرض میکنیم هشت مرتبه درست نقل شد بدون کم و زیاد در اینصورت میگوییم طول دیوار هشت ذرع است پس هر کس ذرع را شناخته باشد طول دیوار را درست تصور میکند و بطور کلی واحد عبارت از طولی است که اختیار کرده باشیم تا مقیاس مشترک باشد برای مقادیر دیگر که از جنس آن واحد باشند (تعریف واحد اینجا موافق است با آنچه در درس ۱ ذکر شد)

در مثال مذکور ذرع را برای واحد طول اختیار نمودیم و چنین است مثقال در اوزان و قران در نقود

پس حاصل سنجیدن مقدار بواحد نوع خود عددیست که بعد بیان میشود چنانچه در مثال سابق عدد هشت بکار آمد در بیان حاصل سنجیدن طول دیوار بذرع که واحد طول است

هرگاه مقدار درست مرکب باشد از تکرار خود واحد بعدد صحیح بیان میشود مثل بیست قران و هجده
ذرع و دوازده سیب
ولی ممکن است اتفاق افتد که مقداری مرکب باشد از عدد آحاد چند با اضافه جزئی کوچکتر از واحد
که باید اندازه گرفت یا در ضمن اندازه گرفتن چنین معلوم شود که آن مقدار کوچکتر از واحدیست که
اختیار شده در این صورت واحد را بر ۲ و ۳ ...... جزو متساوی قسمت میکنیم و مقداری را
که کوچکتر از واحد بود با یکی از این اجزاء اندازه میگیریم پس اگر مقدار باقی درست برابر یکی از این
اجزاء باشد یا بتکرار جزئی حاصل شود به کسر بیان میشود (۱۵۰)
و با لجمله ممکن است چنین اتفاق افتد که مقداری متعلق بهیچکدام از این دو حالت نباشد و نتوان
از روی واحد اصلی یا از روی قسمتی از آن اندازه گرفت در این صورت آن مقدار را نسبت باین
واحد اصم گوییم و نتوان آنرا با این واحد بتحقیق اندازه گرفت بلکه باید بتقریب اکتفا کرد

در شرح کسور متعارفه

۱۵۰ تعریف چون واحد را بعددی از اجزاء متساویه قسمت کنیم و یکی
از این اجزاء یا چند جزو آنها را اختیار کنیم حاصل را کسر گوییم
و عدد کسری عددی باشد مرکب از صحیح و کسر و آنرا صحیح مع الکسر نیز گویند

۱۵۱ کسر بدو عدد نموده میشود یکی را مخرج گویند و از او معلوم میشود که واحد صحیح بر چند
جزو متساوی قسمت شده دیگر را صورت کسر و از آن معلوم میشود که در ترکیب کسر چند جزو از اجزاء
اختیار شده
مثال فرض میکنیم واحد را بر پنج جزو متساوی قسمت نموده باشیم و سه جزو آنرا برای ترکیب
کسر اختیار کرده باشیم پس مخرج این کسر ۵ است و صورتش ۳

۱۵۲ در خواندن کسر قاعده اینست که اول صورت را تلفظ کنیم و بعد مخرج را و در آخر

کلمات یا یک را محو کنیم مثال کسر مذکور را باید سه خمس یا سه یک خواند ولی ازین قاعده کلی باید کسور تسعه را استثنا نمود و عوض دوم و سوم وغیره نصف و ثلث و ربع و خمس و سدس و سبع و ثمن و تسع و عشر گفت

۱۰۳ در نوشتن کسر قاعده آنست که اول صورت را بنویسند و فاصله خطی افقی در زیرش مخرج را مثال سه خمس را باینصورت بنویسیم $\frac{3}{5}$ و گاه باینصورت ۳/۵ و هرگاه بخواهیم عددی یا مقداری را از چند جزو قسمت کنیم و یکجزوش مطلوب باشد در تحریر حرف م را در بجای مخرج قرار میدهیم مثلا پانزده یک شیء را چنین مینگاریم ۱۵م

۱۰۴ میتوان کسر را خارج قسمت دانست از تقسیم صورت بر مخرج مثال $\frac{3}{5}$ خارج قسمت ۳ است بر ۵ زیرا که $\frac{3}{5} \times 5 = 3$ در حقیقت ۵ برابر ۳ خمس مساوی است با ۳ برابر ۵ خمس آن مساوی است با ۳ چونکه ۵ خمس برابر است با واحد و ۵ برابر ۳ مساوی است با ۳ برابر ۵

و بطریق ذیل نیز ثابت میشود $\frac{3}{5}$ خارج قسمت ۳ است بر ۵ یا خمس ۳ است و آن مساویست با خمس آحاد ۱ + ۱ + ۱ و بعد از جمع این سه خمس واحد حاصل کسر $\frac{3}{5}$ است

۱۰۵ چون عدد صحیحی را بر عدد صحیح دیگر قسمت کنیم و چیزی باقی ماند باید برای اتمام عمل بر جزو صحیح خارج قسمت کسری اضافه نمود که صورتش باقی قسمت باشد و مخرجش مقسوم علیه

مثال در تقسیم ۴۳۲ بر ۱۵ خارج قسمت صحیح ۲۸ است و باقی ۱۲ است و میتوان گفت که خارج قسمت ۴۳۲ بر ۱۵ عبارت است از پانزده یک ۴۳۲ (۳۹)

و چون $432 = 28 \times 15 + 12$ است پانزده یک ۱۵ برابر ۲۸ بعینه ۲۸ است و باقی مانده که ۱۵ جزو ۱۲ است و آن عبارت است از پانزده یک هر کدام از ۱۲ واحد

که با همدیگر جمع شوند و چون پانزده یک واحد است $\frac{۱}{۱۵}$ و تکرار ۱۲ مرتبه $\frac{۱}{۱۵}$ چنین میشود $\frac{۱۲}{۱۵}$ باید آنرا بر ۲۸ افزود و نتیجه $\frac{۱۲}{۱۵}$ + ۲۸ تمام خارج قسمت ۴۳۲ است بر ۱۵

۱۰۶ هر کسر بزرگتر از واحد را جمله کسری گوئیم

مقدار کسر کوچکتر از واحد است یا برابر واحد یا بزرگتر از واحد بحسب آنکه صورتش کوچکتر از مخرج باشد یا برابر مخرج یا بزرگتر از مخرج

ولی در اعمال کسور اختلافی منظور نمیشود ما بین کسور خاص و کسوری که جمله کسری خواندیم

۱۰۷ میخواهیم این عدد کسری را $۲۸ + \frac{۱۲}{۱۵}$ جمله کسری تحویل کنیم و آن عمل را تجنیس گوئیم

پس گوئیم چون هر واحد برابر است با ۱۵ پانزدهم ۲۸ واحد معادل میشود با ۲۸ برابر ۱۵ پانزدهم یعنی با ۴۲۰ پانزدهم و ۴۲۰ پانزدهم باضافه ۱۲ پانزدهم برابر است با ۴۳۲ پانزدهم

$$۲۸ + \frac{۱۲}{۱۵} = \frac{۴۳۲}{۱۵}$$

پس این قاعده کلیه نتیجه میشود در تجنیس عدد صحیح با کسر باید ضرب نمود صحیح را در مخرج کسر و بر حاصل صورت کسر را اضافه نمود و مخرج کسر را مخرج حاصل جمع قرار داد

۱۰۸ و در رفع یعنی استخراج عدد صحیح از جمله کسری مانند $\frac{۴۸}{۹}$

چون هر واحد برابر است با ۹ نهم عدد واحدهائی که در ۴۸ نهم موجود است برابر میشود با عدد مراتبی که در ۴۸ نهم ۹ نهم مندرج میشود در ۴۸ عدد ۹ پنج مرتبه مندرج میشود و باقی میماند ۳ پس در ۴۸ نهم ۵ مرتبه ۹ نهم موجود است یعنی ۵ واحد صحیح باضافه ۳ نهم

$$\frac{48}{9} = 5 + \frac{3}{9}$$

✱ فاعده در رفع کسر باید صورت را بر مخرج قسمت نمود وخارج قسمت عدد آحادی است که در جمله کسر مندرج بوده وباقی را صحیح ملحق میکنیم کسری که صورتش باقی مانده باشد ومخرجش مقسوم علیه ✱

✱) ذکر اصول خواص کسور

✱ **۱۰۹** اصل هرگاه صورت کسر را بعدد از مرات بزرگ یا کوچک نمائیم مقدار خود کسر بهمان عدد مرات بزرگ یا کوچک میشود

مثال اول چون صورت این کسر را $\frac{3}{5}$ در ۴ ضرب کنیم حاصل $\frac{12}{5}$ چهار برابر $\frac{3}{5}$ میشود زیرا که این دو کسر از یک جزو مشخص واحد مرکب شوند وعدد مرات این جزو در $\frac{12}{5}$ چهار برابر عدد مراتی است که در $\frac{3}{5}$ تکرار شده

✱ مثال دوم هرگاه صورت کسر $\frac{6}{11}$ را بر ۳ تقسیم کنیم خارج قسمت $\frac{2}{11}$ میشود وظاهر است که مقدار این کسر ثلث $\frac{6}{11}$ است ✱

✱ **۱۱۰** اصل هرگاه مخرج کسری را بمرات چند بزرگ یا کوچک نمائیم مقدار آن کسر بهمان مرات کوچک یا بزرگ میشود ✱

مثال اول $\frac{1}{5}$ چهار مرتبه بزرگتر است از $\frac{1}{20}$ وبعبارت اخری یک خمس معادل ۴ بیستم است زیرا که بیستم جزو واحد باین طور حاصل شود که واحد را اول بر ۵ جزو متساوی قسمت کنیم تا خمس واحد شود وچونکه از این خمس [illegible] واحد [illegible] عدد موجود است

✱ مثال دوم کسر $\frac{3}{5}$ چهار مرتبه بزرگتر است از $\frac{3}{20}$ ✱ وبعبارت اخری $\frac{3}{5}$ معادل است با چهار برابر $\frac{3}{20}$ چونکه $\frac{1}{5}$ مساوی است با $\frac{4}{20}$ (مثال اول) پس $\frac{3}{5}$ مساوی میشود با ۳ برابر ۴ بیستم یا با ۴ برابر ۳ بیستم (چونکه ۳ برابر ۴ = ۴ برابر ۳)

مثال سوم کسر $\frac{7}{12}$ سه مرتبه کوچکتر است از $\frac{7}{4}$ و بعبارت اخری $\frac{7}{4}$ ثلثش برابر $\frac{7}{12}$ است
واین نیز بطریق مثال دوم ثابت میشود

۱۱۱ اصل چون هر دو جمله کسر را در یک عدد ضرب کنیم مقدار آن کسر تغییر نمیکند

مثال $\frac{3\times4}{8\times4} = \frac{3}{8}$ یا $\frac{12}{32} = \frac{3}{8}$ چونکه (بنابر مثال اول نمره سابق) ۸ هشتم مساوی است با ۴ سی و دوم پس ۳ هشتم مساوی میشود با ۳ برابر ۴ سی و دوم یعنی ۱۲ سی و دوم

مثال دوم چون هر دو جمله این کسر را $\frac{15}{18}$ بر ۳ قسمت کنیم کسر خارج قسمت $\frac{5}{6}$ مساوی است با کسر اول و دلیلش آنست که بنحو مذکور ثابت میکنیم که هر ششم مساوی است با ۳ هجدهم پس $\frac{5}{6}$ مساوی میشود با ۵ برابر ۳ هجدهم یعنی با ۱۵ هجدهم

۱۱۲ آیا میتوان بر دو جمله کسر عددی افزود یا از او عددی کاست بی آنکه در مقدارش تغییر عارض شود جواب چنین عمل صحیح نیست و بر متعلم است اثبات این حکم کند

۱ اگر کسر مفروض کوچکتر از واحد باشد بافزایش عدد بزرگ میشود و اگر بزرگتر از واحد باشد حکم بعکس است

در تحویل کسر بصورت ساده تر و بساده ترین صورتی که ممکن باشد
و دیگر ذکری از کسور غیر ممکن التحویل (درس ۱۲)

۱۱۳ ساده و مختصر نمودن کسر عبارت از این است که بدل کنیم او را بکسری که از حیثیت مقدار معادلش باشد ولی دو جمله اش کوچکتر باشند و حقیقتا ان راه این کار آنست که دو جمله کسر را قسمت کنیم بر مقسوم علیه های مشترکی که داشته باشند

مثال کسر $\frac{210}{252}$ است و این صورت بترتیب حاصل میشود $\frac{210}{252}=\frac{105}{126}=\frac{35}{42}=\frac{5}{6}$

دو جملهٔ کسر مفروض را بر ۲ قسمت میکنیم دو جملهٔ خارج را بر ۳ و با جمله دو جملهٔ خارج ثانی را بر ۷ (۱

۱۱۴ کسر را غیر ممکن التحویل گوئیم یا منحول بساده ترین صورت خود هرگاه مبدل نشود بکسر معادل خود که دو جملهٔ اش کوچکتر باشند (۱

۱۱۵ قضیه هرگاه دو جملهٔ کسری نسبت بهم متباین باشند هر کسری دیگر که معادل او باشد دو جمله اش حاصل ضرب دو جملهٔ کسر اول اند در عدد مفروضی

مثال در ۵/۷ که دو جمله اش متباین میباشند فرض میکنیم ۵/۷ = ۲۰/۲۸ چون این دو کسر را بیک مخرج تحویل کنیم باید و صورت آنها برابر شوند اول چنین میشود

۵ × ۲۸ / ۷ × ۲۸ = ۲۰ × ۷ / ۲۸ × ۷ (۱۲۱

و ظاهر است که بعد از این تساوی نتیجه میشود (۱) ۵ × ۲۸ = ۲۰ × ۷

حال ۵ چون عاد کننده است حاصل دوم را عاد میکند حاصل ۷ × ۲۰ را که معادل او است و چون نسبت به ۷ متباین است عاد میکند عامل دوم ۲۰ را (۸۴ و در حقیقت ۴ × ۵ = ۲۰ و چون در وی (۱) ۲۰ را بدل میکنیم به ۴ × ۵ چنین میشود ۵ × ۲۸ = ۷ × ۴ × ۵ و چون دو جزو را بر ۵ قسمت میکنیم ۲۸ = ۴ × ۷

پس معلوم شد که ۲۰ و ۲۸ دو حاصل ضرب اند از ۵ و ۷ در عدد ۴ فهو المطلوب

۱۱۶ نتیجه هرگاه دو جملهٔ کسری متباین باشند آن کسر غیر ممکن التحویل است

مثال ۵/۷ هر کسر که معادل باشد با ۵/۷ دو جمله اش مضروب اند از ۵ و ۷ (۱۱۵ پس ممکن نیست کوچکتر باشند از ۵ و ۷ و چون دو جملهٔ کسر معادل با ۵/۷ کوچکتر نشد از ۵ و ۷ این کسر غیر ممکن التحویل است فهو المطلوب و از آنچه ذکر شد این قاعده استنباط میشود

۱۱۷ قاعده در تحویل کسر بساده ترین صورت خود باید معلوم کرد بزرگترین مقسوم علیه مشترک مابین دو جملهٔ آن از آن دو جمله را بر آن قسمت کرد

در حقیقت

در حقیقت بعد از آنکه دو جمله کسر بر بزرگترین مقسوم علیه مشترک خود تقسیم شد دو خارج قسمت متباین میشوند (۷۸) و بنا بر حکم سابق کسری که از آن دو ترکیب میشود غیر ممکن التحویل است

مثال در کسر $\frac{۲۱۰}{۲۵۲}$ بزرگتر مقسوم علیه مشترک این دو جمله ۴۲ است و چون ۲۱۰ و ۲۵۲ را بر ۴۲ قسمت کنیم این دو خارج قسمت ۵ و ۶ نتیجه میشود پس معلوم شد که چون $\frac{۲۱۰}{۲۵۲}$ را غیر ممکن التحویل نمائیم کسر $\frac{۵}{۶}$ نتیجه میشود ✱

۱۱۸ قضیه هرگاه کسری معادل باشد با کسر غیر ممکن التحویل جمله‌های آن حاصل ضرب جمله‌های این کسر است در عدد مشخصی

در حقیقت ظاهر است که دو جمله کسر غیر ممکن التحویل متباین میباشند پس بنا بر بند ۱۱۵ حکم مذکور صحیح است

۱۱۹ نتیجه هرگاه دو کسر غیر ممکن التحویل هم معادل شوند باید جمله‌های آنها نظیر بنظیر متساوی باشند

فرض میکنیم $\frac{ه}{د}$ و $\frac{ب}{ج}$ دو کسر غیر ممکن التحویل باشند چون کسر $\frac{ب}{ج}$ معادل است با کسر غیر ممکن التحویل $\frac{ه}{د}$ میبایست م × ه = ب و م × د = ج و م عدد صحیح غیر معینی است

ولی بفرض باید ۱ = م چونکه $\frac{ب}{ج}$ غیر ممکن التحویل است پس ب و ج باید متباین باشند

نتیجه هرگاه دو کسر متساوی را تحویل کنیم بساده‌ترین صورت خود دو کسر غیر ممکن التحویل نتیجه یک کسر مشخص خواهد بود و بعبارت اخری کسر را بهر قسم تحویل بصورت ساده‌تر خود نمائیم نتیجه عمل کسر غیر ممکن التحویل مشخص خواهد بود

۱۲۰ تنبیه چون خواهیم کسوری چند معادل کسر مفروضی بدست آوریم قاعده است که اول کسر مفروض را غیر ممکن التحویل نمائیم و بعد دو جمله را بترتیب ضرب کنیم در اعداد صحاح ۲ و ۳ و ۴ و ...

در تحویل کسور بمخرج مشترک

۱۲۱ هرگاه کسور چند صاحب یک مخرج باشند بیک نظر میتوان کسر بزرگتر را از کوچکتر تشخیص داد و همچنین آنها را جمع نمود و بعضی را از دیگری تفریق کرد پس مفید است دانستن قاعده برای تحویل کسور بیک مخرج

تحویل کسور بیک مخرج این است که بدست آوریم کسور دیگری معادل آن کسور بر وجهی که جمیع صاحب یک مخرج باشند

قاعده در تحویل کسور بیک مخرج همین قدر کافی است که ضرب کنیم دو جمله هر کسر را در حاصل ضرب مخارج سایر کسور

مثال در کسور $\frac{۲}{۳}$ و $\frac{۳}{۴}$ و $\frac{۴}{۵}$ و $\frac{۱۱}{۱۲}$

دو جمله ۲ و ۳ از کسر اول را ضرب میکنیم در حاصل ضرب سایر مخارج یعنی در $۲۴۰ = ۱۲ \times ۵ \times ۴$

$$\frac{۲}{۳} = \frac{۲ \times (۴ \times ۵ \times ۱۲)}{۳ \times (۴ \times ۵ \times ۱۲)} = \frac{۴۸۰}{۷۲۰}$$

و نسبت به $\frac{۳}{۴}$ نیز

$$\frac{۳}{۴} = \frac{۳ \times (۳ \times ۵ \times ۱۲)}{۴ \times (۳ \times ۵ \times ۱۲)} = \frac{۵۴۰}{۷۲۰}$$

و همچنین

$$\frac{۴}{۵} = \frac{۴ \times (۳ \times ۴ \times ۱۲)}{۵ \times (۳ \times ۴ \times ۱۲)} = \frac{۵۷۶}{۷۲۰}$$

و بالجمله

$$\frac{۱۱}{۱۲} = \frac{۱۱ \times (۳ \times ۴ \times ۵)}{۱۲ \times (۳ \times ۴ \times ۵)} = \frac{۶۶۰}{۷۲۰}$$

چون در این قاعده دقت کنیم معلوم میشود که مقدار هیچ کسری تغییر نکرده زیرا که هر دو جمله آن در یک عدد ضرب شده و ظاهر است که جمیع آن کسور صاحب یک مخرج میشوند چونکه در این عمل هر مخرج جدید حاصل ضرب جمیع مخارج کسور مفروضه است بلی ترتیب ضرب این مخارج در کسور مختلف است (۳۲)

تنبیه بعد از آنکه قاعده را در کسر اول جاری نمودیم مخرج مشترک بدست می آید آنوقت میتوان تتمه عمل را بدستور ذیل تمام کرد در تحویل $\frac{۳}{۴}$ عوض آنکه حاصل ضرب سایر

مخارج

مخارج را منحصر کنیم میتوان مخرج مشترک معین یا بود اکه ۲۵ ۱۲ باشد قسمت نمود بر مخرج ۱۲ از کسر $\frac{۳}{۴}$ و بعد دو جمله این کسر را ضرب نمود در خارج قسمت ۱۸۵ و از این قرار ظاهر است که مخرج کسر جدید معادل با $\frac{۳}{۴}$ بعینه ۲۵ ۱۲ است و از همین قرار میتوان سایر کسور را تحویل نمود و علاوه بر این قاعده در تعیین مخرج مشترک چندین کسر قواعد دیگر نیز وضع شد

۱۲۲ هر عدد که قابل قسمت باشد بر مخارج کسور مفروض و بعبارت اخری مضرب مخارج باشد میتوان آنرا مخرج مشترک آن کسور قرار داد و بدستور ذیل رفتار نمود

مضرب مشترک را بر مخرج کسر اول قسمت میکنیم و دو جمله کسر را در خارج قسمت صحیح ضرب میکنیم و بعد در سایر کسور بترتیب همین عمل را اجاری مینمائیم

مثال $\frac{۲}{۳}$ ، $\frac{۳}{۴}$ ، $\frac{۴}{۵}$ ، $\frac{۱۱}{۱۲}$

چون ۶۰ قابل قسمت است بر جمیع مخارج آنرا بر ۳ تقسیم میکنیم خارج قسمت ۲۰ است دو جمله $\frac{۲}{۳}$ را در ۲۰ ضرب میکنیم حاصل میشود کسر $\frac{۴۰}{۶۰}$ که معادل است با $\frac{۲}{۳}$ و بعد ۶۰ را بر ۴ قسمت میکنیم و دو جمله $\frac{۳}{۴}$ را در خارج قسمت ۱۵ ضرب میکنیم حاصل میشود $\frac{۴۵}{۶۰}$ که معادل است با $\frac{۳}{۴}$ و همچنین ۱۲ $= \frac{۶۰}{۵}$ پس $\frac{۴۸}{۶۰} = \frac{۴ \times ۱۲}{۵ \times ۱۲} = \frac{۴}{۵}$

و با لجمله ۵ $= \frac{۶۰}{۱۲}$ و $\frac{۵۵}{۶۰} = \frac{۱۱ \times ۵}{۱۲ \times ۵} = \frac{۱۱}{۱۲}$

بنابراین قاعده مقدار کسور تغییر نمیکند (۱۱۱) و علاوه بر آن مضرب مشترک مخرج مشترک کسور مفروض شده چونکه در هر عمل مقسوم علیهی که مخرج کسر مفروض است ضرب میکنیم در خارج قسمتی و حاصل البته مساوی میشود با مقسوم که در همه مضرب مشترک است

ممکن است چنین اتفاق افتد که بزرگترین مخرج کسور مضرب سایر مخارج باشد پس و بعینه مخرج مشترک خواهد شد

و نیز اتفاق می افتد که مخرجی قابل قسمت باشد بر بعضی از مخارج کسور دون بعضی
چنانچه در مثال ما ۱۲ قابل قسمت است بر ۳ و بر ۴ دون ۵ در این صورت
کافی باشد عددی مشخص کنیم که مضروب شود ۱۲ و سایر مخارجی که او را
عاد نکنند و معلوم است که چنین عدد قابل قسمت باشد بر جمیع مخارج
و چون آن متباین است با ۵ مضرب مشترک همان است که سابق گرفتیم ۶۰ = ۵ × ۱۲

در تحویل کسور بکوچکترین مخرج مشترک

۴۷

۱۲۳ قاعده در تحویل کسور بکوچکترین مخرج مشترک باید اول آنها را
بکسور غیر ممکن التحویل مبدل نمود و بعد کوچکترین عددی مشخص کرد که قابل
قسمت باشد بر مخارج این کسور (۹۷) چنین عدد کوچکترین مشترک مطلوب است
پس بدستور (۱۲۲) ما بقی عمل را باید بانجام رسانید

مثال ۵/۷ ، ۲/۳ ، ۷/۱۲ ، ۳/۴ ، ۱/۲ ، ۹/۱۵ این کسور خود غیر ممکن التحویلند
و گرنه میبایست اول تحویل کنیم و معلوم است که هر مخرج مشترکی از کسور مفروض مضرب مشترکی است
از مخارج کسور فی الحقیقه فرض میکنیم که آن کسور به مخرج مشترکی تحویل شده باشند پس در جمله کسر
جدید یکه جانشین کسر غیر ممکن التحویل ۵/۷ باشد حاصل ضرب ۵ و ۷ است در یک عدد (۱۱۷)
و از این قرار مخرج آن کسر یعنی مخرج مشترک مذکور مضرب ۷ است و بهمین وجه ثابت میشود
که آن مخرج مضرب ۳ و ۱۲ و غیره است حاصل آنکه مضرب مشترک مخارج مذکور است پس مخرج
مشترک خود را ممکن نیست اختیار کنیم جز مابین مضربهای مشترک این مخارج و هر مضرب را
بی تفاوتی میتوان اختیار نمود (۱۲۳) ولی اگر مطلوب کوچکتر مخرج مشترک باشد ظاهر است
که باید کوچکترین مضرب مشترک را اختیار کرد
و صورت عمل در کسور مفروض این است

۹/۱۵	۱/۲	۳/۴	۷/۱۲	۲/۳	۵/۷	
۲×۵	۲	$۲^۲$	$۲^۲×۳$	۳	۷	م = $۲^۲$.۳.۵.۷
۴۲	۲۱۰	۱۰۵	۳۵	۱۴۰	۶۰	م = ۴۲۵
۳۷۸/۴۲۵	۲۱۰/۴۲۰	۳۱۵/۴۲۵	۲۴۵/۴۲۰	۲۸۰/۴۲۰	۳۰۰/۴۲۵	

مخارج را بعد از تفصیل بعاملهای اول تحت کسور نوشتیم و چون کوچکترین مضرب مشترک ۴۲۵ است
قسمت نمودیم آن را بترتیب بر مخارج کسور و این قسمت هم بطریق رسمی ممکن است و هم بتفصیل عاملهای
اول و هر خارج قسمت را زیر مخرج نظیر خود نوشتیم و ضرب نمودیم در صورت کسر نظیر و آن را
صورت کسر قرار دادیم و مخرجش مضرب ۴۲۵ است

سؤال آیا قبل از معلوم کردن کوچکترین مضرب مشترک که مخرج مشترک باشد
تبدیل کسور مفروض بکسور غیر ممکن التحویل از شروط و لوازم عمل است

جواب بلی اگر بخواهیم خاطر جمع و مطمئن باشیم از اینکه حاصل عمل کوچکترین مخرج مشترک ممکن است
باید البته عمل تبدیل را مقدم داشت

و برای اثبات این حکم کسور غیر ممکن التحویل سابق را اینجا نقل کنیم

۹/۱۵ ۱/۲ ۳/۴ ۷/۱۲ ۲/۳ ۵/۷

و دو جمله یکی از آنها را ضرب کنیم در عامل اولی که خارج شد از مخارج این کسور مثلاً دو جمله ۳/۴ را
در ۱۳ ضرب میکنیم و حاصل میشود کسر ۳۹/۵۲

فرض میکنیم که علی الاتفاق این کسور را از ما خواسته باشند بیک مخرج تحویل کنیم

۹/۱۵ ۱/۲ ۳۹/۵۲ ۷/۱۲ ۲/۳ ۵/۷

و ظاهر است که اگر بدون تحویل کسور کوچکترین مضرب مشترک این مخارج را نوعی را تحصیل کنیم

مخرج مشترک چنین میشود ۵۴۶۰ = ۱۳×۴۲۰ و حال آنکه میدانیم میتوان کسور دیگر بدست آورد معادل کسور مفروض که مخرج مشترکشان ۴۲۰ باشد

و نیز میتوان مثالی فرض کرد از کسور مختلف ممکن التحویل که قبل از تحویل کوچکتر مضرب مشترک کوچکترین مخرج مشترک باشد مثال $\frac{۴}{۲۵}$ $\frac{۱}{۲}$ $\frac{۳}{۴}$ $\frac{۱۰}{۱۲}$ $\frac{۲}{۳}$ $\frac{۵}{۷}$

۱۲۴ هرگاه بخواهیم مقادیر چند کسر را نسبت بهمدیگر بسنجیم تا بزرگتر از کوچکتر تشخیص داده شود همین کافی است که آن کسور را بیک مخرج تحویل کنیم

مثال $\frac{۷}{۱۲}$ و $\frac{۱۱}{۱۸}$ عدد ۳۶ چون مضرب مشترک در ۱۲ و ۱۸ است مخرج مشترک قرار دهیم

$$۳۶ : ۱۲ = ۳ \quad , \quad \frac{۷}{۱۲} = \frac{۷\times۳}{۱۲\times۳} = \frac{۲۱}{۳۶}$$

$$۳۶ : ۱۸ = ۲ \quad , \quad \frac{۱۱}{۱۸} = \frac{۱۱\times۲}{۱۸\times۲} \quad \frac{۲۲}{۳۶}$$

و چون $\frac{۲۲}{۳۶}$ بزرگتر است از $\frac{۲۱}{۳۶}$ معلوم میشود که $\frac{۱۱}{۱۸}$ نیز بزرگتر است از $\frac{۷}{۱۲}$

در اجرای چهار عمل اصلی در کسور و اعداد کسری

در عمل جمع (درس ۱۴)

۱۲۵ جمع چند عدد عملی است که بآن عمل مشخص نمائیم عددیکه مؤلف باشد از جمیع احاد یا اجزائی از احاد کهاعداد مفروض از آنها مؤلفند

قاعده جمع اعداد صحاح را سابق ذکر نمودیم

در جمع کسور و اعداد کسری

۱۲۶ جمع چند کسر مؤلف نمودن آن کسور است بوجهی که یك کسر بدست آید و آنرا حاصل جمع کسور گوئیم

۱۲۷. در جمع اعداد کسری — در جمع اعداد صحاح مع الکسور قاعده این است که اول کسور را بدستور نمره سابق جمع کنیم پس اگر عدد صحیحی در او باشد رفع نمائیم و با اعداد صحاح مفروض بعد جمع کنیم

مثال در جمع این اعداد ۱۷ ۵/۶ ، ۱۰ ۲/۳ ، ۷ ۳/۴ — صورت عمل چنین است

		مخارج ضمنها
۱۷ ۵/۶	۱۲/۱۵	۲
۱۰ ۲/۳	۸	۴
۷ ۳/۴	۹	۳
۳۶ + ۳/۱۲	۲۷	۱۲

و حاصل جمع مطلوب این است ۳۶ + ۳/۱۲ = ۳۶ ۱/۴

در تفریق کسور و اعداد کسری

۱۲۸. بطور کلی تفریق موضوع کردن آحاد و اجزای آحاد عدد مفروض است از عدد مفروض دیگر و نتیجه چنین عمل را باقی یا تفاوت یا تفاضل گوئیم

و نیز میگوئیم که هر گاه معلوم باشد حاصل جمع و عدد دو یکی از آن دو عدد مقصود از عمل تفریق تعیین کردن عدد دیگر است از آنچه در خصوص جمع گرفته شد نتیجه میشود که ممکن نیست اجزائی را از جنسی از دیگر بلا واسطه تفریق نمود جز آنکه از یک جنس باشند یعنی آن اجزای کسوری باشند صاحب یک مخرج پس قاعده تفریق چنین میشود

۱۲۹. قاعده در تفریق کسری از کسر دیگر باید هر دو را بیک مخرج تحویل کرد و صورت کسر کوچکتر را از بزرگتر تفریق نمود و مخرج باقی را همان مخرج مشترک قرار داد

مثال در تفریق کسر ۵/۹ از ۱۱/۱۲

صورت عمل چنین است

٣	١١/١٢	٣٦/٣٢
٢	٥/٥	٢٥

باقی مانده . . . . . . ٣٦ / ١٣

١٣٥ چون خواهیم عدد کسری را از عدد کسری دیگر تفریق کنیم باید که عدد کوچکتر را از کسر عدد بزرگتر موضوع کرده و صحیح اول را از صحیح دوم پس ترکیب دو باقی نتیجهٔ مطلوبست

ممکن است اتفاق افتد که کسر عدد اقل بزرگتر باشد از کسر عدد اکثر درین صورت واحدی بر کسر کوچکتر اضافه کنیم ولی بعد از تجنیس با مخرج مشترک و تفریق را اجرا داریم و چون برسیم بتفریق اعداد صحاح که با کسور بودند باید واحدی بر عدد صحیح مفروق اضافه نمود و یا از صحیح مفروق عنه کاست

و از اینجا معلوم شد دستور العمل وقتی که مفروق عنه عدد صحیح باشد

مثال اول

١٩ ٣/٤	٩/١٢
٨ ٢/٣	٨/١٢
١١	١/١٢

مثال دوم

٣١ ٢/٧	٨١ ١٨/٦٣
١٢ ٧/٩	٤٩/٦٣
١٣	٣٢/٦٣

مثال سوم

٣٧	٥/٥
١٣	٣/٥
٢٣	٢/٥

در مثال دوم عدد ٨١ حاصل جمع ٦٣ جزو است با واحد که بر کسر ١٨/٦٣ اضافه کرده ایم و آن باین قسم حاصل شود که دو عدد مجاور ١٨ و ٦٣ را با همدیگر جمع کنیم

در ضرب کسور

١٣١ ضرب عدد صحیح در کسر عملی است که بآن عمل بیابیم عددی که مؤلف شود از عدد مفروض همان طور که مضروب فیه مؤلف شده است از واحد

مثال ١٠٥

مثال چون $\frac{3}{5}$ مولف است از سه برابر خمس واحد حاصل ضرب عدد مثل ۵۴ در $\frac{3}{5}$
مولف خواهد بود از سه برابر خمس این عدد ۵۴
پس ضرب ۵۴ در $\frac{3}{5}$ عبارتست از متخص کردن $\frac{3}{5}$ عدد ۵۴
پس میتوان ضرب کسور را باین نحو تعریف نمود
ضرب عدد صحیحی در کسر عبارتست از اینکه بعددی از مرات حصهٔ صحیح متخص
او آن عدد را تکرار کنیم

۱۳۲ در ضرب کسور نظر باینکه یکی از دو عامل یا هر دو کسر باشند یا عدد کسری چهار حالت متصور است

حالت اول ضرب کسر است در عدد صحیح

قاعده در ضرب کسر در عدد صحیح ضرب کنند صورت کسر را در آن عدد و مخرج
حاصل را بعینه مخرج کسر قرار دهند

مثال ضرب $\frac{7}{9}$ در ۵
چون مضروب فیه عدد صحیح است بنابر تعریف (۱۲۱) حاصل ضرب باید مؤلف شود از پنج بار
$\frac{7}{9}$ پس موافق قاعدهٔ جمع حاصل ضرب مساوی است باین حاصل جمع
$\frac{7}{9}+\frac{7}{9}+\frac{7}{9}+\frac{7}{9}+\frac{7}{9}$ یعنی $\frac{7\times5}{9}$ و این موافق شد با قاعده ما
هرگاه مخرج کسر مفروض قابل قسمت باشد بر عدد صحیح میتوان کسر حاصل ضرب را مختصر نمود
زیرا که بنا بر قاعدهٔ سابق چون کسر را در عدد صحیح ضرب کنیم مقدارش بهمان عدد
مرات بزرگ میشود و همین حاصل بدست می آید اگر مخرجش را بر این عدد صحیح قسمت کنیم
مشروط برآنکه بدون باقی باشد (۱۱۵) مثال حاصل ضرب $\frac{7}{8}$ در ۴ مساوی
با $\frac{7}{2}$ و اگر این حاصل را $\frac{7\times4}{8}$ مختصر کنیم باز همان نتیجه بدست می آید

حالت دوم ضرب عدد صحیح است در کسر

۵ قاعده — در ضرب عدد صحیح در کسر باید صحیح را در صورت کسر ضرب نمود و مخرجش را همان مخرج کسر قرار داد مثال میخواهیم ضرب کنیم 5 را در $\frac{7}{9}$ بنا بر تعریف سابق چون $\frac{7}{9}$ مؤلف است از هفت برابر تسع واحد حاصل ضرب مطلوب مؤلف میشود از هفت برابر تسع 5 و چون تسع 5 این است $\frac{5}{9}$ (104) هفت برابر آن تسع یعنی حاصل ضرب مطلوب این میشود $\frac{5\times7}{9}$ بنا بر این $5\times\frac{7}{9}=\frac{5\times7}{9}$

تنبیه چون $\frac{7}{9}\times5=\frac{7\times5}{9}$ و $5\times\frac{7}{9}=\frac{5\times7}{9}$ و دو حاصل دو کسر متساوی هستند پس $\frac{7}{9}\times5=5\times\frac{7}{9}$ پس در دو حالت مذکوره ضرب میتوان ترتیب عاملها را تغییر داد بی آنکه تغییری در حاصل ضرب عارض شود بنا بر این اگر در حالت دوم مخرج کسر قابل قسمت باشد بر عدد صحیح میتوان مثل حالت اول کسر حاصل ضرب را مختصر نمود و موافق دستور کلی ذیل نیز آن کسر مختصر شود

۶ بعد از اتمام هر عملی که تعلق داشته باشد بکسور بهتر است که نتیجه را بمختصرتر صورتی که ممکن باشد تحویل کنیم و باز میگوئیم که باید آنوقت کسر را دفع نموده صحیحش را خارج نمود ○

۷ حالت سوم ضرب کسر است در کسر

قاعده در ضرب کسری در کسر دیگر باید دو صورت کسر را جدا گانه در هم ضرب کرده صورت جدید قرار داد و دو مخرج را جدا گانه ضرب نموده مخرج جدید

مثال میخواهیم ضرب کنیم $\frac{7}{8}$ را در $\frac{3}{5}$

باید عددی مشخص نمود که مؤلف شود از $\frac{7}{8}$ همان طور که $\frac{3}{5}$ مؤلف است از واحد و چون $\frac{3}{5}$ مؤلف است از سه برابر خمس واحد و حاصل ضرب مؤلف میشود از سه برابر خمس $\frac{7}{8}$ و خمس $\frac{7}{8}$ عددی است پنج مرتبه کوچکتر از $\frac{7}{8}$

یعنی بنابر حکم ن ۱۱۵ مساوی است با $\frac{۷}{۸\times۵}$ و ثمره برابر این جنس یعنی حاصل ضرب مطلوب بنابر حالت اول چنین است

$$\frac{۷}{۸\times۵}\times۳=\frac{۷\times۳}{۸\times۵}$$

حال چون این حاصل را با دو کسر مفروض بسنجیم معلوم میشود که قاعده مذکوره صحیح بود.

۱۳۳ سنجیده چون $\frac{۷}{۸}\times\frac{۳}{۵}=\frac{۷\times۳}{۸\times۵}$ و $\frac{۳}{۵}\times\frac{۷}{۸}=\frac{۳\times۷}{۵\times۸}$ و همچنین $۷\times۳=۳\times۷$ و $۸\times۵=۵\times۸$ پس $\frac{۷\times۳}{۸\times۵}=\frac{۳\times۷}{۵\times۸}$

یعنی $\frac{۷}{۸}\times\frac{۳}{۵}=\frac{۳}{۵}\times\frac{۷}{۸}$ پس این حکم سنجیده میشود

حاصل ضرب دو کسر تغییر نمیکند هرگاه تغییر دهیم ترتیب عاملها را

۱۳۴ حالت چهارم ضرب دو عدد کبری است در همدیگر

قاعده در ضرب دو عدد کبری باید هر دو را جدا جدا تجنیس نمود و بعد موافق حالت سوم ضرب کسور دو نتیجه را در هم ضرب نمود

مثال میخواهیم ضرب کنیم $\frac{۴}{۵}+۳$ را در $\frac{۲}{۳}+۵$

اگر موافق تعریف عمومی عمل ضرب را بسط دهیم باینجا میرسیم که میبایست ضرب کنیم $\frac{۴}{۵}+۳$ را در ۵ و بعد $\frac{۴}{۵}+۳$ را در $\frac{۲}{۳}$ و بعد دو حاصل را جمع نمود ولی هر کدام از این دو حاصل منجر میشود به دو ضرب دیگر و از این قرار میبایست چهار ضرب جزئی بجا آورد و بعد حاصل ضربها را جمع نمود پس می بینیم که اجرای قاعده اول آسان ترست و عمل منجر میشود بحالت سوم $\frac{۱۹}{۵}=\frac{۴}{۵}+۳$ و $\frac{۱۷}{۳}=\frac{۲}{۳}+۵$ و $\frac{۱۹}{۵}\times\frac{۱۷}{۳}=$

حاصل ضرب دو عدد کبری $=\frac{۱۹\times۱۷}{۵\times۳}=\frac{۳۲۳}{۱۵}=۲۱\frac{۸}{۱۵}$ تغییر نمیکند آنوقت که تغییر دهیم ترتیب عاملها را چونکه هر عدد کبری را میتوان بصورت کسر نوشت و عمل را بحالت سوم راجع نمود

تنبیه اگر یکی از دو عامل عدد کسری باشد و دیگر عدد صحیح آسانتر آنست که کسر و صحیح عامل اول را بترتیب ضرب کنیم در عامل صحیح

مثال $(۳ + \frac{۴}{۷}) \times ۵ = ۳ \times ۵ + \frac{۲۰}{۷} = ۱۷ + ۶/۷$

و هر وقت ممکن باشد از جزو کسر حاصل ضرب صحیحی رفع نمود و بر عدد صحیح جزو دیگر افزود

۱۳۵ تنبیه حاصل ضرب هر عدد در کسر واقعی یعنی در کسر کوچکتر از واحد کوچکتر است از مضروب فیه

مثال در ضرب ۵۴ در $\frac{۳}{۷}$ چون کسر مضروب فیه مؤلف از اجزاء متساویه واحد است بر اتی که جمعش از واحد کمتر شده حاصل ضرب مؤلف میشود از اجزاء متساویه مضروب برائی که جمعش کمتر از این مضروب شود پس حاصل ضرب کوچکتر از مضروب شد

و بهمین وجه ثابت میشود که حاصل ضرب هر عدد در جمله کسری بزرگتر از واحد اعظم از مضروب است

۱۳۶ هرگاه بخواهیم چند عامل صحیح یا کسری را در هم ضرب کنیم حکمش همچنانست که بخواهیم زیاده از دو عامل صحیح را در هم ضرب کنیم و لتعریف در هر دو یکی است

مثال در ضرب $\frac{۶}{۷} \times \frac{۲}{۳} \times \frac{۸}{۹} \times \frac{۵}{۶} \times \frac{۳}{۴}$ باید باین دستور پیش رفت

$\frac{۶ \times ۲}{۷ \times ۳} = \frac{۲}{۳} \times \frac{۶}{۷}$ و $\frac{۶ \times ۲ \times ۸}{۷ \times ۳ \times ۹} = \frac{۸}{۹} \times \frac{۶ \times ۲}{۷ \times ۳}$ و هکذا

پس در ضرب چند کسر باید صورتهای آنها را در هم ضرب نموده صورت قرار داد و مخارج آنها را در هم ضرب نموده مخرج نوشت

۱۳۷ در تعیین قوای کسور چون خواهیم کسری را بقوت برسانیم باید دو جمله اش را جداگانه بآن قوت برسانید

مثال $\frac{5^2}{7^2} = \frac{5}{7} \times \frac{5}{7} = \left(\frac{5}{7}\right)^2$ و $\frac{5^3}{7^3} = \frac{5}{7} \times \frac{5}{7} \times \frac{5}{7} = \left(\frac{5}{7}\right)^3$

و $\frac{5^4}{7^4} = \frac{5}{7} \times \frac{5}{7} \times \frac{5}{7} \times \frac{5}{7} = \left(\frac{5}{7}\right)^4$ وغیره

وبطور کلی قوت n در کسر باین صورت نوشته میشود $\left(\frac{5}{7}\right)^n$

۱۳۸ قضیه جمیع قوای کسر غیر ممکن التحویل کسور غیر ممکن التحویلند

مثال در $\frac{7}{9}$ قوت چهارمش این است $\frac{7^4}{9^4} = \left(\frac{7}{9}\right)^4$ وچون ۷ و ۹ متباین هستند 7^4 و 9^4 نیز متباین میباشند (۸۷) بنابراین $\frac{7^4}{9^4}$ کسر غیر ممکن التحویل است

۱۳۹ حاصل ضرب چند کسر یا چند کسری تغییر نمیکند هرگاه تغییر دهیم ترتیب عاملهارا

زیرا که به تغییر ترتیب عاملهای کسور ترتیب عاملهای صحیح صور و ترتیب عاملهای صحیح مخارج در حاصل ضرب تغییر میکند و باین تغییر مقدار دو حاصل تغییر نمیکند

مثال در تعیین $\frac{5}{6}$ از $\frac{3}{4}$ از $\frac{8}{9}$ از ۲۴ و $\frac{8}{9}$ از ۲۴ این است $\frac{8}{9} \times 24$ و $\frac{3}{4}$ از $\frac{8}{9}$ از ۲۴ این است $\frac{3}{4} \times \frac{8}{9} \times 24$ و بالجمله $\frac{5}{6}$ از $\frac{3}{4}$ از $\frac{8}{9}$ از ۲۴ این میشود $\frac{5}{6} \times \frac{3}{4} \times \frac{8}{9} \times 24$

پس رسیدیم بجائیکه ضرب کسیم عدد صحیح را در حاصل ضرب جمیع کسور مفروضه و این عمل را اخذ کسور از کسور از عددی گویند. با تعیین حاصل کسر مضاعف و عدد اخیر ممکن است کسری باشد ولی دستور العمل عینیه همان است که ذکر شده و ممکن ضرب اعداد مفروض را ابهمان ترتیب که در مثال ذکر شده مجری داریم باین صورت

$$\frac{5}{6} \times \frac{3}{4} \times \frac{8}{9} \times 24 = \frac{5 \times 3 \times 8 \times 24}{6 \times 4 \times 9}$$

و حاصل اخیر ممکن است مختصر شود

در قسمت کسور درس ۱۴

۱۴۵ بنا بر تعریف (۳۹) مقصود از قسمت عددی بر عدد دیگر معلوم کردن عدد ثالثی است موسوم بخارج قسمت که چون ضرب شود در عدد مفروض دوم (یعنی مقسوم علیه) حاصلش مساوی شود بعدد اول (یعنی مقسوم)

در عمل قسمت نظر باینکه یکی از دو جمله یا هر دو عدد صحیح باشند یا کسری چهار حالت متصور است

حالت اول قسمت کسر است بر عدد صحیح

قاعده در قسمت کسر بر صحیح قاعده آنست که مخرج کسر را در صحیح ضرب کنیم مخرج قرار دهیم و صورت را بحال خود گذاریم

مثال در قسمت $\frac{7}{8}$ بر ۵ چون مقسوم $\frac{7}{8}$ مساوی است بحاصل ضرب خارج قسمت در مقسوم علیه ۵ این مقسوم پنج برابر خارج قسمت میشود و بعبارت اخری خارج قسمت خمس مقسوم $\frac{7}{8}$ میشود پس بنا بر فصل (۱۱۵) خارج قسمت باین وجه مشخص شود که ضرب کنیم مخرج کسر $\frac{7}{8}$ را در ۵ یعنی باین صورت $\frac{7}{40} = \frac{7}{8\times5}$ و آن موافق است با قاعده مذکوره

اگر صورت کسر قابل قسمت باشد بر عدد صحیح خارج قسمت برین وجه بدست آید که آن صورت را قسمت کنیم بر عدد صحیح بدون تصرف در مخرج

مثال در قسمت $\frac{8}{9}$ بر ۴ خارج قسمت $\frac{2}{9}$ میشود چونکه باید ربع $\frac{8}{9}$ باشد

حالت دوم قسمت عدد صحیح است بر کسر

قاعده در قسمت عدد صحیح بر کسر باید صحیح را در مخرج کسر ضرب نمود و حاصل را بر صورت قسمت کرد و بعبارت اخری باید صحیح را در کسر معکوس ضرب نمود

مثال میخواهیم ۱۴ را بر $\frac{4}{9}$ قسمت کنیم پس اگر خارج قسمت مطلوب ضرب شود در $\frac{4}{9}$ حاصل باید برابر شود با ۱۴ و بعبارت اخری $\frac{4}{9}$ از خارج قسمت مساوی میشود با ۱۴ پس $\frac{1}{9}$ از خارج قسمت معادل میشود با ربع ۱۴ یعنی با $\frac{14}{4}$ و بالجمله $\frac{9}{9}$

از خارج قسمت یعنی ثمانش مساوی میشود با $\frac{14\times 9}{8}$
و این نتیجه موافق است با قاعدهٔ مذکوره چنانچه

$14 : \frac{8}{9} = 14 \times \frac{9}{8}$

حالت سوم قسمت کسر است بر کسر

قاعده در قسمت کسر بر کسر باید کسر مقسوم را ضرب نمود در کسر مقسوم علیه معکوساً

مثال میخواهیم قسمت کنیم $\frac{5}{7}$ را بر $\frac{3}{4}$

حاصل ضرب خارج قسمت در $\frac{3}{4}$ باید مساوی شود با مقسوم $\frac{5}{7}$ و بعبارت اُخریٰ

۳ ربع خارج قسمت معادل میشود با $\frac{5}{7}$ پس یک ربعش معادل میشود با ثلث $\frac{5}{7}$

یعنی با $\frac{5}{7\times 3}$ و خود خارج قسمت که چهار برابر ربع مذکور است مساوی میشود با

$\frac{5}{7\times 3}\times 4$ و آن مساوی است با $\frac{5\times 4}{7\times 3}$

پس اگر نتیجهٔ اخیر را باین صورت نویسیم $\frac{4}{3}\times\frac{5}{7}$ و بنتیجم باعداد مفروض قاعدهٔ

سابق نتیجه میشود

تنبیه خارج قسمت هر عدد بر کسر کوچکتر از واحد اعظم از مقسوم میشود زیرا که مقسوم چون

حاصل ضرب خارج قسمت است در کسر کوچکتر از واحد اصغر از خارج قسمت میشود پس بعکس

خارج قسمت اعظم از مقسوم میشود

حالت چهارم قسمت عدد کسری است بر عدد کسری دیگر

هرگاه یکی از دو جملهٔ قسمت یا هر دو عدد کسری باشند باید صحیح هر کدام را

تجنیس کرد و بعد بدستور سابق عمل را انجام داد

مثال در قسمت ۵ بر $\frac{4}{11}+3$ تقسیم میکنیم ۵ برابر $\frac{25}{11}$

تنبیه نکلے

جیسمہ

تتمیه کلی

۱۴۱ هرگاه این قضیه اصلیه که حاصل ضرب تغییر نمیکند اگر تغییری در ترتیب عاملها بدهیم صحیح باشد در کسور و در اعداد کسری همچنانکه در صحاح ثابت شد جمیع نتایج این قضیه تعلق میگیرند بکسور و با عداد کسری پس بنابراین میتوان بحکم کلی گفت

اولاً در ضرب عددی در حاصل ضرب چند عامل کافی است که آن عدد را در عامل اول ضرب کنیم و حاصل را در عامل دوم و هکذا تا جمیع عاملها استعمال شوند (۳۵) و همچنین است حکم در قسمت

ثانیاً در ضرب و حاصل ضرب در هیچ یکی کافی است جمیع عاملها مضروب و مضروب فیه را بنرتیب تا لی هم یکی بنویسیم (۳۲)

ثالثاً در ضرب چند عامل میتوان عددی از عاملها را بحاصل ضرب خود آنها مبدل نمود (۳۳)

رابعاً در ضرب حاصل ضربی در عدد مفروض کافی است که یکی از عاملها حاصل را در آن عدد ضرب کنیم و همچنین است حکم در قسمت (۳۱)

خامساً احکام متعلقه بحاصل ضرب و بخارج قسمت چند فوق عددی صحیح بعینه تعلق میگیرند بعوامل هر نوع عددی (۳۸)

سادساً اگر در عملی مقسوم را در عددی ضرب کنیم و یا بر آن عدد قسمت کنیم خارج قسمت بعینه ضرب میشود در آن عدد و یا بر آن عدد قسمت میشود

خ × قه = ق و ع × ح × قه = ع × ق پس ع × ح = ع × ق / قه

در این چند تا و من بعد ق علامت مقسوم است و قه علامت مقسوم علیه و خ علامت خارج قسمت و ع علامت عددی غیر معین

سابعاً چون مقسوم علیه را در عددی ضرب کنیم خارج قسمت بعکس بر آن عدد قسمت میشود و اگر مقسوم علیه را قسمت کنیم بر عددی خارج قسمت ضرب میشود در آن عدد

$ح \times قر = ق$ و $\frac{ح}{ع} \times ع \times قر = ق$ پس $\frac{ح}{ع} = \frac{ق}{ع \times قر}$ (دلیل دوم ۵۸)

ثامناً چون دو جمله قسمت را در عددی ضرب کنیم یا بر آن عدد قسمت کنیم در خارج قسمت تغییری حاصل نمیشود

و باید دانست که در حکم اخیر مقصود تمام خارج قسمت است یعنی عدد صحیح مع الکسر که چون در مقسوم علیه ضرب شود حاصلش برابر شود با مقسوم و نه مقصود جزو صحیح خارج قسمت است

مسئلهٔ مشق

اول ذکر چند مسئلهٔ محلول

۱۴۲ شخصی چند تخم مرغ داشت بی آنکه هیچیک را بشکند ثلث تمام را با اضافهٔ $\frac{۲}{۳}$ یک تخم بفروخت و سدس تمام را با اضافهٔ ۳ تخم با اضافهٔ $\frac{۱}{۳}$ یک تخم بشخص دیگر داد و ربع تمام را بخورد و باقی را بشمرد و سبع تمام تخم مرغها بود با اضافهٔ ۶ تخم و $\frac{۵}{۷}$ تخم حال مطلوب است عدد تخمهاست جواب اول کسور تمام تخم مرغها را جمع میکنیم یعنی این کسور را

$\frac{۱}{۳}$ و $\frac{۱}{۶}$ و $\frac{۱}{۴}$ و $\frac{۱}{۷}$: $\frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۶} + \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۷} = \frac{۲۸}{۸۴} + \frac{۱۴}{۸۴} + \frac{۲۱}{۸۴} + \frac{۱۲}{۸۴} = \frac{۷۵}{۸۴}$

و بعد تخمهای بی کسور و عدد کسور یک تخم را $\frac{۲}{۳} + ۳ + \frac{۱}{۳} + ۶ + \frac{۵}{۷} = \frac{۳}{۳} + ۳ + ۶ + \frac{۵}{۷} = ۱۰ + \frac{۵}{۷}$

و بنا بر این عدد تخمهایی که اول داشت معادل میشود با $\frac{۷۵}{۸۴}$ از همان عدد با اضافهٔ $۱۰\frac{۵}{۷}$ تخم پس میتوان گفت که $\frac{۸۴}{۸۴}$ از تخمها منهای $\frac{۷۵}{۸۴}$ از همان عدد معادل میشود با $۱۰\frac{۵}{۷}$ پس $\frac{۹}{۸۴}$ از تخمها که ثلثش $\frac{۳}{۲۸}$ میشود مساوی میشود با $۱۰\frac{۵}{۷}$ تخم درست و چون $۱۰\frac{۵}{۷}$ این است $\frac{۷۵}{۷}$ پس $\frac{۳}{۲۸}$ تمام تخمها مساوی میشود با $\frac{۷۵}{۷}$ تخم و $\frac{۱}{۲۸}$ از آن همه مساوی میشود با $\frac{۷۵}{۷} : ۳$ یعنی با $\frac{۲۵}{۷}$ و ۲۸ قسمت

تخمها مساوی میشود با ۴۲ × $\frac{۲۵}{۱۰}$ که ۳ × ۳۵ باشد یعنی ۱۰۵ پس معلوم شد که آن شخص یکصد و پنج تخم داشته و زود تحقیق میشود

مسئله $\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۱}{۴}$ و $\frac{۱}{۶}$ از سن شخصی باضافه ۴ سال و یک روز معادل میشود با سنی که همان شخص خواهد داشت یکسال ۱۱ ماه ۱۵ روز بعد از این حال مطلوب سن آن شخص است اول کسور سن مطلوب را جمع میکنیم $\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۶}=\frac{۶}{۱۲}+\frac{۳}{۱۲}+\frac{۲}{۱۲}=\frac{۱۱}{۱۲}$ و از این قرار $\frac{۱۱}{۱۲}$ از سن شخصی باضافه ۴ سال و ۱ روز معادل میشود با همین سن یعنی با $\frac{۱۲}{۱۲}$ سن باضافه یک سال ۱۱ ماه ۱۵ روز پس ۴ سال و ۱ روز مساوی میشود با $\frac{۱}{۱۲}$ از سن باضافه یک سال ۱۱ ماه ۱۵ روز و $\frac{۱}{۱۲}$ سن مساوی میشود با ۴ سال و یک روز منهای یک سال ۱۱ ماه ۱۵ روز و برای اجرای تفریق میگوئیم ۴ سال و یک روز مساوی است با ۳ سال ۱۱ ماه ۳۱ روز پس بعد از تفریق یک سال ۱۱ ماه ۱۵ روز باقی میماند ۲ سال ۱۶ روز و $\frac{۱}{۱۲}$ سن مساوی میشود با ۲ سال و ۱۶ روز پس تمام سن مساوی است (۲ سال ۱۶ روز) × ۱۲ = ۲۴ سال ۱۹۲ روز

مسئله درحوضی سه فواره جاری است برای پر کردنش و زیرآبی است برای خالی کردنش فواره اول تنها حوض را در $۳\frac{۳}{۵}$ ساعت پر میکند و فواره دوم در $۲\frac{۳}{۴}$ ساعت و سوم در $۴\frac{۱}{۲}$ ساعت پر میکند و اما زیرآب در مدت $۳\frac{۳}{۵}$ ساعت حوض را خالی میکند و ما میخواهیم هر چهار را با هم باز کنیم و بدانیم در چند مدت حوض پر میشود

فواره اول چون تنها حوض را در $۳\frac{۳}{۵}$ ساعت پر میکند یعنی در $\frac{۱۸}{۵}$ ساعت پس در $\frac{۱}{۵}$ ساعت $\frac{۱}{۱۸}$ حوض پر میشود و در یک ساعت $\frac{۵}{۱۸}$ حوض

فواره دوم چون تنها حوض را در $۲\frac{۳}{۴}$ ساعت یا $\frac{۱۱}{۴}$ ساعت پر میکند پس $\frac{۱}{۱۱}$ حوض را در $\frac{۱}{۴}$ ساعت پر میکند و در یک ساعت $\frac{۴}{۱۱}$ حوض را

و بهمین قسم معلوم میکنیم که فواره سوم در یک ساعت $\frac{۲}{۹}$ حوض را پر میکند و در برابر آن در یک ساعت $\frac{۵}{۱۸}$ حوض را خالی میکند پس در یک ساعت آنقدر آبی که در حوض باقی ماند مساوی است با این کسر حوض

$\frac{۵}{۱۷} + \frac{۴}{۱۱} + \frac{۲}{۹} - \frac{۵}{۱۸}$ و حال باید این کسور را بیک کسر تحویل نمود مخرج مشترک این است ۳۳۶۶ = ۱۸ × ۱۱ × ۱۷ و صورت کسر بحسب آن مخرج این است ۹۳۵ − ۷۴۸ + ۱۲۲۴ + ۹۹۰ و خلاصه عمل این میشود $\frac{۲۰۲۷}{۳۳۶۶}$

پس معلوم شد که در مدت یک ساعت این کسر $\frac{۲۰۲۷}{۳۳۶۶}$ حوض پر میشود و از این قرار $\frac{۱}{۳۳۶۶}$ حوض در $\frac{۱}{۲۰۲۷}$ ساعت پر میشود و این کسر حوض $\frac{۳۳۶۶}{۳۳۶۶}$ که عبارت از تمامش باشد در مدت $\frac{۳۳۶۶}{۲۰۲۷}$ ساعت پر میشود یعنی یک ساعت و $\frac{۱۳۳۹}{۲۰۲۷}$ کسر ساعت

چند مسئله حل نموده

مسئله اول پدری با پسرش گفت چند عدد قرانی در کیسه دارم چنانچه $\frac{۱}{۳}$ باضافه $\frac{۳}{۴}$ باضافه $\frac{۵}{۶}$ باضافه $\frac{۷}{۸}$ از ارلعه مثل آن تنخواه را باضافه ۳۲ قران میداشتم مجموع ۳۰۰ قران بود حال اگر بگوئی عدد قرانهای حاضر چند است همگی را بتو خواهم داد جواب ۲۴ قران

مسئله دوم یاوری با ۲۷ نفر سرباز بقیه السیف از جنگ مراجعت نمود و مطلوب عدد اشخاصی است که اول همراه برده بود بنا بر آنکه بدانیم $\frac{۱}{۴}$ آنها مقتول شده و $\frac{۱}{۸}$ ایشان اسیر و $\frac{۱}{۶}$ در مریضخانه و $\frac{۱}{۱۲}$ متوفی شده جواب ۷۲ نفر بوده‌اند

مسئله سیم شخصی ملکی را بحساب خریده و $\frac{۲}{۳}$ زر $\frac{۳}{۴}$ زر $\frac{۵}{۹}$ قیمتش را نقد فی المجلس داد و ۶۵۶۳۵ قران هم مدیون است میخواهیم بدانیم آن ملک را بچند خریده جواب ۱۵۹۱۴۳ قران

مسئله چهارم دو فواره در حوضی جاری میشوند اولی در دو ساعت حوض را پر میکند دومی

در ۳ ساعت و آن از زیرابی است که یک ساعت و نیم خالی میشود حال میخواهیم بدانیم که اگر حوض

خالی باشد و هر سه مجری باز باشند حوض در چند مدت پر میشود جواب در ۶ ساعت

مسئله پنجم تاجری متاعی را بمبلغ ۶۲۸ قران فروخت و اگر ۷۲ قران بیشتر می‌فروخت

بقدر ثلث خرید اول منفعت میکرد حال مطلوب قیمت خرید است جواب ۵۲۵ قران

مسئله ششم میل آهن نرم کوبیده را چون از صفر درجه حرارت بیکصد درجه برسانیم

طولش باندازه این کسر $\frac{1}{819}$ نسبت بطول اول افزوده میشود حال میل آهنی داریم که به صفر

درجه حرارت ۴ متر و $\frac{3}{5}$ متر طول دارد میخواهیم بدانیم در یکصد درجه طولش چه قدر

میشود جواب ۴ متر $\frac{24810}{40095}$

باب پنجم در کسور اعشاریه (درس ۱۵)

۱۶۳ سهولت اعمال متعلقه باعداد صحاح بسبب همین قاعده اصلیه است

که احاد مراتب مختلف عدد از یسار بسمت یمین ده مرتبه بده مرتبه تنزل میکند

و ممکن است اعمال متعلقه بکسور را نیز مانند اعداد صحاح آسان کرد بنا بر اینکه بدون انقطاع

همین قاعده تنزل مراتب را در آن سمت اعداد صحاح بسط دهیم

۱۶۴ اول اجزای واحد منظور میداریم که هر کدام عشر واحد

باشند و بعد از این اجزای دیگر را که بترتیب بعضی عشر بعض دیگر باشند

و چنین اجزای را اجزای اعشاریه واحد گوئیم

اجزای اعشاریه واحد دهم است و صدم و هزارم و بطور کلی جزائی هستند

که میتوان باین صورت نوشت $\frac{1}{10^n}$ و n علامت عدد صحیح است هر چه باشد

اجزای اعشاری را احاد اعشاری مراتب مختلفه گوئیم چنانچه دهم ۱۰ احاد اعشاریه

مرتبه اولی است و صدم از مرتبه دوم و هکذا

عدد اعشاری عددی است مرکب از اجزای اعشاری یا مرکب از عدد صحیح و اجزای اعشاری

مثال اول ٣٩٧ هزارم مثال دوم ٤٩ واحد ٥٩ صدم

کسور اعشاریه نیز کسری است از اجزاء عشریه مثال ٣٩٧ هزارم

کسور اعشاریه را بخصایص کسور متعارفه میتوان چنین تعریف کرد

٤ کسر اعشاری کسری است که مخرجش واحدی باشد صاحب صفر چند در سمت یمین و بعبارت اخری آن مخرج قوه‌ئی باشد از ده مثل $\frac{٣٤٢}{١٠٠٠}$

١٤٥ ده واحد هر مرتبهٔ اعشاری واحدی باشد از مرتبهٔ بالای او بلا واسطه فوقانی خود پس چنین نتیجه میشود که عدد اعشار آحاد مرتبه‌ایست که شمارش کمتر از ١٠ باشد و یا ترکیب چند جزو است از آن قبیل

مثال $\frac{٢}{١٠٠٠}+\frac{٤}{١٠٠}+\frac{٣}{١٠}=\frac{٢}{١٠٠٠}+\frac{٤٠}{١٠٠٠}+\frac{٣٠٠}{١٠٠٠}=\frac{٣٤٢}{١٠٠٠}$

نظر باین نوع ترکیب اعداد اعشاریه و به پیوستگی قاعدهٔ تنزل آحاد صحاح و اعشاریه مبنا و قواعد حساب خطی را بالتمام منقلب ساختند با اعداد اعشاریه پس آنچه در خصوص شمار اعشار باقی باشد اینجا ذکر میکنیم

دستور در نوشتن اعداد اعشاریه

١٤٦ در نوشتن عدد اعشاری قاعده اینست که اول عدد صحیحی را که با او باشد بنویسیم و بعد در سمت یمین صحیح علامت ممیزه قرار دهیم بصورت (،) که دایره کوچک باشد و آنرا ممیزه گوییم و در یمین ممیزه رقم مرتبه دهم اعشار را و بعد رقم صدم و بعد هزارم وغیره را بترتیب از یسار بسمت یمین تا بنویسیم کوچکترین آحاد اعشاری و اگر از صحاح عاری باشد صفر بجای آن مینویسیم و در یمین صفر ممیزه را و بعد بطریق مذکور آحاد اعشاری را

و اگر آحاد اعشاری مرتبه برتر از مرتبه سفلی مفقود باشد بجایش صفری نویسیم تا سایر ارقام هر کدام بمکان خود قرار گیرند و مقدار سفلی هیچکدام تغییر نکند -

مثال $۵۷+\frac{۴۷۶}{۱۰۰۰}=۵۷+\frac{۴۰۰}{۱۰۰۰}+\frac{۷۰}{۱۰۰۰}+\frac{۶}{۱۰۰۰}=۵۷+\frac{۴}{۱۰}+\frac{۷}{۱۰۰}+\frac{۶}{۱۰۰۰}$

پس باید آنرا چنین نوشت ۵۷٫۴۷۶ و کذا $\frac{۴۸۴}{۱۰۰۰}=\frac{۴}{۱۰}+\frac{۸}{۱۰۰}+\frac{۴}{۱۰۰۰}$

و چنین می‌نویسیم ۰٫۴۸۴ و همچنین $۵۷+\frac{۶۸}{۱۰۰۰۰}=۵۷+\frac{۶}{۱۰۰۰}+\frac{۸}{۱۰۰۰۰}$

در این مثال چون مرتبه دهم و صدم مفقود است باید باین طور نوشت ۵۷٫۰۰۶۸

برای خواندن عدد اعشاری مرقوم یا املاء نمودن عدد اعشاری که بخاطر داشته باشیم سه وجه در دست است

وجه اول عدد صحیح را اول تلفظ کنند و بعد بترتیب مراتب تالی دهم و صدم و هزارم و غیره را مثال این عدد را ۴۶۷٫۲۵۳ باید باین وجه خواند ۴۶۷ واحد ۲ دهم ۵ صدم ۳ هزارم و برای نوشتن عدد اعشاری که باین وجه تلفظ شده باشد باید قاعدهٔ سابق را مجری داشت

وجه دوم و آن معمول تر است

اینست که اول عدد صحیح را تلفظ کنیم و بعد مجموع اجزای اعشار را مثل آنکه عدد صحیح باشد مرکبا از اجزای مرتبه سفلی

مثال عدد سابق را چنین میخوانیم ۴۶۷ واحد ۲۵۳ هزارم

و در نوشتن عدد اعشاری که باین وجه تلفظ شده باشد باید اول عدد صحیح را نوشت و در یمین آن ممیزی قرار داد و در یمین ممیز عدد آحاد اعشار را مثل عدد صحیح رسم کرد باین طور ۴۶۷٫۲۵۳ ولی باید ملتفت بود که رقم اخیر عدد مرقوم در یمین ممیز بمکانی قرار گرفته باشد که مختص آحاد مرتبه از اعشار باشد که بتلفظ در آمده و اگر عدد صاحب آن قدر ارقام نباشد که شرط مذکور

اقتضا

اقتضا میکند باید ما بین و ممیزه هرچند صفر لازم باشد نوشته داد
مثال ٧١٤ واحد ٥٤ ده هزارم را باید چنین نوشت ٤٥٠٠ ٦٧
وجه سیم آنست که تمام عدد اعشاری را تلفظ کنیم مثل عدد کسریه مرکبات
اجزای اعشاری مرتبه سفلی و باین وجه مثال اول چنین تلفظ میشود ٤٦٧٢٥٣ هزارم
و در نوشتن عددی که باین وجه تلفظ شده باشد آنچه را که تلفظ شد مثل عدد صحیح
مینویسیم و بعد از طرف یمین بعلامت ممیزه آنقدر رقم جدا میکنیم که رقم آخر
سمت یمین در مکان احاد اعشاری ملفوظ قرار گرفته باشد
چنانچه مثال مذکور را باین قسم مینویسیم ٤٦٧٢٥٣ و بعد با ممیز چنین ٢٥٣ر٤٦٧
چونکه رقم هزارم باید در مرتبه سوم طرف یمین ممیز قرار گیرد
و اگر عدد صحیحی که بی ممیز نوشتیم صاحب آنقدر ارقامی نباشد که از روی این قاعده میباید
جدا ساخت پس هرچند صفر مقتضی باشد در سمت یسارش قرار میدهیم و ممیز را در یسار آن
اصفار و در یسار ممیز صفری بمکان اعداد صحاح مثال ٧٨ ده هزارم را باین صورت مینویسیم ٠٠٧٨ر٠
و آنچه ذکر شد از تساوی ذیل ظاهر و محسوس میشود

$$٢٥٣ر٤٦٧ = ٤٦٧ + \frac{٢}{١٠} + \frac{٥}{١٠٠} + \frac{٣}{١٠٠٠} = ٤٦٧ + \frac{٢٥٣}{١٠٠٠} = \frac{٤٦٧٢٥٣}{١٠٠٠}$$

و از این تساوی قاعده ذیل سنجیده میشود

١١٦٧ در نوشتن عدد اعشاری بصورت کسر متعارفی باید ممیز را حذف
نمود و مخرجی برای آن قرار داد مرکب از یک واحد و آنقدر عدد اصفار که در
عدد اعشاری مفروض بعد از ممیز رقم اعشار موجود است

١١٦٨ در عدد اعشاری هر رقم صاحب دو مقدار است یکی مقدار مطلق و دیگر متعلق
و معنی این اسم دو کلمه همانست که در خصوص رقم عدد صحیح ذکر شده مقدار متعلق

رقم در اعشار بسته بمرتبه ایست که در یمین یا یسار ممیز دارد پس این چند حکم نتیجه میشود

۱۴۹ چون در عدد اعشاری ممیز را بسمت یمین یا یسار محل خود نقل کنیم آن عدد ضرب میشود یا قسمت میشود بر واحدی که عدد اصفار تالیش برابر عدد مراتب نقل ممیز باشد

مثال در این عدد ۵۴۸۱٫۳۶۸ چون ممیز را دو مرتبه بسمت یمین نقل کنیم حاصل میشود این عدد ۵۴۸۱۳۶٫۸ که صد برابر عدد مفروض است و اگر سه مرتبه بسمت یسار نقل کنیم این عدد حاصل میشود ۵٫۴۸۱۳۶۸ که هزار یک عدد مفروض است بحرکت اول مقادیر متعلق هر رقمی از عدد یکصد برابر شده و چنانچه ارقام عدد مفروض را از یمین بسنجید با ارقام نظایر خود از این عدد ۵۴۸۱۳۶٫۸ صحت حکم بنظر میرسد و همچنین در حرکت ثانی ممیز

۱۵۰ هرگاه بر سمت یمین عدد اعشاری چند صفر ملحق کنیم یا از همان طرف چند صفر بکاهیم مقدار آن عدد تغییر نمیکند

مثال ۱۹٫۲۳۷ = ۱۹٫۲۳۷۰۰

زیرا که هر رقم عدد دوم چون نسبت بممیز همان مرتبه را دارد که در عدد اول داشت مقدار متعلقش تغییر ننموده مثال رقم ۷ در عدد اول هزارم است در دوم نیز از مرتبه هزارم است پس عدد در هر دو صورت صاحب یکنوع مقادیر متعلقه است و تغییر ننموده

۱۵۱ در تکمیل کسور اعشار نظر بحقیقت نمره مذکور میتوان ارقام اعشاری اعداد چند را تکمیل نمود یعنی بدون تغییر اعداد تصرفی کرد که عدد ارقام اعشار در همه برابر باشد این است که در یمین اعداد مفروض اصفار چند قرار دهیم بشمارهائی که عدد ارقام اعشار جمیع آنها برابر اعشار آن عدد باشد که اول از همه بیشتر داشت این عمل نظیر تحویل

کسور

کسور متعارفی است یک مخرج مثال در این دو عدد ۳۴٫۷۶ و ۳۵۱٫۷۸۵۶ را
چنین نوشته میشود ۳۴٫۷۶۰۰ و ۳۵۱٫۷۸۵۶ چونکه اول باین معنی بود
$\frac{۳۴۷۶}{۱۰۰}$ و $\frac{۳۵۱۷۸۵۶}{۱۰۰۰۰}$ و عوض آنها این دو صورت اختیار شد
$\frac{۳۴۷۶۰۰}{۱۰۰۰۰}$ و $\frac{۳۵۱۷۸۵۶}{۱۰۰۰۰}$

۱۵۲ سنجه آنچه سابق در خصوص کسور متعارفه و اعداد کسری ذکر شد
و ثابت کردید بدون تصرف با اعداد اعشاری تعلق میگیرد پس از آنجمله آنچه را در کسور
اعشار مناسب ببینیم میتوان اختیار نمود

جمع اعداد اعشاری

۱۵۳ قاعده در جمع اعداد اعشاری باید ان اعداد را زیر همدیگر بطرزی
نوشت که آحاد هر یک در ستون قائم واقع شوند بعد بدون رعایت ممیز
بقاعدهٔ جمع اعداد صحاح عمل را تمام کرد و در حاصل جمع ممیز تحت ممیزهای
اعداد مفروضه را باید گذاشت یعنی از طرف یمین حاصل جمع را موافق تعداد اعشار عددی
که از این اعشار بیشتر داشته باشد جدا نمود

مثال

۳۶۷٫۴۸
۵۳٫۷۶۹
۴۱۹٫۷
۸۳۴٫۵۸۴
―――――
۱۶۷۵٫۵۳۳

برهان این عمل مانند آنست که در جمع اعداد صحاح ذکر شد چون ممکن نیست با هم جمع کرد
جز ارقامی را که از یک مرتبه و از یک نوع باشند انتساب دیدیم که آن آحاد را در ستون
قائم نویسیم و چون آحاد ستون اول سمت یمین را با هم جمع کردیم و ده احاد این مرتبه

معادل یک واحدی از مرتبهٔ فوقانی خود ظاهر است که باید آحاد این حاصل جزو را نوشت
و عشرات را محفوظ داشت تا مثل آحاد مفرد افزوده شوند به ستون ما بعد و همین طور ستونها
به ستون پیش میرویم تا آخر

در تفریق

۱۵۴ در تفریق قاعده این است که مفروق را تحت مفروق عنه بنویسیم
چنانچه آحاد هر مرتبه برابر همدیگر واقع شوند و بعد موافق تفریق اعداد
صحاح بدون رعایت ممیز عمل را اتمام کرده و در باقی ممیزی مقابل دو ممیز
دو عدد مفروض قرار باید داد

گاه در بعضی اعمال آسانتر این است که ارقام اعشار دو عدد مفروض را مثل یکدیگر بنویسیم بخصوص
آن وقت که عدد ارقام مفروق عشریه
کمتر باشد مثال

۳۴۷۶٫۳۸۴	۴۷۸٫۳۵۰۰
۲۵۳۸٫۴۹۲	۲۳۶٫۲۸۷۴
۹۳۷٫۸۹۲	۲۴۲٫۰۶۲۶

برهان این عمل مانند است که در خصوص تفریق اعداد صحاح ذکر شده و مبنی بر حکمی است که
سابق در خصوص شمارهٔ اعشار آن (۱۴۵) بیان شد

در ضرب

۱۵۵ قاعدهٔ ضرب دو عدد اعشاری این است که بدون رعایت ممیزها
آن دو را در هم ضرب نموده و بعد بعدد مجموع ارقام اعشار مضروب و مضروب
فیه از طرف یمین حاصل رقم جدا کرد

```
  ۳۴٫۶۷
   ۵٫۳۸
 ------
  ۲۷۷۳۶
 ۱۰۴۰۱
۱۷۳۳۵
 ------
۱۸۶۵٫۲۴۶
```

برهان این قاعده فطری است
که در ضرب اعداد اعشاری
باید مانند دو عمل سابق ممیز را رعایت نکرد

وعمل اعداد صحاح را مجری داشت و بعد از اتمام عمل ملاحظهٔ دو ممیز تصرفی در نتیجه مینمود
بنابراین میگوییم که چون ممیز مضروب را حذف کنیم ان عامل بعد حاصل ضرب ۱۰ صد
برابر میشود یعنی ضرب میشود در ۱۰۰ و چون ممیز مضروب فیه را حذف کنیم حاصل ضرب
جدید ضرب میشود در ۱۰ پس تعیین بی رعایت ممیز دو عدد را در هم ضرب کنیم حاصلش
هزار برابر حاصل دو عدد اعشاری مفروض میشود پس چون حاصل ۱۰۰۰ مرتبه
تنزل دهیم یعنی سه رقم سمت یمینش را اعشار فرض کنیم مطلوب بدست می آید
بوجه دیگر چون دو عامل مفروض را بصورت کسر متعارفی نویسیم عمل مذکور تبیین میشود

$$۳۴٫۶۲ \times ۵۳٫۸ = \frac{۳۴۶۲}{۱۰۰} \times \frac{۵۳۸}{۱۰} = \frac{۳۴۶۷ \times ۵۳۸}{۱۰۰۰}$$

چون حاصل ضرب را بدو عدد مفروض بسنجیم قاعده مبرهن میشود زیراکه در تقسیم این حاصل
۳۴۶۷×۵۳۸ بر ۱۰۰۰ کافی است سه رقم سمت یمینش را اعشار کنیم و این عدد
مجموع ارقام اعشاری دو عامل است

ممکن است چنین اتفاق افتد که حاصل ضرب صحیحی که بعد از حذف دو ممیز بدست می آید حساب
انقدر عدد ارقام نداشته باشد که بتوان از سمت یمینش جدا ساخت آنوقت باید در طرف یسارش
هر چند صفر کفایت کند قرار داد تا بتوان از طرف یمینش اعشار مقصود را جدا ساخت و در
یسار صفر اخیر مکان ممیز است و در یسارش صفری بجای عداد صحیح

مثال $۰٫۴۷ \times ۰٫۰۲ = ۰٫۰۰۹۴$ $\frac{۴۷}{۱۰۰} \times \frac{۲}{۱۰۰} = \frac{۹۴}{۱۰۰۰۰}$

در قسمت

۱۵۶ اگر دو مقسوم و مقسوم علیه عدد ارقام اعشار برابر باشد باید
ممیز هر دو را حذف نمود و قسمت را در عدد صحیح مجری داشت و خارج
قسمتی که نتیجه میشود بدون تصرف همان خارج قسمت دو عدد اعشار مفروض است

زیرا که بحذف میرود و جمله قسمت فی یک عدد ضرب میشود و معلوم است اثر این ضرب در خصوص خارج قسمت تغییر نمیکند
و اگر عدد ارقام اعشار در مقسوم و مقسوم علیه برابر نباشد باید آنها را متجانس
کرد و معلوم است تغییری در آنها عارض نمیشود لیکن دستور حالت سابق وارد گردد

مثال اول میخواهیم این عدد را ۵۳۴٫۲۸ بر این عدد ۱۲٫۴۹ قسمت کنیم
پس ۵۳۴۲۸ را بر ۱۲۴۹ قسمت میکنیم تا خارج قسمت دو عدد مفروض نتیجه شود
و حکم از روی این تساوی ثابت میشود

$$۵۳۴٫۲۸ : ۱۲٫۴۹ = \frac{۵۳۴۲۸}{۱۰۰} : \frac{۱۲۴۹}{۱۰۰} = \frac{۵۳۴۲۸ \times ۱۰۰}{۱۰۰ \times ۱۲۴۹} = \frac{۵۳۴۲۸}{۱۲۴۹}$$

مثال دوم میخواهیم این عدد را ۵۳۴٫۲۸۷۶ بر این عدد ۱۲٫۴۹ قسمت کنیم
مقسوم علیه را بدل میکنیم باین عدد ۱۲٫۴۹۰۰ و بعد ۵۳۴۲۸۷۶ را بر ۱۲۴۹۰۰ قسمت میکنیم

تنبیه میتوان قاعده مذکور را بقاعده مشترکه ذیل مبدل نمود

قاعده باید ممیز مقسوم علیه را حذف نمود و ممیز مقسوم را بعدد اعشار مقسوم علیه بسمت یمین حرکت داد (و وقت ضرورت صفرها چند در سمت یمین مقسوم قرار داد) و بعد به عادت معتاد بمقسوم عمل را بانجام رسانید و اخر از یمین خارج قسمت بعدد با ارقام اعشار مقسوم ارقام جدا کرد

مثال در قسمت ۵۳۴٫۲۸۷۶ بر ۱۲٫۴۹ تقسیم میکنیم ۵۳۴۲۸٫۷۶ را بر ۱۲۴۹ یا این عدد را ۵۳۴۲۸۷۶ بر ۱۲۴۹ و دو رقم اعشار از خارج قسمت جدا میکنیم

امثله متعلقه بچهار عمل را که ذکر نمودیم بعد از باب مقیاسها قرار دادیم چونکه در حل آن امثله معرفت مقیاسها لازم است

در تحویل کسور متعارفه بکسور اعشاریه (درس ۱)

۱۵۷ چنانچه معلوم شد اعمال حساب در کسور اعشاریه شبیه است باعمال متعلقه

با عداد صحاح و اختلافی با این آنها نیست و مثال آنکه اجرای آن اعمال در کسور متعارفه بسیار مطول و مرکب است لهذا عادت بر این جاری شده که جمیع اعمال را در اعداد اعشاریه بجا آورند و هر وقت عملی تعلق بکسر و کسور متعارفه گیرد این کسور را تحویل کنند بکسور اعشاریه خواه بتحقیق و خواه بتقریب و قید تقریب از آن ثابت است که جمیع کسور متعارفه قابل تحویل نیستند بکسور اعشاریه چنانچه در (۱۶۴) بیان میشود

۱۵۸ تحویل کسر متعارف بکسر اعشاری عبارت از این است که تعیین نمائیم معلوم کنیم که در کسر مفروض چند واحد موجود است (اگر بزرگتر از واحد باشد) و بعد چند دهم و چند صدم و غیره

۱۵۹ مثال میخواهیم این کسر را $\frac{۳۹}{۸۰}$ بکسر اعشاری تحویل کنیم

کسر مفروض هشتادم جزو ۳۹ واحد است (۱۵۴)

و بعبارت اخری حصه یک نفر است هرگاه ۳۹ واحد را بین ۸۰ نفر قسمت کنیم پس بهر شخص یک واحد نمیرسد ولی ممکن است بهر کدام اقلاً یک دهم برسد چونکه ۳۹ واحد معادل است با ۱۰×۳۹ که ۳۹۰ دهم باشد و ظاهر است که عدد اعشاری سهمی یک نفر مساوی است با عدد مراتبیکه در ۳۹۰ دهم‌ها ۸۰ دهم مندرج است میشود یا در ۳۹۰ مطلق ۸۰ پس ۳۹۰ را بر ۸۰ قسمت میکنیم خارج قسمت ۴ است و باقی ۷۰ پس بهر نفر ۴ دهم میرسد نه بیشتر پس صفری در موضع آحاد صحاح خارج قسمت مینویسیم و در یمینش علامت ممیزه را و در یمینش رقم ۴ دهم‌ها را و مشغول میشویم باید ۷۰ دهم‌ها را قسمت کرد و آن مساوی است با ۱۰×۷۰ که ۷۰۰ صدم‌ها است پس بهر نفر علاوه بر ۴ دهم‌ها آنقدر صدم میرسد که ۸۰ صدم در ۷۰۰ صدم مندرج است شود یا ۸۰ مطلق در ۷۰۰ پس ۷۰۰ را بر ۸۰ قسمت میکنیم خارج قسمت ۸ است

و باقی

و باقی ۶۰ و معلوم شد که بهر نفر ۸ صدم نیز میرسد نه بیشتر و باقی ماند قسمت ۶۰ صدم بیش را
در یمین ۸۰ خارج قسمت می‌نویسیم تا از مرتبه صدم خوانده شود و مشغول میشویم بقسمت ۶۰ صدم که
معادل است با ۶۰۰ هزارم قسمت میکنیم ۶۰۰ را بر ۸۵ خارج قسمت ۷ است و باقی
۴۵ رقم ۷ هزارم را در یمین ۸ خارج قسمت می‌نویسیم و بعد مشغول میشویم و افزوده از مذکور
صفری در یمین ۴۵ باقی ملحق میکنیم ۴۵۰۰ ده هزارم قسمت میکنیم بر ۸۵ خارج قسمت ۵ است
بدون باقی و بهر نفر ۵ ده هزارم نیز میرسد پس تمام سهمی هر نفر این است ۴۸۷۵ ده هزارم و هیچ
باقی نماند و نتیجه شد که ۳۹ واحد درست مساوی است با ۸۵ برابر ۴۸۷۵ ده هزارم

و بعبارت اخری ۸۵ × ۰٫۴۸۷۵ = ۳۹

پس خارج قسمت ۳۹ بر ۸۵ یعنی کسر مفروض $\frac{۳۹}{۸۵}$ معادل شد با ۴۸۷۵ ده هزارم و این کسر
قابل تحویل شد باعشار

۱۶۵ آنچه در خصوص کسر $\frac{۳۹}{۸۵}$ ذکر شد میتوان در سایر کسور متعارفه تکرار کرده
مجری داشت و از این اعمال ضمناً معلوم گردد که در کسر مفروض چند واحد صحیح است (اگر
بزرگتر از یک باشد) و چند دهم و چند صدم و غیره پس از زمره سابق قاعده کلیه برای تحویل
کسور متعارفه استنباط میشود

۱۶۶ قاعده در تحویل هر کسر متعارفی بکسر اعشاری باید صورت و مخرج کسر را
بصورت قسمت اعداد صحاح نوشت و صفر در خارج قسمت قرار داد و
در یمینش ممیزی را و صفری در یمین صورت کسر و قسمت کرد آنرا بمخرج خارج
قسمت رقم اول اعشار است و بعد صفر دیگر در یمین باقی الحاق کرده و
قسمتش کرد بمخرج خارج قسمت رقم دوم اعشار است و صفر دیگر در یمین
باقی جدید نوشت و تقسیمش نمود بر مخرج و همچنین مداومت کرد

تا انکه هیچ باقی نماند باد در خارج قسمت نقد و عدد ارقام نوشته شود که ما خواستیم اگر صورت کسر مفروض بزرگتر از مخرج باشد مانند $\frac{۸۵}{۲۰}$ اول صحاح قسمت میکنیم بر مخرج تا بر سیم بباقی اخیر که کوچکتر از مقسوم علیه است تا وقت باید صحیح در خارج قسمت قرار داد و صفر در یمین آن بقاعده مذکور عمل تمام کرد

۱۶۲ چون کسری قابل تحویل باعشار باشد وفق قاعده مذکور دران جاری نمائیم البته خارج قسمتش همین کسر اعشار خواهد بود و هیچ باقی نخواهد ماند زیرا که از انچه مذکور شد معلوم میشود که بقسمت متوالی صد و ده ها و صد ها وغیره که در کسر متعارفی مفروض مندرج باشند بدست می آید یعنی تمام ارقام کسر اعشار معادلش در خارج قسمت نوشته میشود و چون جمیع این ارقام بدست آمد ظاهر است که نباید دیگر قسمتیم مشغول شد و باقی باید صفر شود

۱۶۳ و چون باقی صفر شد کسر اعشاری که در خارج قسمت نوشته شد باشد معادل است با کسر متعارفی مفروض (نظر کنید بآخر ۱۵۹)

ولیکن چنانچه در (۱۵۷) ذکر شد جمیع کسور متعارفه از قبیل $\frac{۳۹}{۸۰}$ نیستند که قابل تحویل باشند بکسور اعشار و برای انکه کسری بتواند درست تحویل بکسر اعشار شود شرط ذیل درآن لازم است

۱۶۴ قضیه شرط انکه کسری بتواند درست بکسر اعشار تحویل شود اینست که در مخرجش بعد از انکه غیر ممکن التحویل بشد عاملی غیر از ۲ و ۵ موجود نباشد

برهان کسر غیر ممکن التحویلی فرض میکنیم که درست معادل باشد با کسر اعشار پس اگر بقاعده تحویل جمیع ارقام اعشار را بترتیب در خارج قسمت معلوم کنیم (۱۶۲) البته باقی صفر خواهد شد

واگر چنین باشد صورت کسر بعد از الحاق چند یعنی بعد از ضرب در قوتی از ۱۰ قابل قسمت نشده است بر مخرج چونکه در ضمن تقسیم بر یک یک از باقیهای متتالی صفری اضافه نمودیم و حکمش همچنان است که این اصفار را اول در همین صورت کسر نوشته باشیم و بعد یک یک نقل نموده باشیم بالجمله چون حاصل ضرب صورت کسر در قوتی از ۱۰ قابل قسمت شد بر مخرج جمیع عاملهای اول مخرج باید میان عاملهای آن حاصل یافت شود و ۹ پس باید جمیع آنها در قوت ۱۰ موجود باشد ولی در هر قوت ۱۰ مثل 10^n عامل اولی جز ۲ و ۵ موجود نیست پس مخرج کسر مفروض نباید غیر از دو عامل اول ۲ و ۵ عاملی دیگر داشته باشد پس شرط مذکور مقتضی شد

بوجه دیگر فرض میکنیم کسر متعارفی غیر ممکن التحویل $\frac{39}{80}$ بتواند درست بکسر اعشاری تحویل شود و کسر اعشاری را میتوان باینصورت $\frac{c}{10^n}$ نوشت (c و n دو عدد صحیح‌اند) پس این تساوی حاصل میشود $\frac{c}{10^n} = \frac{39}{80}$ و چون کسر $\frac{39}{80}$ غیر ممکن التحویل است عدد 10^n بنا بر (۱۱۸) مضرب است از ۸۰ پس جمیع عاملهای ۸۰ مندرجند در 10^n و لیکن در 10^n غیر از عامل ۲ و ۵ عاملی دیگر نیست پس ۸۰ نباید غیر از دو عامل ۲ و ۵ عامل اولی داشته باشد فهو المطلوب

پس ثابت شد که شرط مذکور لازم است حال باید معلوم کرد که همین یک شرط کفایت کند در حقیقت فرض میکنیم این کسر را $\frac{39}{80}$ که مخرجش یعنی $5 \times 2^4 = 80$ موافق شرط مذکور است حال زود معلوم میشود ۳۹ و بباقیهای متتالی اضافه نمودیم باید بعدد ۴ صفر چونکه آن قسمت راجع میشود بقسمت ۳۹۰۰۰۰ یا 39×10000 بر ۸۰ و ظاهر است که

$39 \times 10000 = 39 \times 2^4 \times 5^4$ قابل قسمت است بر $5 \times 2^4 = 80$ و چون رسیدیم بباقی صفر کسر $\frac{39}{80}$ درست معادل میشود با کسر اعشاری که در خارج قسمت نوشته شده (نظر کنید بحصه ۱۵۹)

تتمه از آنچه ذکر شد نتیجه واضح ذیل استنباط میشود

هرگاه

هرگاه کسر متعارفی غیر ممکن التحویل درست بکسر اعشاری تحویل شود عدد ارقام اعشار کسر ثانی مساوی است با نمای بزرگتر دو عامل ۲ و ۵ در مخرج کسر مفروض

۱۶۵ هرگاه کسر متعارفی مفروض درست قابل تحویل نباشد بکسر اعشاری و بدستور تحویل (۱۶۱) صورت را بر مخرج قسمت کنیم هر چند عمل را طول دهیم هرگز بباقی صفر نخواهیم رسید (۱۶۳) ولی مقدار کسر متعارفی بحسب اعشار حاصل میشود کمتر از یک واحد اعشار تقریباً از هر مرتبه که خواسته باشیم (۱۶۰)

در جمیع حالات چون بیکی از مراتب اعشار خارج قسمت توقف کنیم قبل از آنکه بباقی صفر رسیده باشیم کسر اعشاری که بدست آمده مقدار کسر متعارفی مفروض است تا کمتر از یک واحد اعشار از مرتبه رقمی که بآن توقف نمودیم

مثال فرض میکنیم این کسر را $\frac{۱۹}{۲۸}$ که مخرج ۲۸ آن مساوی است با ۷ × ۲^۲ و قاعده تحویل را در آن جاری میکنیم

۱۹۰	۲۸
۲۲۰	۰٫۶۷۸۵....
۲۴۰	
۱۶۰	
۲۰	

چون بمرتبه صدم توقف کنیم از مطلب (۱۵۹) چنین نتیجه میشود که مقدار $\frac{۱۹}{۲۸}$ مرکب میشود از ۶۷ صدم با ناقصه $\frac{۸}{۲۸}$ جزو از ۱ صدم که کمتر است از یک صدم

پس چون خواهیم مقدار کسر متعارفی را تا کمتر از یک واحد عشری از مرتبه آن تحصیل کنیم همین قدر کافی است که قاعده (۱۶۱) را جاری نمائیم تا آنکه ن مرتبه اعشار در خارج قسمت بدست آید

در کسور اعشاریه متناوبه (از درس ۱۷ ام)

۱۶۶ تعریف کسر اعشاری متناوب آنست که عدد ارقام اعشاری نامتناهی باشد و ابتدا از مرتبه معینی چند رقم بترتیب معین بی حد تکرار شوند و مجموع ارقامی را که بی حد تکرار میشوند دوره و گردش و نوبه گوئیم

کسر اعشاری را متناوبه مفرد گوئیم هرگاه ابتدای دورهٔ اول بلا واسطه بعد از ممیز باشد و در غیر اینحالت کسر را متناوبهٔ مرکب گوئیم و ارقام اعشاریرا که بر دورهٔ اول متقدم مقدم شده جزو خارج نوبه گوئیم

مثال ۰٫۳۶۷۳۶۷۳۶۷۳۶.... کسر متناوبهٔ مفرد است و دوره اش ۳۶۷ است

و ۰٫۵۸۳۶۷۳۶۷۳۶۷.... کسر متناوبهٔ مرکب است و دوره اش ۳۶۷ و جزو خارج نوبه ۵۸

و اکنون مشغول میشویم بشرح این قضیه

۱۶۷ هر کسر متعارفی که قابل تحویل نباشد بکسر اعشاری تحویل خواهد شد یکسر اعشار متناوبه

مثال فرض میکنیم این کسر را $\frac{19}{2^2\times 7} = \frac{19}{28}$

چون دستور (۱۶۱) را در این کسر مجری داریم هر چند پیش رویم هرگز بباقی صفر نخواهیم رسید (۱۶۵) و باقی ماندهای متتالیه مندرج میباشند در سلسلهٔ اعداد ۱ ، ۲ ، ۳ ، ...۲۷ که جملهٔ آخرش کوچکتر از مقسوم علیه است و بنا بر این بهمه جهة ممکن است بیست و هفت باقی مختلف پیدا شود پس اگر در ضمن بیست و هفت قسمت اول هیچ باقی عود نکند و تکرار نشود حکماً باقی قسمت ۲۸ ام مساوی میشود با یکی از باقیهای سابق زیرا که در غیر این صورت بیست و هشت باقی مختلف داریم و این خلاف است چون در این نوع قسمت یکی از باقی ماندها باید حکماً تکرار شود بمثال خود رجوع میکنیم و مشخص مینمائیم کدام است آنکه اول عود میکند

۱۹۰	۲۸
۲۲۰	۰٫۶۷۸۵۷۱۴۲
۲۴۰	
۱۶۰	
۲۰۰	
۴۰	
۱۲۰	
۸۰	
۲۴۰	

باقی ۲۴ اول دفعه عود کرد و چون صفری در پیش ملحق کنیم عود میکند بحالت سابقه که صفری بباقی ۲۴ اضافه کرده بودیم و چون در هر دو حالت مقسوم ۲۴۰ شد

و مقسوم علیه ۲۸ عمل مکرر است و آنچه بعد از باقی ۲۴ گذشته است بدون اختلاف عود میکند
و در خارج قسمت همان رشته ارقام ۸۵۷۱۴۲ بدست میآید و همان باقیها که مابین ۴ و ۲۴
مانده بود و چون بعد از شش قسمت دیگر ۲۴ باز عود میکند حالت سابق تکرار میشود و در خارج قسمت
باز همان سلسله ارقام ۸۵۷۱۴۲ بدست می آید و همچنین بعد از آن هر کجا خواهیم پس
کسر عشاری خارج قسمت متناوبه شد

۱۶۸ چنانچه سابق در نمره ۱۶۵ ذکر شد اگر در کسر اعشار متناوبه یک رقم یا دو رقم یا به
رقم یا به ۳۰۰۰۰۰... یا بعد از رقم اعشار اکتفا کنیم مقدار کسر متعارفی مفروض
حاصل میشود تا کمتر از $\frac{1}{10}$ و $\frac{1}{100}$ و $\frac{1}{1000}$ و .... $\frac{1}{10^n}$ و بطور کلی
تا کمتر از یک واحد اعشار از مرتبه که بان اکتفا نموده ایم

۱۶۹ چون بترتیب هر یک از این کسور عشاریه محدوده را عوض کسر متعارفی
مفروض اختیار کنیم به تحقیق نزدیکتر میشویم و مقدار تفاوت کمتر میشود تا تجدیده اختلاف نا قابل شود.
میگوئیم که کسر مفروض با آنکه پیوسته بزرگتر از هر یک از آن کسور عشاریه محدوده است
حدی است که نمائیش کسر اعشار متناوبه حایل است و نزدیک میشود هر چند به
ارقام اعشار محدوده بیشتر بیفزائیم
و چنین نسبت منفائی که ما از این تساوی قصد میکنیم

$$\frac{۱۹}{۲۸} = ۰٫۶۷۸۵۷۱۴۲۸۷۱۴۲۰۰۰۰$$

تعریف چون مقدار تغییر پذیر مستمر جا و بینهایت بمقدار معین و محدود نزدیک شود
و اختلاف ما بینشان تا هر حد که خواسته باشیم ضعیف شود آن عدد محدود را
حد مقدار تغییر پذیر گوئیم
و کسر متعارفی را نیز کسر منتج کسر عشاری متناوبه گوئیم

در تحویل کسر اعشار متناوبه بکسر متعارفی

۱۷۵ و حال مقصود حل عکس مسئلهٔ مذکوره است یعنی

چون کسر اعشار متناوبه معلوم باشد چگونه باید مشخص شود کسر متعارفی صحیح را

حالت اول آنست که کسر متناوبه مفروض مفرد باشد مثال ۰٫۰۰۰۲۸۲۸۲۸ ره

کسر متعارفی مطلوب عددی است که باید بسمتش میل کند رشته شاد ب مفروض آنوقت که آنرا اول محدود کنیم و بعد متدرجاً ارقام عشاریه بیفزائیم پس ابتدا چند دوره محدود اختیار میکنیم مثلاً چهار دوره و من باب اختصار آن کسور عشار محدود را ك فرض میکنیم

پس ۰٫۲۸۲۸۲۸۲۸ ره = ك

۲۸٫۲۸۲۸۲۸ = ك ۱۰۰

لساوی اول را قیاس بدوم چنین می نویسیم

صد هزار هزارم ۲۸ + ۲۸۲۸۲۸ ره = ك

و چون ك را از ك ۱۰۰ تفریق کنیم چنین شود

صد هزار هزارم ۲۸ − ۲۸ = ك ۹۹

و بالجمله ك = $\frac{۲۸}{۹۹}$ − $\frac{۱}{۹۹}$ جزو از ۲۸ صد هزار هزارم و $\frac{۱}{۹۹}$ جزو از ۲۸ صد هزار هزارم کمتر است از یکصد هزار هزارم

کسر اعشار محدود ۲۸۲۸۲۸ ره کوچکتر است از کسر متعارفی $\frac{۲۸}{۹۹}$ بمقداری کمتر از واحد اعشار مرتبهٔ اخیر خود

چون دلیل مذکور کلی است و تعلقی ندارد بعدد دوائر کسر متناوبه که اختیار شده نتیجه که استنباط شد ثابت و برقرار است هر چند بر عدد دوائر بیفزائیم پس اگر عدد دوائر بینهایت باشد اختلاف مابین $\frac{۲۸}{۹۹}$ و کسر اعشار مفروض کمتر از واحد اعشار مرتبه است که بینهایت باشد پس در حد

باید گفت $\frac{۲۸}{۹۹}$ = ... ۰٫۲۸۲۸۲۸۲۸

و بنابراین $\frac{۲۸}{۹۹}$ کسر منتج است مر کسر متناوب .... ۰٫۲۸۲۸۲۸۲۸ را

قضیه صورت کسر منتج کسر متناوب صفر که جزو صحیح جدا باشد یکی دوره است و مخرجش عددی است مرکب از نقدر ۹ که برابر بعدد ارقام دوره متناوب کند

۱۷۱ حالت دوم آنست که کسر متناوب صفر مفروض مرکب باشد

کسر متعارفی مطلوب عددی است که سلسله متناوب مفروض بسمتش میل میکند و نزدیک میشود هرگاه اول او را محدود کنیم بعد مندرجا بر تبیین عددی از ارقام اعشار ملحق کنیم پس ابتدا عدد محدودی از ادوار اختیار میکنیم مثلا سه دوره و این کسر اعشار محدود را ك فرض میکنیم

ك = ۰٫۳۷۲۸۴۲۸۴۲۸۴

۱۰۰ ك = ۳۷٫۲۸۴۲۸۴۲۸۴

۱۰۰۰۰۰ ك = ۳۷۲۸۴٫۲۸۴۲۸۴

و بمقابله چنین مینویسیم

۱۰۰ ك = ۳۷٫۲۸۴۲۸۴ + ۲۸۴ هزار هزار سوم

و بعد از تفریق ك ۱۰۰ از ك ۱۰۰۰۰۰ چنین حاصل میشود

۱۰۰۰۰۰ ك − ۱۰۰ ك یا ۹۹۹۰۰ ك = ۳۷۲۸۴ − ۳۷ − ۲۸۴ هزار هزار سوم

پس ك = $\frac{۳۷۲۸۴ - ۳۷}{۹۹۹۰۰}$ − ۲۸۴ جزو از ۹۹۹۰۰ هزار هزار سوم

و ۲۸۴ جزو از ۹۹۹۰۰ کمتر است از یکصد هزار سوم زیرا که

صد هزار سوم $\frac{۲۸۴}{۹۹۹}$ = $\frac{\text{یک هزار هزار سوم}}{۱۰۰}$ × $\frac{۲۸۴}{۹۹۹}$ = $\frac{۲۸۴}{۹۹۹۰۰}$ هزار هزار سوم

پس اختلاف بین کسر اعشار محدود ۰٫۳۷۲۸۴۲۸۴۲۸۴ و کسر متعارفی $\frac{۳۷۲۸۴ - ۳۷}{۹۹۹۰۰}$ مقداری است کمتر از یک احد اعشار مرتبه اخیر

دلیل مذکور کلی است و تعلق ندارد بعدد دوار که اختیار شده پس عدد دوار را هر چند زیاد فرض کنیم نتیجه مستنبطه بحالت خود باقی و برقرار میماند بنا بر این عدد دوار را اگر بینهایت فرض کنیم اختلاف مابین کسر اعشاری و این کسر متعارفی $\frac{۳۷۲۸۴-۳۷}{۹۹۹۰۰}$ کمتر میشود از واحد اعشاری مرتبه که بی اندازه است باشد پس در حد میگوئیم (۱۶۹)

$$۰٫۳۷۲۸۴۲۸۴۲۸۴\ldots\ldots = \frac{۳۷۲۸۴-۳۷}{۹۹۹۰۰}$$

و بعبارت اخری این کسر متعارفی $\frac{۳۷۲۸۴-۳۲}{۹۹۹۰۰}$ منتج کسر اعشاری $۰٫۳۷۲۸۴۲۸۴\ldots$ میباشد پس این حکم نتیجه میشود

قضیه — صورت کسر متعارفی منتج کسر اعشاری متناوب مرکب که جزو صحیحش خارج باشد عددی است مرکب از جزو خارج گردش و یک گردش منهای جزو خارج گردش و مخرجش عددی است مرکب از انقدر ۹ که عدد ارقام گردش باشد و از انقدر صفر که عدد ارقام جزو خارج گردش باشد

و چنین کسر متعارفی را هر وقت ممکن باشد غیر ممکن التحویل کنیم حاصل صورت کسری که از حکم این قضیه بدست می آید قابل قسمت نیست بر ۱۰ و برهانش ظاهر است

۱۷۲ در بیانات مذکوره چنین فرض نمودیم که هر کسر اعشاری متناوب جزو صحیحی مقدم نباشد و اکنون این قید را رفع میکنیم

هرگاه کسر اعشاری متناوب صاحب جزو صحیح باشد ظاهر است که اگر این جزو صحیح ملحق کنیم کسر متعارفی بدین که معادل شد با کسر متناوب که تالی ممیز است عدد کسری ترکیب میشود معادل با عدد اعشاری مفروض و آن کسر متعارفی پس از دو وجه سابق بدست می آید

مثال اول $\frac{۱۹۳۶۷-۱۹}{۹۹۹} = \frac{۱۹(۱۰۰۰-۱)+۳۶۷}{۹۹۹} = ۱۹ + \frac{۳۶۷}{۹۹۹} = ۱۹٫۳۶۷۳۶۷\ldots\ldots$

مثال دوم $\frac{۱۹۴۸۳۶۷-۱۹۴۸}{۹۹۹۰۰} = \frac{۱۹۴۸٫۳۶۷۳۶۷\ldots}{۱۰۰} = ۱۹٫۴۸۳۶۷۳۶۷\ldots\ldots$

در این دو مثال میتوان ممیز را اول دو مرتبه بسمت یسار نقل نمود اما کسر متناوبه بدست آید عاری
از جزو صحیح و بعد از آن تحویل کرد بکسر متعارفی و آن کسر را یکصد مرتبه ترقی داد

۱۷۳ قضیه کسر متناوبه که دوره اش یک رقم ۹ باشد میتوان مبدل نمود پس بعدد
صحیح یا اعشاری که حاصل شود بحذف جزو متناوب با اضافه واحد بر رقم مقدم بلا واسطه

[illegible]

اختلاف مذکور تا بهر عدد که خواسته باشیم ضعیف میشود

مثال دوم ن = ۵۷,۴۲۹۹۹۹......

۱۰۰ ن = ۵۷۴۲,۹۹۹۹

ن = $\frac{۵۷۴۳}{۱۰۰}$ = ۵۷,۴۳

۱۷۴

باشد حذف [illegible]
مقدار تقریب کمتر میشود از یک واحد اعشاری از مرتبه آن رقم معین

مثال در این عدد ۵۷,۴۳۲۸۴۵۱
چون حذف کنیم تمام ارقامی را که تالی رقم سیم اعشاری است این عدد بدست می آید ۵۷,۴۳۲
و آن وقت ۵۷,۴۳۲ > ۵۷,۴۳۲۸۴۵۱ > ۵۷,۴۳۲۹۹۹۹...
۵۷,۴۳۲ > ۵۷,۴۳۲۸۴۵۱ > ۵۷,۴۳۳

چون عدد مفروض واقع شد مابین عدد ۵۷,۴۳۲ و عدد ۵۷,۴۳۳ که اختلاف شان
۰,۰۰۱ است معلوم میشود که اختلاف این عدد با هر کدام از آن دو کمتر است از ۰,۰۰۱
(در اعمال مذکور این علامت > نشانه کوچکتر است مثلا اگر بخواهیم بنمائیم که ۴

بر عکس اگر بخواهیم بنمائیم که ۳ بزرگتر است از ۲ چنین
مینویسیم ۲ > ۳ (۳) از آنچه ذکر شد این مطلب استنباط میشود که اگر عددی معادل باشد با
سلسلهٔ اعشاری مشخص یا غیر مشخص که بتوان معلوم نمود و آن سلسله محدود باشد
یا غیر محدود و ما به رقم اول اعشاریش اکتفا کنیم مقدار آن عدد را تا $\frac{1}{10^n}$ تقریباً بدست
میتوان بدستور ذیل مقدار هر عدد را تا نصف واحد تقریباً اضافی یا نقصانی از مرتبهٔ مشخصهٔ
n بدست آورد بدستور سابق تا رقم اعشاری مرتبهٔ n را حفظ میکنیم و سایر ارقام
تالیه را محو میکنیم و نظر میکنیم برقمی که تالی مرتبهٔ n است پس اگر آن رقم از ۵
کمتر باشد عدد محفوظ مقدار مطلوب است و اگر ۵ باشد یا بیشتر از ۵ باید یک واحد
بر رقم مرتبهٔ n که محفوظ داشته ایم افزود و از این قرار در مثال سابق این عدد
۵۷٫۴۳۳ مقدار تقریبی عدد ۵۷٫۴۳۲۸۴۵۱ است و تقریباً اضافیش
نصف هزارم است زیرا که بر آن عدد مقدار ۰٫۰۰۱ اضافه کرده ایم و مقدار ۰٫۰۰۰۸۴۵۱
از او کاسته ایم پس مقدار افزایش چنین میشود

۰٫۰۰۱ − ۰٫۰۰۰۸۵۱ = ۰٫۰۰۰۱۴۹

در تعیین مقدار حاصل ضرب و خارج قسمت تا یک واحد تقریباً از هر مرتبه که خواسته باشیم

درس (۱۸)

۱۷۵ بسا باشد که در عملیات کفایت کند از تحصیل عدد مطلوب کمتر از یک واحد اعشار
تقریباً از هر مرتبهٔ مشخصه و نظر به این نکته میتوان محاسبات اعداد اعشاری را که صاحب ارقام
زیاد باشند سهل و مختصر نمود چنانچه در عمل ضرب و قسمت تقریبی قواعدی هست مختصرتر از آنچه
ذکر شد در ۱۵۵ و ۱۶۵ چونکه آن قواعد عموماً مطول میباشند و بلکه اگر دو عدد
مفروض صاحب اعشار زیاد باشند غیر ممکن الاستعمال اکنون مشغول میشویم بذکر این قواعد مختصر

در اختصار عمل ضرب

۱۷۶ چون خواهیم بطریق اختصار و تا کمتر از یک احد عشار تقریباً از مرتبه مشخصه معلوم کنیم حاصل ضرب دو عدد صحیح یا اعشار را که صاحب ارقام زیاد باشند باید بدستور ذیل رفتار نمود و آن منسوب است به اوکتردو نام مهندس

قاعده مضروب را بطریق رسمی بنویسید و بعد رقم احاد مضروب فیه را با صفرهائی اگر قائم مقام او باشد قرار دهید در تحت رقمی از مضروب که یکصد مرتبه پیشتر از مرتبه تقریب مطلوب باشد و بعد سایر ارقام مضروب فیه را بعکس ترتیب رسمی بنویسید یعنی عشرات و مات و غیره را در یمین آن رقم قرار دهید و دهم و صدم و غیره را در یسار آن رقم و بعد ابتدا از یمین مضروب به اداد ارقام مضروب فیه ضرب کنید بنابر اینکه در هر ضرب جزو ابتدا نکنید مگر برقمی از مضروب که واقع باشد فوق رقم منظور مضروب فیه و حاصل ضربها را بترتیب زیر همدیگر بنویسید بنابر اینکه رقم اول سمت یمین هر کدام را قرار دهید در تحت رقم اول سمت یمین حاصل سابق خود و بعد ستون بستون جمع کنید

چون میزان بدست آمد از سمت یمین حاصل جدا کنید دو رقم اعشار بیشتر از آنچه در مخرج تقریب مطلوب باشد و بر دو رقم اخیر سمت یمین اعشار قلم محو بکشید و واحدی بر رقم اخیر محفوظ بیفزائید پس آنچه نتیجه شد حاصل ضرب دو عدد مفروض است تا کمتر از یک واحد تقریب نقصاً یا اضافه از مرتبه مشخصه اعشار

۱۷۷ مثال میخواهیم حاصل ضرب این عدد را ۵۸۲۴ و ۷۰۴۲۸۹ در این

عدد ۵۷۶۸٫۳۴ تا کمتر از ۰٫۰۱ بتقریب معلوم کنیم

چون واحد تقریب از مرتبهٔ صدم است رقم ۳ آحاد را زیر رقم ده هزارم مضروب فیه قرار میدهیم بنابر آنکه بترتیب سایر ارقام مضروب فیه را معکوس مینمائیم چنانچه در اصل قاعده ذکر شد و بعد عمل ضرب را بهمان دستور که ذکر شد مجری داریم

```
۷ ۴ ۸ ۹ ۶ ۰ ۵۸۴
۵ ۷ ۶ ۸٫۳ ۴
────────────────
۲ ۹ ۹ ۵ ۸ ۴ ۰
۲ ۲ ۴ ۶ ۸ ۸
۵ ۹ ۹ ۱ ۳
۴ ۴ ۸ ۸
۵ ۱ ۸
۳ ۵
────────────────
۳ ۲ ۸٫۵ ۴ ۸ ۱
۳ ۲ ۸٫۵ ۵
```

بروفق قاعده ضرب نمودیم اولاً ۷۴۸۹۶۰ را در ۴ و ثانیاً ۷۴۸۹۶ را در ۳ و هکذا و حاصل ضربها را تحت همدیگر نوشتیم بنابر آنکه حاصل ضرب تقریبی ارقام اول سمت یمین آنها را مقابل همدیگر قرار دادیم و بعد تحت جمع کردیم و چهار رقم اعشار جدا نمودیم یعنی دو رقم بیشتر از آنچه در کسر تقریب ۰٫۰۱ بود و با جمله دو رقم آخر سمت یمین را حذف نمودیم و یک واحد بر رقم اخیر محفوظاً اضافه کردیم پس حاصل شد ۳۲۸٫۵۵ و آن حاصل ضرب تقریبی دو عدد مفروض است تا کمتر از ۰٫۰۱ اعشار

برهان

اولاً در مثال مذکور جمیع حاصل ضربهای جزو و بنابر این حاصل ضرب کل از جنس ده هزارم میباشند (یعنی آحادشان یکصد مرتبه بزرگتر از واحد تقریب) و از این ثابت بود که ارقام اول سمت یمین را زیر یکدیگر نوشتیم و بعد از جمع چهار رقم اعشار جدا نمودیم حکم مذکور بسهولت تحقیق میشود از این قرار (مطلب را میتوان بطریق عام مبرهن کرد ولیکن بنظر ما آسانتر آنست که در ضمن مثال تحقیق کنیم و به ثبوت رسانیم چنانچه در سایر احکام همین طور رفتار کرده ایم)

ضرب اول عدد ۷۴۸۹٫۶۰ صد هزارم را ضرب کردیم در ۴ عشره یعنی در ۴۰ تا حاصل ضرب

باین صورت $\frac{۷۴۸۹۶۰ \times ۴}{۱۰۰۰۰۰} = ۴۰ \times \frac{۷۴۸۹۶۰}{۱۰۰۰۰۰}$ پس حاصل اول ۴ × ۷۴۸۹۶۰
چون مشخص شد از جنس ده هزارم میشود

ضرب دوم عدد ۷۴۸۹۶ ده هزارم را ضرب کردیم در ۳ و ظاهر است که انحاصل
۷۴۸۹۶ × ۳ نیز از جنس ده هزارم میشود

ضرب سوم عدد ۷۴۸۹ هزارم را ضرب کردیم در ۸ دهم یعنی $\frac{۸}{۱۰} \times \frac{۷۴۸۹}{۱۰۰۰}$
$= \frac{۷۴۸۹ \times ۸}{۱۰۰۰۰}$ پس حاصل سوم ۸ × ۷۴۸۹ نیز از جنس ده هزارم است و بهمین وجه
سایر حاصلها را تحقیق میکنیم

ثانیا چون عدد ۵۴۸۱, ۳۲۸ را عوض حاصل ضرب دو عدد مفروض بگیریم
تقریبش کمتر میشود از یکصدم مرتبه اعشار

زیرا که اولا آنچه بحساب نیاید و منظور نشد از سمت یمین اولین مضروب جزء ۷۴۸۹۶۰
صد هزارم کمتر است از ۱ صد هزارم و چون اعتنا نکنیم بضرب این جزء مضروب در ۴ عشره
که ۴۰ باشد تقریبی واقع میشود کمتر از ۰۰۰۰ × ۴۰, ۰ که ۴ ده هزارم است

ثانیا آنچه بحساب نیاید از سمت یمین دومین مضروب ۷۴۸۹۶ ده هزارم
مقدارش کمتر است از ۱ ده هزارم و چون اعتنا نکنیم بضرب این جزء مضروب
در ۳ تقریبی واقع میشود کمتر از ۳ ده هزارم ثالثا آنچه واقع است در یمین سومین مضروب
جزء ۷۴۸۹ هزارم کمتر است از ۱ هزارم و حاصل غیر معتنا به این جزء مضروب
در ۸ دهم کمتر است از $\frac{۸}{۱۰} \times \frac{۱}{۱۰۰۰}$ یعنی از ۸ ده هزارم و همچنین در سایر ... هزارم
و بهمین وجه ثابت میکنیم که تقریب نقصانی واقع در هر حاصل جزء کمتر است از القدر ده
که بعد آحاد در قسم نظیرش از مضروب فیه باشد و چون جمیع تقریبات جزء را جمع کنیم
و بسنجیم بحاصل جمع ۵۴۸۱, ۳۲۸ که در عوض حاصل ضرب حساب شده زود

معلوم میشود که تقریب نقصانی بهمه جهة کمتر است از انقدر ده هزارم که برابر
احاد مجموع ارقام مستعمله مضروب فیه باشد

چنانچه در مثال ما آن تقریب کمتر میشود از ۵ + ۷ + ۶ + ۸ + ۳ + ۴ یعنی از ۳۳
ده هزارم پس بطریق اولی کمتر است از یکصدم که معادل ۱۰۰ ده هزارم باشد
تا اشا چون هر وقت بگوییم حاصل ضرب ما کمتر از ۰۱ ره تقریب باشد غالب انست که
میخواهیم بر قسم صدم توقف کنیم

پس اگر دو رقم زیادتی ۸۱ را همین طور حذف کنیم تقریب ما نوعی واقع میشود بمقدار
۸۱ ده هزارم که چون بر تقریب اول اضافه شود ممکن است در اکثر حالات از حد مشخصه تقریب
یکصدم تجاوز نماید لهذا بعد از حذف دو رقم اخیر سمت یمین بطور کلی واحد اضافه کنیم
بر رقم اخیر محفوظ که در مثال ما رقم عدد صدم باشد و از اینقرار در آخر ۳ تقریب واقع میشود
دو تقریب نقصانی هر کدام کمتر از یکصدم و تقریب اضافی بمقدار یک صدم و بعد از تلافی که
عدد ۵۵ ر ۳۲۸ را عوض حاصل ضرب بگیریم تقریب حقیقی کمتر میشود از یک صدم پس
بمقصود خود رسیده ایم

تنبیه هرگاه مجموع ارقام مستعمله مضروب فیه و عدد دو رقمی که از آخر حاصل حذف میکنیم
میزان هر دو جمله کمتر شود از ۱۰۰ آنوقت لازم نیست که واحد بر رقم اخیر محفوظ اضافه کنیم
و چون آنرا بحالت خود واگذاریم تقریب نقصانی حاصل ضرب مطلوب همان قدر است که میخواستیم

مثال میخواهیم حاصل ضرب این عدد را ۳۲۷ ۴۸۵ ر ۳۷ ۵ در این عدد ۵۳۷۸۴ ر ۱۴
تا کمتر از ۰۱ ره تقریب بدست آوریم

حاصل ضرب این است ۰۷ ۵۲ ر ۳۹ ۲۴ و چون بشمرائیم مجموع ارقام مضروب فیه را که
۳۱ باشد بر عدد ۷۰ از دو رقمی که باید از سمت یمین حاصل حذف کرد میزان ۳۸ میشود

وچون ۲۴۳۹٫۰۲ را عوض حاصل اختیار کنیم مجموع دو تقریب نقصانیش کمتر میشود از ۰٫۳۸ هزارم و بطریق اولی کمتر از ۰٫۰۱ پس معلوم شد که ۲۴۳۹٫۰۲ حاصل ضرب مطلوب است تا کمتر از ۰٫۰۱ تقریب نقصانی

در مثال اول مجموع ارقام که ۳۳ باشد باضافهٔ عدد محو شده ۸۱ از ۱۰۰ تجاوز میکند و تقریب نقصانی کمتر میشود از ۸۱ + ۳۳ یعنی از ۱۱۴ ده هزارم و میتوان مطمئن شد که کمتر از ۰٫۰۱ هم باشد لهذا بر رقم اخیر محفوظ واحدی اضافه نمودیم و دراینصورت میدانیم که حاصل ۳۲۸٫۵۰۵ تقریبش اضافی است یا نقصانی

تنبیه

۱۷۸ در مقام اجرای قاعدهٔ سابقه ممکن است که بعضی ارقام مضروب فیه بی فایده در طرح افتد

مثال میخواهیم حاصل ضرب این عدد را ۳۴۵٫۳۸۵۷۴۲۶ در این عدد ۸۴٫۵۴۹۳۲۶۷۴۲۸ تا ۰٫۰۱ تقریب مشخص کنیم

ازقرار دستورالعمل صورت حساب چنین میشود

```
          ۳۴۵٫۳۸۵۷۴۲۶
  ۸۲۴۷۶۲۳۹۴۵٫۴۸
  ---------------------
          ۲۷۶۳۰۸۵۹۲
           ۱۳۸۱۵۴۲۸
            ۱۷۲۶۹۲۵
             ۱۳۸۱۵۲
              ۳۱۰۷۷
               ۱۰۳۵
                 ۶۸
                 ۱۸
  ---------------------
          ۲۹۲۰۲٫۱۲۹۵
          ۲۹۲۰۲٫۱۳     حاصل ضرب تقریبی
```

بعد از ترتیب عمل قاعده را بدون تصرف جاری نمودیم و در رقم ۶ توقف نمودیم از آنجهه که بموجب
قاعده بعد از آن رقم چیزی نداریم در او ضرب کنیم از این قرار چهار رقم از سمت یمین مضروب فیه
متروک شده و این سبب تقریبی دیگر است که در مثال اول مسطور بیان ورده بودیم ولی بطور کلی
در نتیجه اثری ندارد و نباید در عملیات با اعشاری استثنا کرد
ولی اگر بخواهیم حد تقریبی را که در حاصل پیدا شده مشخص کنیم آن توقف بدستور ذیل رعایتی از آن میکنیم

هر چند باشد عدد ارقام متروکه سمت یمین مضروب فیه مفروض رعایت
ترک باین است که در تشخیص حد تقریب اضافه کنیم بر مجموع ارقام مستعمله مضروب فیه
او این رقم با معنی مضروب را با اضافه واحد و آن در مثال ما ۱+۳
یعنی ۴ (مقصود ما از رقم با معنی آنست که صفر نباشد)

این قاعده زود تحقیق میشود در مثال سابق تمام مضروب به ۴ مائیه نمیرسد (یعنی ۴ واحد از مرتبه
رقم ۳ سمت یسار) و تمام ارقامی که از سمت یمین ۶ مضروب فیه ترک شده کمتر است
از یکی از سوم (یعنی از یک واحد مرتبه رقم ۶) و بنابراین چون ترک نمائیم ضرب مضروب را
در این جزو مضروب فیه تقریبی واقع میشود کمتر از ۴۰۰×۰٫۰۰۰۰۰۱ یعنی از ۴ ده هزارم
(که ۱+۳ ده هزارم باشد) و حد تقریب از بابت اختصار و متروکات مضروب چون بطریق
مثال اول مشخص شود مطابق این است

(۶+۲+۳+۹+۴+۵+۴+۸) ده هزارم

و حال باید از بابت متروکی مضروب فیه نیز آنچهار ده هزارم را بر مجموع اضافه کرد پس قاعده
الحاقیه ما محقق شد

۱۷۹ تنبیه دوم در عملیات ممکن است که من باب رعایت قاعده لابد شویم مضروب را
بچند صفر تکمیل نمائیم و در اینصورت تقریبی تازه واقع نشود بلکه بضرب مضروب در ارقام اعشاری که از مضروب فیه

تحت آن اصفار و تحت رقم اول یا یعنی سمت یسار شان واقع شده باشند و در چنین حالت برای
تحدید تقریب باید این ارقام مضروب فیه را بر یسار ارقام مستعمل اضافه نمود

مثال میخواهیم حاصل ضرب ۵۷ر۳۸۵ را در ۴۵۸ر۳۷۴۲ تا کمتر از
۰ر۰۱ تقریب مشخص کنیم

۱۸۰ نکته کلی قاعده اختصار ضرب بر وجهی که بیان شد عام است و مستعمل هر چند زیاد باشد
و محدود یا غیر محدود عدد ارقام اعشاریه در عوامل مفروض

۱۸۱ ولی قیدی هست که باید برداشت این است که فرض کردیم مجموع ارقام مستعمله
مضروب فیه کمتر از ۱۰۰ باشد و این حالت بیشتر اتفاق می افتد
پس اگر مجموع از ۱۰۰ تجاوز کند (این حالت بسیار نادر است و میتوان قبل از عمل معلوم
نمود) رقم آحاد مضروب فیه را تحت رقمی از مضروب بنویسیم که هزار مرتبه پست تر باشد
از مرتبه تقریب و از این قسمت را اعشار حاصل ضرب سه رقم بیشتر است از آنچه ما میخواستیم
و حاصل مطلب این شد که از مضروب و مضروب فیه نگاه داریم یک رقم بیشتر از آنچه را که در اصل
قاعده معین نمودیم

۱۸۲ هرگاه قید نداشته باشیم به مشخص کردن مقدار حقیقی رقم اخیر محفوظ حاصل ضرب
و به دانستن حد واقعی تقریب در چنین صورت قاعده ما کافی باشد ولی اگر مقصود بیش از این باشد
عمل ما تمامی دارد که باید باین طور پیش برد
ما بقا به حاصل ضربی که بدست آمد و از مقدار حقیقی کمتر بود اضافه نمودیم عدد اعشاری را که برای
حد تقریب نقصانی مشخص نموده بودیم و آن در مثال (۱۷۸) ۲۰۵ ده هزارم بود و ظاهر است
که چنین حاصل جمعی بزرگتر میشود از حاصل ضرب حقیقی ح پس این مساوی در آن مثال نوشته میشود

۲۹۲۰۲ر۱۲۹۵ < ح < ۲۹۲۰۲ر۱۳۴۰

ارقام سمت یسار که مشترک باشند در این دو مقدار تقریبی متعلق میشوند بمقدار حقیقی حاصل ضرب
در این مثال تا یک رقم اعشار نیز مشترک نیست یعنی تا رقم دهم چنانچه در مثال اول ۱۷۷
نیز همین طور میشود و لیکن غالب آنست که تا دو رقم اعشار که از مرتبه صدم باشد مشترک میشود

۱۸۳ و حال تنبیه دیگر ذکر کنیم که بجمیع مسائل تقریب تعلق میگیرد

دستور العمل عام و درست در معلوم کردن رقم اخیری که در محاسبات تقریبی بخواهیم باو توقف کنیم اینست که عمل را چنان مجری داریم که گویا مقصود تحقیق عدد بود تا کمتر از یک واحد از مرتبه که بلا واسطه پست‌تر از حد تقریب مفروض باشد و چون نتیجه بدست آمد رقم آخر را محو کنیم پس اگر آن رقم اخیر ۹ باشد باید یک رقم بآن رقم پیشتر مشخص نمود و این دستور العمل کلی را باید معمول داشت جز آن وقت که راه سهلتر در دست نباشد

۱۸۴ امثله مشق میخواهیم حاصل ضرب ۵۳۷٫۴۸۵۳۲۷ را در ۴٫۵۳۷۸۴ تا کمتر از ۰٫۰۱ ره تقریب معلوم کنیم جواب ۲۴۳۹٫۵۳

میخواهیم حاصل ضرب ۵۳۵٫۵۸۲۷ را در ۴۵٫۵۳۷۴۲ تا ۰٫۱ ره بتقریب معلوم کنیم جواب ۲۴۳۸۹٫۱

میخواهیم حاصل ضرب ۵۳٫۸۷۴۲۶ را در ۵۸٫۴۷۹۶۴۲۸ تا کمتر از یک واحد بتقریب معلوم کنیم جواب ۳۱۵۱

امثله دیگر نیز در آخر باب ۵ در خاتمه جزو محاسبات هندسی ذکر شده بآنجا رجوع کنید

در اختصار قسمت

۱۸۵ اختصار عمل قسمت مبنی بر این اصل است

اصل هرگاه بدون تصرف در مقسوم ارقام اعشاری چند از سمت یمین

مقسوم علیه حذف کنیم تقریبی اضافی در خارج قسمت دست میدهد که مقدار آن بیش کمتر است از خارج قسمت همین خارج قسمت بر مقسوم علیه مختصر شده که یعنی ممیز تو شده باشد

مثلا میخواستیم عددی را بر ۵۷٫۲۴۲۸ قسمت کنیم قسمتش نمودیم بر ۵۷٫۲۴ پس تقریب اضافی در خارج قسمت واضح شد کمتر از خارج قسمت ثانوی همان خارج قسمت بر ۵۷۲۴

برهان فرض میکنیم ح خارج قسمت حقیقی آن عدد باشد بر ۵۷٫۲۴۲۸ در خصوص صورت

$$\text{مقسوم مفروض} = ۵۷٫۲۴۲۸ \times ح = ۵۷٫۲۴ \times ح + ۰٫۰۰۲۸ \times ح$$

$$\frac{\text{مقسوم}}{۵۷٫۲۴} = ح + \frac{۰٫۰۰۲۸ \times ح}{۵۷٫۲۴}$$

معلوم شد که چون مقسوم را بر ۵۷٫۲۴ قسمت کنیم خارج قسمتش بزرگتر میشود از خارج قسمت حقیقی ح بمقدار $\frac{۰٫۰۰۲۸ \times ح}{۵۷٫۲۴}$ که معادل است با $\frac{۰٫۲۸ \times ح}{۵۷۲۴}$ و ظاهر است که این تقریب اضافی کمتر میشود از $\frac{ح}{۵۷۲۴}$ فهو المطلوب

۱۸۶ حال قاعده ذکر کنیم در اختصار عمل تقسیم و تحصیل خارج قسمت دو عدد صحیح یا اعشاری که صاحب ارقام زیاد باشند تا کمتر از یک یا احد اعشار معینی تقریب

قاعده من باب السانی کار ممیز مقسوم را فراموش دهید بعد از آن رقمی که هم رتبه واحد تقریب باشد و بعد معلوم کنید که خارج قسمت چنین مقسوم ثانوی بر مقسوم علیه مفروض صاحب چند رقم صحیح میشود تا مرتبه احاد صحیح عدد آن ارقام را عدد خارج بنویسید و بهمان عدد صفر در یمینش قرار دهید و از یسار مقسوم علیه آنقدر رقم جدا کنید که قطع نظر از ممیزش عدد شود اقلا برابر عددی که اکنون ترتیب دادیم و سایر ارقام سمت یمینش را محو کنید و از سمت یسار مقسوم نیز آنقدر رقم جدا کنید که قطع نظر از ممیزش

عددے شود شامل مقسوم علیه مختصر شده و آنرا براین قسمت میکنیم و چون در خارج
قسمت رقم اول نوشته شد فی الفور اول بدست آمد رقمی تازه از سمت یمین
مقسوم علیه محو کنید و فی الفور اول را براین مقسوم علیه تصرف شده قسمت
کنید و چون رقم دوم در خارج قسمت پیدا شد فی الفور دوم بدست آمد
رقمی تازه از یمین مقسوم علیه محو کنید و فی الفور دوم را براین مقسوم علیه
مختصر شده قسمت کنید و همین ترتیب پیش روید بنابر آنکه بعد از هر
قسمت جزو رقمی از مقسوم علیه را محو نمائید تا آنکه در خارج قسمت بعدد
که اول مشخص شده رقم نوشته شود از وقت علامت ممیزه را در محلی
قرار دهید که رقم آخر سمت یمین از چنین مرتبه واحد تقریب باشد.

۱۸۷ مثال میخواهیم خارج قسمت این عدد را ۲۷۳۲۱۹۶۵۷۳۴
براین عدد ۸۲۵،۳۴۸۲۶۴ تا کسر از ۰۰۱ درجه تقریب تحصیل کنیم
ممیز مقسوم را بعد از رقم هزارم قرار میدهیم و آنرا بقاعده مذکوره قسمت میکنیم

۲۷۳۲۴۶۵۷،۳۴ را بر ۸۲۵،۳۴۸۲۶۴

مقسوم علیه: ۸۲۵،۳۴۸۲۶۴ | خارج: ۳۳۱۰۶ — ۳۳،۱۰۶

مقسوم: ۲۷۳۲۴۶۵ | ۷،۳۴
۲۵۶۴۲۱
۸۸۱۹
۵۶۶
۷۴
۵۰۰۰۰۰

در تعیین عدد ارقام خارج تا مرتبه آحاد عشر همین قدر کافیست که بخیال ممیز
مقسوم علیه را الاقل بسمت یمین حرکت دهیم که عدد سمت یسارش مقسوم را الاقل یک مرتبه
شامل شود و نرسد به ۱۰ مرتبه (تا مرتبه آحاد صاحب ۳)
در مثال ما ممیز را با پنج مرتبه حرکت داد پس خارج قسمت پنج رقم شود (و در حقیقت

ظاهر است که مقسوم کمتر است ۱۰۰۰۰۰ برابر مقسوم علیه و ۱۰۰۰۰ مرتبه او را شامل است)
عدد پنج را در یسار خارج نویس کردیم و پنج صفر هم در یمینش قرار دادیم چنین شد ۵۰۰۰۰۰
و از یسار مقسوم علیه آنقدر رقم جدا کردیم که قطع نظر از ممیز عددش اقلا مساوی شود با ۵۰۰۰۰۰
و آن عدد ۸۲۵۳۴۸ است و سایر ارقام سمت یمین را محو کردیم و بین مقسوم علیه مخصص شده
ابتدا کردیم و بر وفق قاعده پیش رفتیم بنابر آنکه در هر قسمت جزو رقمی تازه از یمین مقسوم علیه محو کردیم
تا در خارج قسمت پنج رقم بدست آوردیم آنوقت سه رقم اعشار را از سمت یمینش جدا کردیم
تا در قسمت اخیر خارج قسمت از مرتبه هزارم شود این عدد بدست آمد ۶ ۱۰ ۳۴ که خارج
قسمت دو عدد معروض است تا کمتر از ۱۰۰ ر ۰ بتقریب نقصانی یا اضافی (چون مجموع
ارقام خارج قسمت هر کدام باضافه واحد ۱۷ میشود و آن کمتر است از باقی ۷۴ خارج
قسمت تقریبش نقصانی میشود)
برهان چون ممیز مقسوم را سه مرتبه بسمت یمین نقل نمائیم خارج قسمت ضرب میشود در ۱۰۰۰
ولی بعد از آنکه در آخر سه رقم اعشار از یمین خارج قسمت جدا کنیم عود میکند بمقدار حقیقی خود
و در آخر هزار آحاد خارج قسمت ۳۴ ر ۵۷ ، ۲۴۶ ۲۷۳ بر ۸۲۶۴ ۳۴ ر ۸۲۵
برابر خارج قسمت دو عدد معروض میشوند پس اگر ثابت کنیم که خارج قسمت ۶ ۱۰ ر ۳۴ است
تقریبش کمتر از واحد است ضمنا ثابت میشود که تقریب خارج قسمت مطلوب کمتر از یک هزارم است
و اکنون مقصود ما اثبات این مطلب است از روی اصل ۱۸۵ (در ۱۸۵ چنین
فرض نموده ایم که ارقام محو شده از جنس اعشار باشند و این فرض ممکن است همیشه وقوع پیدا
کند چونکه موافق همان قاعده در قسمت اول سمت یسار مقسوم علیه هرگز محو نمیشوند و بی آنکه
ادنی تغییری در خارج قسمت پیدا شود یا در محاسبات معمول داشتیم میتوان فرض کرد
که ممیز مقسوم علیه حرکت کرده در یمین رقم دوم که بنا برآنکه ممیز مقسوم را نیز

بهمان قدر مرتبه سیم و هیم و از این قسم ار در مثال میتوان مقسوم را باینصورت نوشت

۸۲٫۵۳۴۸۲۶۴۲ و مقسوم علیه را باینصورت ۲۷۳۳۴۴۶۵٫۷۳۴

و چون مقسوم و مقسوم علیه باینصورت نوشته شد ظاهر است که جزء ارقام عشار جزئی محو شود

اول باید ملاحظه نمود که در مقسوم تغییر پاشده چونکه تقسیم فهمای جزو با مطابق قاعده

رسمی قسمت است (۱۴۷) که اینجا تعلق گرفته بر قسمت خود مقسوم با قسمت باقی تمام بر مقسوم

علیه مختصر شده بنظیر خود

ولیکن مقسوم علیه چندین مرتبه مغشوش شده

اولاً نوبت اول که مقسوم علیه را مختصر نمودیم در خارج قسمت تقریباً اضافی واقع شد کمتر از

خارج قسمت همین خارج قسمت بر مقسوم علیه مختصر شده که بی تمیز نوشته شود باینصورت

۸۲۵۳۴۸ (۱۸۵) و خارج قسمت تا مرتبه آحاد صاحب پنج رقم است و کمتر ملیاشد

از ۱۰۰۰۰۰ بنابراین

تقریب عمل (این خارج قسمت / ۸۲۵۳۴۸ و بطریق اولی ۱۰۰۰۰۰ / ۵۰۰۰۰۰ یعنی از $\frac{1}{5}$

ثانیاً بعد از اولین قسمت جزو مرتبه به تکمیل خارج قسمت باید بر قسمت سه عشرات الف

ملحق نمود خارج قسمت باقی تمام اول را بر مقسوم علیه مختصر شده ۸۲۵٫۳۴۸ پس مجدداً

تازه از همین این مقسوم علیه قسمت کردیم و باین سبب در خارج قسمت متمم تقریب اضافی

تازه اتفاق افتاده کمتر از خارج قسمت همین خارج قسمت بر مقسوم علیه جدید مختصر شده

که بی تمیز نوشته شود باینصورت ۸۲۵۳۴ و این خارج قسمت چهار رقمی

کوچکتر است از ۱۰۰۰۰ پس

تقریب جدید (این خارج قسمت / ۸۲۵۳۴ و بطریق اولی ۱۰۰۰۰ / ۵۰۰۰۰ یعنی از $\frac{1}{5}$

ثالثاً در سومین قسمت جزو رقمی تازه از مقسوم علیه محو میکنیم و در باقی متمم خارج قسمت

ذکر کرده قسمت نمایند تقریب جدیدی واقع میشود کمتر از خارج قسمت این خارج قسمت بر مقسوم علیه مختصر شده جدید رقمی ممیز نوشته میشود در این صورت ۳ ۸۲۵۳ و این تقریب کمتر میشود از $\frac{1000}{5000}$ که $\frac{1}{5}$ باشد

و هلذا در هر قسمت جزو چون مقسوم علیه را مختصر سازیم تقریبی اضافی واقع میشود کمتر از $\frac{1}{5}$ و چون مقسوم علیه را پنج مرتبه مختصر نموده ایم مجموع تقریبات اضافی کمتر میشود از پنج خمس یعنی از واحد

و تقریب نه همین تنها بود بلکه بعد از آخرین قسمت جزو باید خارج قسمت را تکمیل نمود بکسری که صورتش باقی اخیر باشد و مخرجش آخرین مقسوم علیه مختصر شده و ما این کسر را اعتنا نکردیم و بنابراین در خارج قسمت تقریب دیگر واقع میشود نقصانی کمتر از واحد حاصل آنکه در خارج قسمت دو نوع تقریب واقع شده یکی اضافی کمتر از واحد که مجموع تقریبات سابقه است دیگر نقصانی آنهم کمتر از واحد و تفاضل این دو تقریب تقریب واقعی است و آن کمتر از واحد است فهو المطلوب

۱۸۸ **تنبیه** بعد از آنکه عدد ارقام خارج قسمت (تا مرتبه آحاد) معین شد مشغول قسمت شدیم بی آنکه ممیز مقسوم و مقسوم علیه را رعایت کنیم این عمل مبنی بر قضیه ذیل است که در قسمت دو عدد اعشاری باید آن دو را بی رعایت ممیز بر هم قسمت کرد و بنا بر آنکه آخر عمل ممیزی در دو رقم هشتم مناسب از خارج قسمت قرار داد و ما محل این ممیز خارج قسمت را قبل از شروع مشخص کردیم

۱۸۹ قاعده اختصار عمل قسمت کلی است و عام هر چند باشد عدد ارقام دو عدد مفروض محدود یا غیر محدود

مسائل متعلقه این اعمال در خاتمه کتاب بعنوان محاسبات تقریبی ضبط است

حالات اتفاقیه اکنون ذکر کنیم بعضی حالات اتفاقیه را که ممکن است ظاهر شود

۱۹۰ ممکن است چنین اتفاق افتد که مقسوم علیه صاحب تعداد ارقامی نباشد که با مقتضای قاعده میبایستی از یسار جدا نمود

درچنین حالت بپایان قاعده رسمی قسمت را معمول داشت تا آنکه عدد ارقام باقی مشخص کردنی خارج قسمت با حاق همان قدر عدد صفر کمتر باشد از مقسوم علیه مفروض آنوقت باید در باقی اخیر و در مقسوم علیه قاعده بعد را جبری داشت تا تمام ارقام خارج قسمت بدست آید واین حکم محتاج برهان نیست

۱۹۱ حالت دوم آنست که یکی از باقی ها مانند ها مقسوم علیه مختصر شده نظیر خود را ۱۰ مرتبه شامل شود

یعنی عمل باینجا رسد باید قسمت را ختم کرد و در همین آخرین رقمی که در خارج قسمت مشخص شده انقدر ۹ مکرر نوشت که برابر عدد ما بقی ارقامی شود که بپایان در خارج قسمت تقریبی مطلوب بدست آورد و چنین خارج قسمت تقریبی بنقصانی است کمتر از یک واحد

مثال میخواهیم خارج قسمت ۱۷۴۹ ، ۶۸۰۶ ، ۲۳۱۶۶۲ را بر ۳۲۷ ، ۵۳۸۷۶۵ تا کمتر از یکواحد تقریب مشخص کنیم

در (۱۸۷) ذکر شد تمیز مقسوم علیه را بخیال بسر میدهیم تا معلوم شود که خارج قسمت مطلوب صاحب چهار قسم است و قاعدهٔ کلی را معمول میداریم

۲۳۱۶۶۲	۶۸۰۶،۱۷۴۹	۵۳۸۷۶	۵،۳۲۷
۱۶۱۵۸		۴۲۹۹	
۵۳۸۴			
۴۰۰۰۰			

بعد از دو قسمت باقی میماند ۵۳۸۴ و آن ۱۰ مرتبه مقسوم علیه مختصر شدهٔ خود را که ۵۳۸ باشد شامل میشود و بپایان دو قسم دیگر در خارج قسمت تقریبی مشخص نیم پس بعد از آخرین قسم معین ۲ رقم ۹ را دو مرتبه مینویسیم باینصورت ۴۲۹۹ و این خارج قسمت دو عدد معروض است تقریب بنقصانی تا کمتر از واحد

برهان بی آنکه در خارج قسمت غلطی شود یا در محاسبات معموله اختلافی بروز کند ملحوظ است

مقسوم علیه را فرض کرد چنین باشد ۵۳٫۸۷۶۵۳۲۷ و مقسوم چنین ۲۳۱۶۶۲٫۶۸۰۶۱۷۴۹
(نظر کنید بشرح ثانی ۱۸۷) و در ابتدا طرز حساب و دلیل همان طور است
که در ۱۸۷ ذکر شد و از این قرار باقی ۵۳۸۴ میشود و از اینجا عمل قسمت بدو وجه تمام میشود
یکی آنکه باقی تمام ۵۳۸۴٫۶۸۰۶۱۷۴۹ را بر دومین مقسوم علیه مختصر شده ۵۳٫۸۷
قسمت کنیم و مرتکب تقریب اضافی شویم کمتر از $\frac{3}{4}$ و دیگر آنکه همان باقی را
بر مقسوم علیه مختصر شده جدید ۵۳٫۸ قسمت کنیم با تقریب اضافی کمتر از $\frac{3}{4}$
(چونکه مقسوم علیه ۳ مرتبه مختصر شده پس اگر بر ۵۳٫۸۷ قسمت کنیم خارج قسمت کمتر میشود
از ۱۰۰ چونکه مقسوم ۵۳۸۴٫۶۸.. شامل نمیشود ۱۰۰ مرتبه ۵۳٫۸۷ را که ۵۳۸۷ باشد
و هرگاه بر ۵۳٫۸ قسمت کنیم خارج قسمت بزرگتر میشود از ۱۰۰ چونکه مقسوم ۵۳۸۴٫۶۸..
تجاوز میکند ۱۰۰ مرتبه ۵۳٫۸ را که ۵۳۸۰ باشد
پس هم خارج قسمت کمتر شد از ۱۰۰ ولی این صد بقدر $\frac{3}{4}$ از او بزرگتر نیست و
مقدارش ۹۹ است بتقریب نقصانی کمتر از واحد پس خارج قسمت تام تقریبی ۴۲۹۹ شد
این برهان کلی است و همه جا معمول باشد چونکه مبنی شد بر آنکه ۵۳۸۴ باقی تقسیمی باشد
که مقسوم علیهش ۵۳٫۸۷ است و علاوه بر آن ۵۳۸۴ شامل نشده است ۱۰ برابر
مقسوم علیهی را که بحذف یک رقم مختصر گشته

پس اصل قاعده کلی شد

۱۹۲ حالت سوم آنست که چون عمل تقسیم از قرار قاعده مرتب شد ممکن است
که اول این مقسوم علیه مختصر شده بعینه در نیسار مقسوم پیدا شود
در چنین حالت خارج قسمت تقریبی با کمتر از واحد اعشار مشخص و بعد از ارقام معین واحدی
بالحاق چند صفر مثال اول ۲۳۷۸۴۴۴ | ۵۳٫۸۷۶ ۵۳۸۷۶۲۷۴٫۲۷۶۴۸
نقصانی ۱۵۵۵

مثال دوم $\frac{۵۳۸۷۶٫۴۳۷۸۹۴۴}{۱۰۰۰}$ اضافه | ۵۳۸۷۶۲۲۴٫۲۷۶۴۸

در مثال اول مقسوم معادل میشود با ۱۰۰۰ برابر مقسوم علیه چونکه اگر در مقسوم علیه تمیز را سه مرتبه بسمت یمین نقل کنیم عددی حاصل میشود که کمتر از مقسوم و مقسوم ۱۰۰۱ برابر او را شامل نمیشود چونکه اگر مقسوم علیه را به ۱۰۰۰ برابر خویش ضرب نمائیم عددی حاصل میشود بزرگتر از مقسوم پس خارج قسمت ۱۰۰۰ است بتقریب نقصانی

در مثال دوم مقسوم معادل نمیشود با ۱۰۰۰ برابر مقسوم علیه و آن ظاهر میشود بانکه تمیز مقسوم علیه را[1] سه مرتبه بسمت یمین نقل کنیم و مقسوم از ۹۹۹ برابر مقسوم علیه تجاوز میکند چونکه اگر مقسوم علیه را از ۱۰۰۰ برابر خود تفریق کنیم عددی باقی میماند پست تر از مقسوم پس خارج قسمت واقع میشود مابین ۹۹۹ و ۱۰۰۰ یعنی ۱۰۰۰ است بتقریب اضافی

امثله مشق

میخواهیم ۱ را بر ۳٫۱۴۱۵۹۲۶۵۳۵۸۹۷۹۰۰ قسمت کنیم و تا ۱۴ رقم در خارج قسمت معلوم کنیم (و آن مشخص کردن $\frac{1}{\pi}$ است یعنی واحد قسمت بر نسبت محیط بقطر) جواب ۰٫۳۱۸۳۰۹۸۸۶۱۹۰۱۶

میخواهیم ده رقم اول خارج قسمت ۱ را بر ۰٫۴۳۴۲۹۴۴۸۱۹۰۳۲۰۰۰ معلوم کنیم (و آن عبارت از $\frac{1}{M}$ است[2]) جواب ۲٫۳۰۲۵۸۵۰۹۲

هر دو را جواب را باید تحقیق کرد بانکه ۱ را بر آنها قسمت کنند

میخواهیم خارج قسمت ۵۷٫۳۸۹۷۴۲ را بر ۳٫۱۴۱۵۹۲۶۵۳۵۸۰۰۰ تا کمتر از ۰٫۰۰۰۰۰۱ تقریب مشخص کنیم

میخواهیم حاصل ضرب آن عدد را در ۰٫۳۱۸۳۰۹۸۸۶۱۰۰ تا کمتر از ۰٫۰۰۰۰۰۱ تقریب مشخص کنیم (آن خارج قسمت و این حاصل ضرب باید متساوی باشند)

[2] یعنی $\frac{1}{\text{لگ ع}}$ که در علم مخروطات بیان شده است

میخواهیم خارج قسمت ۳۹۴۸۲۷۱ ۷ را بر ....۰٫۴۳۴۲۹۴۴۸۱۹ تا ۰٫۰۰۰۰۱ تقریب مشخص کنیم

میخواهیم حاصل ضرب همان عدد را در ....۲٫۳۰۲۵۸۵۰۹۲ تا ۰٫۰۰۰۰۱ تقریب مشخص کنیم

(آن خارج قسمت و این حاصل ضرب باید متساوی باشند)

در خصوص تقریبات متعلقه متقابله در مفروضات مسئله و نتیجه آن (درس ۱۹)

۱۹۳ اشارات کلیه — در محاسبات بسیار اتفاق می افتد که مقادیر حقیقی بعضی اعداد را بدل میکنیم بمقادیر تقریبی که اختلافشان قلیل باشد یا کثیر و این نظر باین است که مقادیر حقیقی یا اصلاً معلوم نمیشد و یا بر فرض معلوم بودن صاحب ارقام عشاری بسیار بود و چون در مفروضات اغتشاشی شد بطور کلی در نتیجه هم اغتشاشی دست میدهد پس بر ما لازم است که نسبت مابین تقریبات متقابله در مفروضات مسئله و در نتیجه را بدست آوریم تا بتوانیم بعضی را از بعضی استخراج کنیم و اکنون مقصود ما آنست که بعد از تقدمه بعضی تعریفات و اصول کلیه متعلقه به تقریبات چند از آن نتایج را که آسان تر باشند اینجا ذکر کنیم

تقریبی که در عدد واقع میشود بدو وجه میتوان تحدید کرد یکی مطلق بهمان اندازه که واقع شده (مثلا در حساب عوض ۱۰۱ ذرع ۱۰۰ ذرع منظور آورده ایم تقریب عمل یکذرع شده) و دیگر بصورت جزو متشخص باشد از عددی که در آن تقریب واقع شده (مثلا عوض ۱۰۱ ذرع ۱۰۰ محسوب داشته ایم تقریب واقع $\frac{1}{101}$ است از مقدار حقیقی ۱۰۱ ذرع) پس یکذرع را تقریب مطلق گوئیم و $\frac{1}{101}$ را تقریب متعلق

بطور کلی تقریبات مطلقه باعتبار و فایده تقریبات متعلقه نمیباشد چونکه قلت و کثرت تقریب آنقدر که بستگی دارد به نسبت مقدار خود بآن عددی که در آن واقع شده بستگی ندارد بمقدار مطلق خود و این مطلب از خارج ظاهر است مثل شخصی که مالک ۴۰ تومان باشد و یکتومان

باو خسارت وارد شود صدمه اش بیشتر است از آنکس که ۵۰۰ تومان داشته و ده تومان خسارت شد
با آنکه ده تومان بیشتر است از یک تومان و اینجا مقام آنست که بگوئیم هر چیز به نسبت است پس معلوم شد
که در عملیات بیشتر وقت محتاجیم برعایت تقریبات متعلقه لهذا مشغول ذکر او میشویم

۱۹۴ و اول تعریفات ادقت بیان کنیم

تعریفات در عمل دو نوع تقریب ممکن است واقع شود نقصانی و اضافی تقریب نقصانی است هرگاه
مقدار تقریبی کوچکتر از مقدار حقیقی باشد مثال عوض ۳٫۱۴۲۷ این عدد را ۳٫۱۴ استعمال
میکنیم و تقریب او در خلاف این حالت اضافی گوئیم مثال عوض ۳٫۱۴۲۷ ۳٫۱۴۳ استعمال میکنیم هر دو را
مقدار حقیقی عدد چون مبدل شد بمقدار تقریبش آنوقت تفاضل مابین حقیقی و تقریبی را تقریب مطلق
گوئیم و خارج قسمت تقریب مطلق را بر مقدار حقیقی تقریب متعلق نامیم
مثال اول چون عوض ۱۰۱ ذرع ۱۰۰ استعمال کنیم تقریب مطلق ۱ ذرع میشود و تقریب متعلق $\frac{۱}{۱۰۱}$ ذرع
مثال دوم بجای ۳٫۱۴۱۵ این عدد را ۳٫۱۴ استعمال میکنیم تقریب مطلق ۰٫۰۰۱۵
میشود و تقریب متعلق $\frac{۰٫۰۰۱۵}{۳٫۱۴۱۵}$ $\frac{۱۵}{۳۱۴۱۵}$
از روی تقریب متعلق بدقت معلوم میشود که تقریب مطلق چند یک مقدار حقیقی است
چنانچه در مثال اول تقریب مطلق یکذرع بنسبت بمقدار حقیقی ۱۰۱ ذرع آنقدر میباشد $\frac{۱}{۱۰۱}$ و همچنین ۰٫۰۰۱۵
که ۱۵ ده هزارم تنقیص میکنیم بنسبت به ۳٫۱۴۱۵ یا به ۳۱۴۱۵ ده هزارم آنقدر میشود $\frac{۱۵}{۳۱۴۱۵}$

۱۹۵ تقریبات متعلقه اکثر کسور کوچک میباشند پس حاصلی که از ضرب دو تقریب یا چند تقریب
متعلق بدست آید بسیار قلیل است بنسبت بآن تقریبها مثلا دو تقریب متعلق فرض میکنیم یکی ۰٫۰۰۱
و دیگری ۰٫۰۰۰۱ پس حاصل ضرب آنها یعنی ۰٫۰۰۰۰۰۰۱ بنسبت ۱۰۰۰۰ مرتبه پست تر است از تقریب
اول و ۱۰۰۰ مرتبه پست تر از تقریب دوم این نکته برای اختصار قواعد اعمال تقریبی مفید است چنانچه مثلا
حاصل ضرب دو یا چند تقریب متعلق را هیچ اعتنا نکنیم و منظور ننماییم هرگاه این حاصل

در جمع با تقریبی خود آن تقریبات ضمیمه باشد و مثال این حکم در آخر ۱۹۹ مذکور است و ما این حکم را بعد معمول و مجری داریم بخصوص بعد از ذکر اصول متعلقه بضرب و قسمت مقادیر تقریبی و آنچه از اول ۱۹۷ به بعد ذکر شود مبنی بر همین حکم است که حاصل ضرب تقریبات متعلقه متروک باشند

و ترک آن حاصل ضرب چندان اثری در نتایج اعمال ندارد چونکه این تقریبات جزئیه اغلب بتکافی و تلافی شده غالب آنست که در عملیات از آن حدی که برای تقریب مستحصل شده پست تر می نشینیم محض آنکه بخیال متروکات تقریب از حد تجاوز نکند

اصول کلیه چند

۱۹۶ اکنون دو حکم عملی در باب تقریبات متعلقه ذکر می کنیم

اصل اول هرگاه از یمین عددی صحیح یا اعشاری ارقام چند حذف کنیم و بجای ارقام آحاد مفرده و مراتب برتر که محذوف شده باشد اصفار قرار دهیم تقریب متعلقی که بآن تصرف واقع میشود کمتر است از خارج قسمت واحد بر عدد مرکب از ارقام محفوظه که بی تمیز نوشته شود

و بطریق اولی آن تقریب متعلق کمتر است از خارج قسمت واحد بر رقم با معنی یسار محفوظ که بعد سایر ارقام محفوظ صفر تالیش نوشته شده باشد

مثال اول بجای این عدد ۵۴۳۷ عدد ۵۴۰۰ را استعمال میکنیم

تقریب متعلق کمتر میشود از $\frac{۱}{۵۴}$ و بطریق اولی کمتر از $\frac{۱}{۵۵}$

برهان تقریب مطلق ۳۷ کمتر است از یک مایه و مقدار حقیقی ۵۴۳۷ بزرگتر است از ۵۴ مایه باین دو سبب تقریب متعلق $\frac{۳۷}{۵۴۳۷}$ کمتر میشود از $\frac{۱ \text{ مایه}}{۵۴ \text{ مایه}}$ یا از $\frac{۱}{۵۴}$ پس بطریق اولی کمتر میشود از $\frac{۱}{۵۵}$

مثال دوم بجود عوض ۳٫۱۴۱۵۹ این عدد را ۳٫۱۴۱ اختیار میکنیم تقریب متعلق کمتر میشود از $\frac{1}{3141}$ و بطریق اولی از $\frac{1}{3000}$

برهان . تقریب متعلق ۰٫۰۰۰۵۹ کمتر است از یکهزارم و مقدار حقیقی ۳٫۱۴۱۵۹ بیشتر است از ۳۱۴۱ هزارم پس باین دو سبب تقریب متعلق $\frac{0.00059}{3.14159}$ کمتر میشود از $\frac{1 \text{ هزارم}}{3141 \text{ هزارم}}$ یا از $\frac{1}{3141}$ پس بطریق اولی کمتر میشود از $\frac{1}{3000}$

۱۹۷ هرگاه تقریب متعلق عددی ۰٫۰۱ باشد بنابر تعریف تقریب مطلق مساوی میشود با ۰٫۰۱ مقدار حقیقی

پس هرگاه مطابق حکم ۱۹۵ مجذور تقریب متعلق را ترک و یا اغماض کنیم میتوان گفت که هرگاه تقریب متعلق عددی ۰٫۰۱ باشد یا کمتر از آن تقریب متعلق مساوی میشود با ۰٫۰۱ مقدار تقریبی یا اندک کمتر از آن

برهان تقریب مطلق ث = ۰٫۰۱ مقدار حقیقی م (یعنی م ۰٫۰۱ = ث) و مقدار حقیقی م مساوی است با مقدار تقریبی مَ باضافه تقریب ث یعنی

$$م = مَ + ث$$

بنابراین ث = ۰٫۰۱ مَ + ۰٫۰۱ ث

پس اگر تقریب ث را معادل بگیریم با ۰٫۰۱ از مقدار تقریبی مَ یعنی فرض کنیم مَ ۰٫۰۱ = ث از این تقریب ث چیزی کاسته میشود بمقدار ث ۰٫۰۱ یا مَ ۰٫۰۱ × ۰٫۰۱

و بنابراین از تقریب متعلق $\frac{ث}{م}$ چیزی کاسته میشود بمقدار $\frac{0.01 \times 0.01 \, مَ}{م}$ که مساوی است با ۰٫۰۱ × ۰٫۰۱ و بر طبق حکم ۱۹۵ میتوان از این جزئی چشم پوشید پس حکم ما تا درجه کوچکی صحیح است

و آنچه در خصوص مثال ۰٫۰۱ ذکر شد کلی است و بهر واحد اعشار مثل $\frac{1}{10^n}$ تعلق میگیرد

هرگاه تقریب متعلق کوچکتر باشد از $\frac{1}{10^n}$ تقریب مطلق کوچکتر میشود از $\frac{1}{10^n}$ مقدار

تقریبی میان این حکم سنجیده میشود

۱۹۸ اصل دوم هرگاه تقریب متعلق عددی مساوی باشد با $\frac{1}{10^n}$ یا کوچکتر از آن باشد تقریب مطلق کوچکتر میشود از واحد مرتبه n ام مقدار تقریبی (بنابراینکه رقم با معنی سمت یسار ابتدا کنیم)

مثال ۵۴۳٫۸۱۲ مقدار تقریبی عددی است با تقریب متعلقی کمتر از ۰٫۰۰۱ پس تقریب مطلق کمتر میشود از واحد در رقم سوم ابتدا از یسار یعنی کمتر از عشر واحد

برهان ۵۴۳٫۸۱۲ کمتر است از ۱۰۰۰ عشر و تقریب مطلق چون کمتر است از هزارم ۵۴۳٫۸۱۲ ...
ن ۱۹۷ بطریق اولی کمتر میشود از $\frac{1000}{1000}$ عشر یعنی از یک عشر

و حال مشغول میشویم باحکام ضرب و قسمت اعداد تقریبی

در احکام ضرب

اصول

۱۹۹ حالت اول هرگاه یکی تنها از دو عامل ضرب غیر محقق باشد تقریب متعلق حاصل ضرب مساوی میشود با تقریب متعلق عامل غیر محقق

حالت دوم هرگاه هر دو عامل غیر محقق باشند تقریب متعلق حاصل ضرب مساوی میشود با مجموع یا تفاضل دو تقریب متعلق دو عامل و نوع بحسب اینست که آن دو تقریب یک نوع باشند یا از دو نوع مختلف

حالت اول مثال میخواهیم ۳٫۱۴۱۵ را در ۵۹ ضرب کنیم بجای π ۳٫۱۴۱۵ در ۵۹ ضرب میکنیم و از مقدار ضرب ۰٫۰۰۱۵ را در ۵۹ ترک نموده‌ایم پس تقریب مطلق واقع در حاصل ضرب مفروض ۳٫۱۴۱۵ × ۵۹ مساویست با ۰٫۰۰۱۵ × ۵۹

پس تقریب متعلق آن حاصل ضرب این میشود

$$\frac{0{,}0015 \times 59}{3{,}1415 \times 59} = \frac{0{,}0015}{3{,}1415}$$

و آن بعینه تقریب متعلق مضروب است (چونکه ۳٫۱۴۱۵ بدل شد به ۳٫۱۴) پس حکم اول مبرهن شد

حال دوم مثال میخواستیم ۳٫۱۴۱۵ را در ۵۹٫۴ ضرب بکنیم بجایش ضرب کردیم ۳٫۱۴ را در ۵۹

فرض میکنیم که دو عامل یکمرتبه مغشوش نشده باشند بلکه بترتیب از این قرار

عوض ضرب	اول ضرب میکنیم	و بعد
۳٫۱۴۱۵	۳٫۱۴ را	۳٫۱۴ را
در ۵۹٫۴	در ۵۹٫۴	در ۵۹

پس بسبب ترک نمودن ضرب ۰٫۰۰۱۵ در ۵۹٫۴ تقریب نقصانی واقع شد تقریب اول ۰٫۰۰۱۵ × ۵۹٫۴

و بعد بسبب تبدیل عمل دوم بسوم ضرب ۳٫۱۴ در ۰٫۴ ترک شد و واقع شد این تقریب دوم

۳٫۱۴ × ۰٫۴

پس تمام تقریب مطلق که آخر واقع میشود این است

۰٫۰۰۱۵ × ۵۹٫۴ + ۳٫۱۴ × ۰٫۴

و چون تمام تقریب مطلقی که آخر در حاصل ضرب مفروض ۳٫۱۴۱۵ × ۵۹٫۴ واقع خواهد شد این بود که ذکر شد پس تقریب متعلق این حاصل ضرب بدو جزو چنین میشود

$$\frac{0{,}0015 \times 59{,}4}{3{,}1415 \times 59{,}4} + \frac{3{,}14 \times 0{,}4}{3{,}1415 \times 59{,}4} \quad (1)$$

وجزو اول بعد از اختصار جزئی چنین میشود $\frac{0{,}0015}{3{,}1415}$ یعنی بعینه تقریب متعلق مضروب
(چونکه ۳٫۱۴۱۵ بدل شده است به ۳٫۱۴)
وجزو دوم نیز تقریب متعلق مضروب فیه یعنی $\frac{0{,}4}{59{,}4}$ هرگاه عامل ۳٫۱۴۱۵
درصورت و مخرج هر دو مشترک بود ولی میتوانیم ۳٫۱۴ را بدل کنیم به ۳٫۱۴۱۵
بنا برآنکه مقدار افزایش را تلافی کنیم از انفراز

$$\frac{3{,}14 \times 0{,}4}{3{,}1415 \times 59{,}4} = \frac{3{,}1415 \times 0{,}4}{3{,}1415 \times 59{,}4} - \frac{0{,}0015 \times 0{,}4}{3{,}1415 \times 59{,}4}$$

حال چون در تساوی (۱) جزو اول تساوی مذکور را بدل کنیم بجزو دوم
تقریب متعلق حاصل ضرب بدینصورت میشود

$$\frac{0{,}0015 \times 59{,}4}{3{,}1415 \times 59{,}4} + \frac{3{,}1415 \times 0{,}4}{3{,}1415 \times 59{,}4} - \frac{0{,}0015 \times 0{,}4}{3{,}1415 \times 59{,}4}$$

و بعد از اختصارات چنین

$$\frac{0{,}0015}{3{,}1415} + \frac{0{,}4}{59{,}4} - \frac{0{,}0015}{3{,}1415} \times \frac{0{,}4}{59{,}4}$$

و این نتیجه عبارت است از مجموع دو تقریب متعلق مضروب و مضروب فیه منهای
حاصل ضرب همین دو تقریب

و چون نظر بآنچه در (۱۹۵) ذکر شده حاصل ضرب اخیر را ترک کنیم میتوان گفت که
تقریب متعلق حاصل ضرب در انصورت که دو عامل تقریبی باشند و تقریب
هر دو نقصانی مساوی است با مجموع دو تقریب متعلق ان دو عامل
و هرگاه تقریبات دو عامل اضافی باشد باز همین نتیجه استنباط میشود بانطور که تقریب
عامل اول را اضافه کنیم تا حاصل ضرب یک مرتبه افزوده شود و بعد تقریب عامل دوم
تا مرتبه دیگر افزوده شود انوقت مقدار تقریب مطلق بدست می آید و باقی عمل
بدستور سابق تمام میشود

وهرگاه تقریب یکی از دو عامل نقصانی باشد و از دیگر اضافی (مثلا عوض اینکه ۱۵ ۱۴ ۱۱ از ۳ را در ۴۸ و ۵۹ ضرب کنیم ۱۴ ۱۳ را در ۵ و ۵۹ ضرب میکنیم) ابتدا بطریق سابق از حاصل اول میکاهیم و بعد برای ثانی می افزائیم در آخر تقریب حقیقی معادل میشود با تفاضل مابین دو تقریب جزو و چون آن را بر حاصل ضرب قسمت کنیم بدستور سابق تصرف نمائیم چنین نتیجه میشود که تقریب متعلق حاصل ضرب معادل است با تفاضل مابین دو تقریب متعلق دو عامل باضافه حاصل ضرب همین دو تقریب و چون از حاصل اخیر چشم بپوشیم چنین تقریب متعلق حاصل ضرب معادل است با تفاضل مابین دو تقریب متعلق آن دو عامل

۲۵۵ تنبیه لازم در عملیات نه آنست که همه جا نوع تقریب هر عامل را بدانیم پس در مقام تردید باید چنان حرکت نمود که گویا تقریب حاصل ضرب معادل شده است با مجموع دو تقریب عامل و چون این دو تقریب را از وجهی تحدید نمودیم که مجموعشان کوچکتر باشد از حد مشخص تقریب حاصل ضرب مطمئن باشیم که تفاضلشان در هر حال کوچکتر است از همین حد وهرگاه بدانیم که دو تقریب نوعشان مختلف است همین قدر کافی باشد که هر کدام را کوچکتر بگیریم از حد مشخص تقریب حاصل ضرب

۲۵۶ در تحدید تقریب آنوقت که عدد عامل از دو تجاوز کرده باشد در تعیین چنین حاصل ضرب باید بهمانطور که در خصوص دو عامل ذکر شد بقیه رفتار نمود وهرگاه بخواهیم میتوان احکام سابقه را در آن مجری داشت باینکه ابتدا دو عامل اول را اختیار کنیم و بعد حاصل مذکور را با عامل سوم و هکذا الی آخر باین نتیجه خواهیم رسید

تقریب متعلق حاصل ضرب چند عامل معادل میشود منتهاش با مجموع تقریبات متعلقه آن عاملها

نتیجه تقریب متعلق فوق عدد معادل میشود با حاصل ضرب تقریب متعلق خود آن عدد در درجه فوق (و اینجا تقریبات عاملها همه از یک نوع میباشند)

در احکام قسمت

اصول

۲۰۲ چون مقسوم بعینه حاصل ضرب مقسوم علیه است در خارج قسمت اصول متعلقه بعض تقسیم تنایج بلا فصله از آنچه در خصوص ضرب مقرر کردید (۱۹۹)

حالت اول آنست که مقسوم تنها غیر محقق باشد

اصل تقریب متعلق خارج قسمت از حیثیت مقدار و نوع برابر است با تقریب مقسوم

برهان چون یکی از دو عامل یعنی مقسوم علیه محقق است تقریب متعلق حاصل ضرب (یعنی مقسوم) از حیثیت مقدار و نوع برابر است با تقریب متعلق عامل دیگر که خارج قسمت باشد رجوع کنید بحالت اول (۱۹۹)

حالت دوم آنست که مقسوم علیه تنها غیر محقق باشد

اصل تقریب متعلق خارج قسمت از حیثیت مقدار برابر است با تقریب مقسوم علیه و از حیثیت نوع مخالف اوست

برهان چون مقدار حاصل ضرب که مقسوم باشد محقق فرض شده کافی و وافی همین است که دو تقریب عاملها یعنی از مقسوم علیه و خارج قسمت متکافی کردند پس میبایست از حیثیت مقدار متحد باشند و از حیثیت نوع مختلف

حالت سوم آنست که مقسوم و مقسوم علیه هر دو غیر محقق باشند

اصل تقریب متعلق خارج قسمت برابر میشود با مجموع یا با تفاضل ما بین دو تقریب متعلق مقسوم و مقسوم علیه بحسب آنکه این دو تقریب از حیثیت نوع مختلف یا با

اولاً اگر دو تقریب مقسوم و مقسوم علیه از حیث نوع مختلف باشند تقریب خارج قسمت متحد النوع است با تقریب مقسوم و مساوی است با مجموع دو تقریب مقسوم و مقسوم علیه

برهان در چنین حالت تقریب متعلق مقسوم (که حاصل ضرب باشد) مساوی میشود با مجموع دو تقریب عاملهایش که مقسوم علیه و خارج قسمت باشند زیرا که این تقریب مقسوم آنوقت میبایست متحد النوع باشد با دو تقریب دیگر پس تقریب مقسوم مساوی است با تفاضل مابین دو تقریب خارج قسمت و مقسوم علیه و نظر بنوع البته مساوی است با فضل تقریب خارج قسمت بر تقریب مقسوم علیه (چون تقریب مقسوم باقی تفریق دو تقریب است متحد النوع میشود با بزرگتر آن دو تقریب و مختلف النوع با کوچکتر و تقریب مقسوم بفرض مختلف النوع است با تقریب مقسوم علیه)

تقریب مقسوم = تقریب خارج قسمت − تقریب مقسوم علیه

پس تقریب خارج قسمت = تقریب مقسوم + تقریب مقسوم علیه

ثانیاً اگر دو تقریب مقسوم و مقسوم علیه متحد النوع باشند تقریب خارج قسمت ممکن است از همان نوع باشد و در اینصورت مساوی میشود با فضل تقریب مقسوم بر تقریب مقسوم علیه (و این وقتی است که تقریب مقسوم بقدر مجموع دو تقریب مقسوم علیه و خارج قسمت باشد) این یک حالت بود حالت دیگر آنست که تقریب خارج قسمت مختلف النوع باشد با تقریب مقسوم و تقریب مقسوم علیه هر دو (و این وقتی است که تقریب مقسوم بقدر فضل تقریب مقسوم علیه باشد بر تقریب خارج قسمت) و اینجا بطریق شرح سابق ظاهر است که تقریب مقسوم علیه اعظم دو تقریبی است که میبایست تفاضل گرفت تا تقریب مقسوم بدست آید)

در حالت اخیر نظر بنوع

تقریب مقسوم = تقریب مقسوم علیه − تقریب خارج قسمت

و بنابرین تقریب خارج قسمت = تقریب مقوم علیه − تقریب مقوم

حاصل آنکه در جمیع حالات تقریب متعلق خارج قسمت مساوی است با مجموع یا با تفاضل دو تقریب متعلق مقوم و مقوم علیه فهو المطلوب

تنبیه از حالات سه گانه که ذکر شد حالت سوم چهار صورت دارد اول تقریب مقوم اضافی و از مقوم علیه نقصانی دوم از مقوم نقصانی و از مقوم علیه اضافی سوم از هر دو اضافی و چهارم از هر دو نقصانی پس هرگاه فرض کنیم مقدار تقریب مقوم بدون قید نوع ب باشد و از مقوم علیه ح چهار حالت باین صورت میشود

	مقوم		مقوم علیه		خارج قسمت
حالت اول	ب +	..	ح −	..	(ح + ب) +
حالت دوم ..	ب −	....	ح +	...	(ح + ب) −
حالت سوم	ب +	....	ح +	...	(ح − ب) +
حالت چهارم	ب −	....	ح −	...	(ب − ح) +

و آنچه در تمام حالت سوم ذکر شد از این صورت واضح میشود

۲۰۳ تنبیه لازم در عملیات اغلب نوع تقریب علیه د مفروض نیست پس در مقام تردید تقریب خارج قسمت را چنان فرض میکنیم که بقدر مجموع دو تقریب مقوم و مقوم علیه باشد و این دو تقریب را بروجهی تحدید میکنیم که مجموعشان حکماً کمتر شود از حد معلوم در این صورت مطمئن میباشیم که تفاضلشان کمتر است از همان حد معلوم

مسائل (درس ۲۵)

۲۰۴ در ضرب مثال اول میخواهیم حاصل ضرب .... ۵۱۴۳۸۹×۳۱۴۱۵۹ را تا کمتر از ۰٫۰۰۱ معلوم کنیم یعنی تقریب متعلقش کمتر باشد از ۰٫۰۰۱

نصف $\frac{1}{1000}$ است $\frac{1}{2000}$ پس اگر تقریب متعلق بهر عامل تنهائیش $\frac{1}{2000}$
میشد انوقت چون مجموع دو تقریب متعلق عاملها تنهائیش $\frac{2}{2000}$ می شد تقریب
متعلق حاصل ضرب البته کمتر میشد از ۰٫۰۰۱ (رجوع کنید بحالت دوم ۱۹۹)
حال ملاحظه میکنیم که ۲۰۰۰ صاحب چهار رقم است و رقم اول سمت یسار هر کدام
از عاملهای ما برتر است از ۱ پس حفظ چهار رقم دراین هر عامل کفایت کند
وآن وقت باید ضرب کرد ۳۸ و ۵۴ را در ۳٫۱۴۱
برهان در اینصورت تقریب متعلق مضروب ۵۴٫۳۸۹ کمتر است از $\frac{1}{5438}$
وبطریق اولی کمتر از $\frac{1}{5000}$ واز مضروب فیه ۳٫۱۴۱۵۹۰۰۰۰ کمتر از $\frac{1}{3141}$
وبطریق اولی کمتر از $\frac{1}{3000}$ (۱۹۶) واز این قرار هر کدام کوچکتر میشوند از $\frac{1}{2000}$
از آنچه ذکر شد دستور العمل بدست آمد برای حالتی که رقم اول سمت یسار
هر عامل برتر باشد از ۱ و اگر رقم اول سمت یسار یکی از دو عامل ۱ باشد باید
عدد ارقام مخرج کسر اعشاری که حد تقریب متعلق حاصل ضرب است شمرد و یک رقم
بیشتر از آن عدد از یسار آن عامل رقم جدا نمود
مثال دوم مطلوب حاصل ضرب ۱۴٫۳۸۹۴ است در ۳٫۱۴۱۵۹ تا
کمتر از ۰٫۰۰۱ مقدار بتقریب یعنی بتقریب متعلقی که کمتر باشد از ۰٫۰۰۱
پس پنج رقم از یسار مضروب حفظ میکنیم و چهار رقم از یسار مضروب فیه واین ضرب را
ترتیب میدهیم

۱۴٫۳۸۹
۳٫۱۴۱

برهان دراین عمل همین قدر کفایت کند که تقریب متعلق هر عامل کمتر باشد از $\frac{1}{2000}$
وحال آنکه با آن حد مقدار تقریبی مذکور تقریب متعلق مضروب کمتر است از $\frac{1}{14389}$

و از مضروب فیه کمتر از $\frac{1}{31141}$ (۱۹۶)

تتمه هرگاه مختار باشیم در اینکه یکی از دو عامل حاصل ضرب اخیر را اضافی بگیریم و عامل دیگر را نقصانی همین کافی باشد که هر کدام از این دو تقریب کمتر شود از ۰٫۰۰۱ در اینصورت تقریب حاصل ضرب چون بقدر تفاضل آنهاست کمتر میشود از ۰٫۰۰۱ و بنابراین حفظ چهار رقسم در بیار مضروب یکذا در مضروب فیه کفایت میکند

۲۵۵ جستمثال اول میخواهیم خارج قسمت ۲۲۸۵٫۳۴۲۸۵ را بر ۳٫۱۴۱۵۹۲ تا کمتر از $\frac{1}{10000}$ مقدارش بدست آید یعنی تقریب متعلقش کمتر باشد از $\frac{1}{10000}$

هرگاه تقریب متعلق هر جمله قسمت کمتر باشد از $\frac{1}{2}$ ده هزارم یعنی $\frac{1}{20000}$ آنوقت تقریب متعلق خارج قسمت کمتر میشود $\frac{2}{20000}$ یا از $\frac{1}{10000}$ (حالت سوم ۲۵۳) حال ملاحظه میکنیم که ۲۰۰۰۰ صاحب پنج رقم است و رقم اول مقسوم و رقسم اول مقسوم علیه هر کدام بزرگتر از ۲ است کافی باشد که پنج رقسم از یسار هر کدام نگاه داریم و قسمت کنیم ۳۴ ۷٫۹۷ ۵ را به ۳٫۱۴۱۶ چونکه در این صورت تقریب متعلق مقسوم کمتر میشود از $\frac{1}{59734}$ و از مقسوم علیه کمتر از $\frac{1}{31416}$ (۱۹۶)

۲۵۶ هرگاه رقسم اول یکی از دو جمله قسمت ۱ باشد باید عدد ارقام مخرج کسر اعشاری حد تقریب متعلق خارج را شمرد و از یسار آنجمله جدا نمود یک رقسم بیشتر از آنچه شمرده ایم

مثال دوم هرگاه مطلوب باشد خارج قسمت ۱۵۷۴٫۳۸۵۷ بر ۳٫۱۴۱۵۹۰۰۰ بتقریب متعلقی کمتر از $\frac{1}{1000}$ باید پنج رقسم از یسار مقسوم جدا نمود چهار رقسم از یسار مقسوم علیه و تقسیم کرد ۱۵۷۴٫۳ را بر ۳٫۱۴۲

مثال سوم میخواهیم خارج قسمت ۳۴۳ ۵ را بر ۳٫۱۴۱۵۹۰۰۰ بتقریب

ضعیفی کمتر از $\frac{1}{1000}$ مشخص کنیم

چون مخرج ۱۰۰۰ صاحب چهار رقم است و مقسوم علیه ها غیر محقق میباشد در این صورت
اعتراز آنکه رقم اول قسمت بنا بر مقسوم علیه واحد باشد یا غیر از آن
که چهار رقم اول قسمت الیه را بیش از آنکه نگاه داریم و قسمت کنیم ۳۴۳ ۵ را بر ۱۴۲ ۱ و ۳۱ زیرا که
چون تقریب متعلق مقسوم علیه کمتر شد از $\frac{1}{3141}$ تقریب خارج قسمت نیز همین قدر میشود

(حالت دوم ۲۵۳)

تنبیه در خاتمه کتاب قواعد تقریب را در چند مسئله متداوله جاری ساخته ایم و دستور العمل
مفصل بیان کرده ایم و بلکه قواعد اختصار ضرب و قسمت را که سابق ذکر شده اینجا ترکیب
نموده ایم با قواعدیکه از شرح تقریبات متعلقه استنباط شد پس بر متعلمین لازم است
در این موضع باینجا رجوع کنند فواید آن مسائل ظاهر و مبین است بخصوص محاسبات هندسی
و هم آنجا قواعد متعلقه بجمع و تفریق اعداد تقریبی را نیز اضافه کرده ایم

باب ششم

در انواع مقیاسها و در مسائل عمده چهار قاعده اصلیه که تعلق گرفته باشد با عداد اعشاریه
و سیستم متریک که مجموع مقیاسها مشتق از متر است (درس ۲)

۲۵۷ مقدمه چنانچه سابق ذکر شد در تقدیر هر نوع شیء واحدی باید اختیار نمود
مشخص و ثابت مقیاس آن نوع باشد

سابقاً در مملکت فرانسه مانند حالت کنونی بعضی دول مقیاس بسیار مغشوش بود
هر ولایت مقیاسهای داشت مختص خویش لهذا امور تجارت بسیار مشکل بود پس برای

رفع آن معایب و زحمات دولت تمهید کوشش نمود تا شاید در جمیع ولایاتش یک نوع مقیاس
معمول شود و عاقبت بمقصود رسید

لهذا هشتم ماه مه ۱۷۹۰ مسیحی (سلخ رجب ۱۲۰۴ هجری) انجمن وکلا برگزیدند
و مامور نمودند جمعی از سنجان و مهندسان را تا وضع کنند رشته مقیاسی که در تمام مملکت
معمول شود آن مامورین چون مقیاسهای جدید را وضع نمودند نزد معاهدین پسندیده افتاد
و چون آن انجمن مبدل شد بانجمن مقنن این جماعت نیز قبول کردند پس در دوم ماه نوامبر
۱۸۰۱ (۲۵ جمادی الثانی ۱۲۱۶) لابد شدند معمول دارند ولی در اجرای این
حکم موانع بسیار رخ نمود پس دولت نظر باینکه مردم آن مانوس شوند و خود از روی
میل اختیار کنند چندین سال مسامحه نمود و این امر عوض اصلاح مزید بر موانع شد
عاقبت روز چهارم ماه ژوئیه ۱۸۳۷ (۲۹ ربیع الاول ۱۲۵۳) در خصوص اجرای این
حکم محکمی نوشته شد و حدود سخت معین گردید و اول ژانویه ۱۸۴۰ (۲۶ شوال
۱۲۵۵) با کمال مواظبت مشغول شدند باجرای حکم باین عنوان که از امروز ببعد دیگر نباید
غیر از مقیاسهای جدیدی که سال ۱۸۰۱ منتشر شد مقیاسی دیگر معمول باشند و از آن
سال در تمام فرانسه غیر از مقیاسهای جدید دیگر مقیاسی معمول نگشت و بر متعلم لازم است
که اطلاع و استحضار تمامی از این سلسله مقیاسهای جدید که معروف است به
سیستم متریک پیدا کند و کمال انس با آنها گیرد

اصول این مقیاسها بر شش طبقه قسمت شود اول مقیاسهای طول دوم مقیاسهای سطح سوم
مقیاسهای حجم چهارم مقیاسهای کیل برای تقدیر مایعات و حبوبات و امثال آن
پنجم مقیاسهای وزن ششم مقیاسهای نقد

در شرح مقیاسهای طول

۲۰۸ چون خواستند مقیاسهای جدید را بر مبنای محکم و مأخذ ثابت قرار دهند بر وجهی که هر وقت خواهند بتوان آنها را تحصیل کرد این طور مصلحت دیدند که واحد طول را با بعاد زمین نسبت دهند و سایر آحاد طبقات مختلفه را از آن واحد مشتق نمایند

پس ربع محیط عظیمهٔ زمین را بر ده هزار جزو مساوی قسمت کردند و هر سهم را متر نامیدند و برای تقدیر طول ربع فاصلهٔ قطب شمال را از دایرهٔ استوا در جهت نصف النهار مساحت نمودند و متر را واحد اصلی طول قرار دادند

۲۰۹ در مقیاسهای جدید تمام اجزای و اضعاف مستعمله واحد اصلی هر طبقه بر وفق قاعدهٔ اعشاری قسمت شده

و آن اضعاف و اجزای خود آحاد و مقیاس اند برای مقادیری که از واحد اصلی بسیار دور باشند از طرف اعلی یا اسفل بر وفق این حکم که واحد مقیاس باید نه بسیار بزرگ باشد یا کوچک تا آنچه میخواهیم تقدیر کنیم (چنانچه در تحدید فاصلهٔ طهران از تبریز بگوییم ۵۰۲ کیلومتر است بهتر دانند از آنکه گوییم ۵۰۲۰۰۰ متر) و لهذا مقید شدند باینکه هر کدام از آن اضعاف و اجزای بنام مفردی بخوانند که از آن ربط و نسبتش با واحد اصلی بدست آید پس اسماء یونانی ذیل را اختیار نموده بر آن واحد اصلی هر طبقه اضافه کنند تا اسامی مطلوب ترکیب شود و آن اسما این است

میلی سانتی دسی دکا هکتو کیلو میریا

و معانیشان بترتیب این است

هزارم صدم دهم ده صد هزار ده هزار

۲۱۰ چون اسماء مذکوره را با متر ترکیب کنیم آحاد طول بدست می‌آید از این قرار

میلی متر	یعنی	هزارم متر
سانتیمتر		صدم متر
دسیمتر		دهم متر
متر		واحد اصلی
دکامتر		ده متر
هکتومتر		صد متر
کیلومتر		هزار متر
میریامتر		ده هزار متر

شکل کنار صورت دسیمتر است که بده سانتیمتر قسمت شده و قسمت اول بده میلیمتر

۲۱۱ حکمای طبیعی چون اغلب ابعاد صغار را اندازه میگیرند واحد خود را میلیمتر قرار داده اند و در تقدیر فاصله بلاد و بعد منازل کیلومتر و میریامتر را واحد قرار میدهند (در فرانسه رسم اینست که در اکثر معابر فاصله چون بکیلومتر رسد علامت اصلی آنجا نصب میکنند و هکتومترها را بعلامات کوچکتر نمایند و نمره از ۱ تا ۱۰ بر آنها قرار میدهند و هر فرسخ ۵ کیلومتر است)

و بالجمله در مساحی و نقشه کشی اراضی رسمیه دکامتر را واحد قرار میدهند و گاه هکتومتر را

۲۱۲ در مساحت اضلاع و خطوط اسباب کار مسطره است

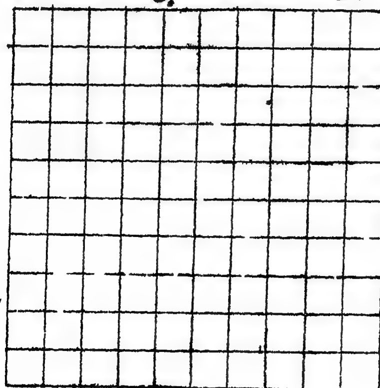
اضلاع کوتاه را با مسطره مدرج بسانتیمتر اندازه میگیرند و علی الرسم مسطره را بطول دو دسیمتر سازند (و آنرا دو بل دسیمتر گویند) و اجزای قسمت چنین مسطره سانتیمترات و میلیمتر و همچنین مسطره طول را اکثر از $\frac{1}{2}$ میلی متر تقریب مشخص شود

اضلاع و خطوط رسمیه را هم با مسطره اندازه گیرند و هم با متر مسکره چوبی و برنجی

و عاجی و امثال آن
در بر داشتن نقشهای رسمی سطرها استعمال کنند چوبی و هم فلزی بطول ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ متر
و نیز زنجیر مساحی را که دکامتر گویند و طولش ده متر است و بده جزو و صد جزو قسمت
شده و از فلز و آهن هر دو ساخته میشود

در شرح مقیاسهای سطح

۲۱۳ آحاد سطح مربعاتی هستند که اضلاعشان بعینه آحاد طول باشند
واحد اصلی در سطوح متر مربع است و آن مربعی باشد که ضلعش یک متر طول دارد
و سایر آحاد از این مشتق میشوند و آنها دسیمتر مربع است و سانتیمتر مربع و
دکامتر مربع و هکتومتر مربع و کیلومتر مربع و اینها مربعی هستند که اضلاعشان
بترتیب دسیمتر است و سانتیمتر و دکامتر و هکتومتر و کیلومتر
و هر کدام از این آحاد یکصد برابر واحدیست که بلافصل تالی او باشد
چنانچه متر مربع معادل ۱۰۰ دسیمتر مربع است و دسیمتر مربع معادل ۱۰۰
سانتیمتر مربع و دکامتر مربع معادل ۱۰۰ متر مربع است و هکذا الحکم مذکور در هندسه
مبرهن است و از این شکل نیز واضح میشود



ضلع مربع بزرگ یکی از آحاد طول فرض شده و اجزائش که ضلع مربع کوچک باشد واحد طولی است که ده مرتبه از او پست تر باشد مثلاً اگر بزرگتر دسیمتر باشد اجزائش سانتیمتر ند پس از روی شکل ظاهر میشود که دسیمتر مربع معادل است با ۱۰۰ سانتیمتر مربع

۲۱۴ تقدیر وسعت سطح عبارت از این است که معلوم کنیم در آن سطح چند متر مربع و چند دسیمتر مربع وغیره میگنجد و از هر مرتبه تا ۹۹ واحد ممکن است در او بگنجد پس اگر سطح وسعتی داشته باشد باید با آحاد برتر از متر مربع اندازه نمود

متر مربع مقیاس سطوح رسمی است مثلاً در مساحت خانه و اطاق و دیوار و سقف و باغچه و امثال آنها استعمال میشود

و در مساحت اراضی وسیعه و باغات بزرگ و صحرا و مزرعه و جنگل و امثال اینها واحد اصلی را هکتامتر مربع گیرند و آن را آر گویند

در جمله اضعاف آر همین هکتار مستعمل است و آن معادل است با صد آر و در جمله اجزائش سانتیار که صدم آر باشد (باید مخبر بود که اضعاف آر مثل میریار و دکار و کیلوآر یا کیلیار هیچکدام مستعمل نباشند چونکه اضلاع مربعاتیکه معادل آنها باشند اجزاء و اضعاف اعشاری متر نمیشوند و اسم اندر جوع کنید بباب جذر)

* هکتار چون معادل ۱۰۰ دکامتر مربع است یا ۱۰۰۰۰ برابر ۱۰۰۰۰ متر مربع یعنی یک متر مربع میشود و کذا سانتیار یعنی متر مربع است ورسم این است که گوئیم مثلاً باغی صاحب ۴۲ آر ۵۰ سانتیار زمین است و مزرعه ۱۴۸ هکتار و ۴۲ آر است

در علم جغرافی که در حدود نقشه کشی باشد برای مساحت وسعت و لایات کیلومتر مربع و میریامتر مربع را استعمال کنند

در بست تراز سطر مربع استعمال کنند بسیتمتر مربع و سانتیمتر مربع و میلیمتر مربع را این آحاد

پست نزرا و فی استعمال کنند که مقصود تقدیر سطوح کوچک باشد مثل صفحهٔ آینه و کاغذ و مقوا
در مساحت ابعاد سطوح همان مقیاسهای طول را استعمال کنند که در (۲۱۵) ذکر شد

در شرح مقیاسهای حجم و جسم

۲۱۵ مکعب جسمی است بشکل جعبه که از اطراف محدود شده باشد به شش سطح مربع (مثلا طاس تخته نرد بشکل مکعب است) و در مکعب جمیع اضلاع یک طول میباشند

آحاد حجم یکعبادتی هستند مبنی بر آحاد طول

واحد اصلی اجسام متر مکعب است و آن مکعبی است که ضلعش یک متر طول داشته باشد
وچندان رسم نیست آحاد بزرگتر از متر مکعب را استعمال کنند ولیکن دسیمتر مکعب از زیاد
استعمال کنند و آنها دو مکعب اند بضلع یک دسیمتر و یک سانتیمتر

هر کدام از آحاد حجم هزار برابر واحدی است که بلا واسطه پست تر از او باشد
مثلا متر مکعب یک هزار دسیمتر مکعب است و دسیمتر مکعب معادل است با هزار سانتیمتر مکعب
و هکذا و برهان این حکم در هندسه است (و این قسم ثابت میشود چنانچه فرض میکنیم بشکل
مکعب که کفش یک دسیمتر مکعب شد و آن بطریق (۲۱۳) بر صد سانتیمتر مربع قسمت شده باشد
پس هر کدام از این خانها طاس تخته قرار میدهیم که ضلعش یک سانتیمتر باشد و از این قرار
یک جعبه بارتفاع یک سانتیمتر پوشیده میشود از یک طبقه طاس که صد عدد باشد یا یکصد سانتیمتر
مکعب و حال بر این طبقه یکصد عدد دیگر قرار میدهیم و ارتفاع دو طبقه که مرکب از دو
مکعب کوچک است ۲ سانتیمتر میشود و بر آنها طبقهٔ دیگر قرار میدهیم و هکذا تا آنکه جعبه
که ده سانتیمتر ارتفاع دارد ممتلی شود و آنوقت ظاهر است که مشتمل میشود بر ده برابر صد عدد
طاس یعنی هزار سانتیمتر مکعب)
متر مکعب را استعمال کنند در تقدیر حجم دیوار و پایه عمارات و خاک برداری آب انبار

و تخته سنگ و سنگ مرمر و تل ریگ و سنگ ریزه و امثال آن

۲۱۶ استر یعنی واحد حجم را در تقدیر هیزم استر قرار داده‌اند و آن حجمش یک متر مکعب است ولی شکلش مکعب نیست

از اضعاف استر مستعملش دکااستر است و اغلب خود استر را در اعداد رسمی ضرب میکنند مثل ۴۵ استر و ۵۰ استر و بلکه بجای دکااستر نیز ۱۰ استر گویند

و از اجزائش همین دسی استر مستعمل است و آن دهم استر است

استر مستعمل تخته ایست افقی که در دو طرفش دو صاعد قائم بفاصلهٔ یک متر از همدیگر نصب نموده باشند و ارتفاع صاعد بحسب طول تخته افقی تغییر کنند پس اگر این طول یکمتر باشد ارتفاع هم یک متر میشود ولی طول اول چون اغلب ۱.۱۴ متر است بخصوص در پاریس ارتفاع دو صاعد ۸۸ سانتیمتر میشود و برهانش در هندسه است

در شرح مقیاسهای کیل

۲۱۷ واحد اصلی در تقدیر مایعات و حبوبات وغیره لیتر است و آن معادل است با دسیمتر مکعب و بعبارت اخری لیتر ظرفی است بحجم و گنجایش جعبهٔ مکعبی که ضلعش یک دسیمتر طول داشته باشد اجزای مستعمله لیتر این است دسی لیتر و سانتی لیتر

و اضعاف مستعمله اش دکالیتر است و هکتولیتر

مقیاسهای کیل را بشکل مکعب نساخته‌اند از آنچه که بجهت ملاحظهٔ استعمالشان با مشقت است برای تقدیر مایعات ظرفی سازند استوانه شکل از قلعی با رتفاعی که مضاعف قطر قاعده‌اش باشد و گنجایش آن ظروف این است ۱ لیتر ۵ دسی لیتر ۲ دسی لیتر یک دسی لیتر ۵ سانتی لیتر ۲ سانتی لیتر ۱ سانتی لیتر

در تقدیر حبوبات و سبزی آلات و علف و یونجه خشک ظروف چوبی استوانه شکل

استعمال کنند که ارتفاعشان برابر قطر قاعده باشد و حجم آن ظروف از این قرار است
۱ هکتولیتر ۵ دکالیتر ۲ دکالیتر (دوبل دکالیتر گویند) ۱ دکالیتر ۵ لیتر
۲ لیتر ۱ لیتر ۵ دسیلیتر ۲ دسیلیتر ۱ دسیلیتر

در قاعده چنان مقرر شد که در هر مقیاس اعشار ضعف و نصف استعمال شود و نظر باین حکم است
که در اسماء مقیاسهای کیل و وزن و نقد جز عدد ۲ و ۵ چیزی ذکر نشد

در شرح مقیاسهای اوزان

۲۱۸ واحد وزن گرام است و آن وزن یک سانتیمتر مکعب از آب مقطر است بحرارت
چهار درجه از میزان الحراره صد قسمتی و در قاعده و اختیار چهار درجه نظر بآنست که آب در این
درجه حرارت در نهایت تکاثف اخری است

[2] اجزای مستعمل گرام از این قرار است دسیگرام (یعنی عشر گرام) سانتیگرام (صدم گرام)
کیلوگرام (هزار گرام) و دیگر کنتال متریک که مساوی است با ۱۰۰ کیلوگرام
خوب است ملتفت این نکته باشید که کیلوگرام وزن یک لیتر آب مقطر است بحرارت چهار درجه و تن وزن
یک متر مکعب است از همان آب

۲۱۹ [3] اثقالی که برای وزن کردن اجناس اختیار نموده اند هم آهن گداخته اند و هم برنج و در سه
طبقه قسمت شده اند اول اثقال بزرگ یعنی آنهائیکه از کیلوگرام تجاوز کرده باشند دوم
اثقال متوسط و آنها از کیلوگرام میروند تا گرام سوم اثقال کوچک اند که ابتدا از گرام تنزل میکنند
تفصیل اثقال ریخته از آهن از این قرار است ۵۰ کیلوگرام ۲۰ کیلوگرام ۱۰ کیلوگرام ۵
کیلوگرام ۲ کیلوگرام ۱ کیلوگرام ۵ هکتوگرام ۲ هکتوگرام ۱ هکتوگرام ۵ دکاگرام
و اوزان برنجی از این قرار است ۲۰ کیلوگرام ۱۰ کیلوگرام ۵ کیلوگرام ۲ کیلوگرام
۱ کیلوگرام ۵ هکتوگرام ۲ هکتوگرام ۱ هکتوگرام ۵ دکاگرام ۲ دکاگرام ۱ دکاگرام

۵ گرم ۲ گرم ۱ گرم و اوزان پست‌تر از گرم را در ذیل شرح داده‌ایم
اوزان برنجی از ۲۰ کیلوگرم تا گرم استوانه شکلند و تکمه بر سر آنهاست
و اوزان استوانه شکل تا ۵۰ ۲۰ گرم هم مصمت باشند و هم مجوف
جمیع اوزان عیارات مبادی باشند که از جانب اولیای دولت مشخص شده (۱۹ ماه
دسامبر ۱۸۳۹ مطابق با ۴ ذیقعده ۱۲۵۵ هجری)
نیم گرم و اوزان پست‌تر از او صفحات نازکی می‌باشند مربع مشکل از برنج و نقره و تفصیلشان
از این قرار است ۵ دسیگرم ۲ دسیگرم ۱ دسیگرم ۵ سانتیگرم ۲ سانتیگرم
۱ سانتیگرم
۵ میلی گرم ۲ میلی گرم ۱ میلی گرم و این اوزان را مخصوصاً در تعیین اشیاء گرانبها استعمال کنند
مثل زر ریزه و نقره آلات و لولو و الماس و سایر جواهر و نیز در تفصیل ادویه شیمیائی و اعمال دقیقه
طبیعی و در ترکیب ادویه استعمال کنند و ابعاد این پولکها نیز مشخص است
علاوه بر آنچه ذکر شد اوزان برنجی دیگر هست بشکل مخروط ناقص که در جوف همدیگر
قرار می‌گیرند و بزرگتر آنها جعبه است حاوی باقی و چنین سلسله وزنش یک کیلوگرم است
تا جزئی از کیلوگرم و هر قطعه جوف بنظر یکی از اوزان استوانه شکل سابق است
۲۲۰ تنبیه در جمیع مقیاسها و جمیع اوزان مستعمله بازار باید اسم مقیاس یا وزنش ثبت
شده باشد و همچنین اسم یا نشان سازنده‌اش
و در بازار مشتری حق آن دارد که مقیاسها و اوزانی را که در تقدیر متاع مقصودش
استعمال می‌شود تحقیق کند و بفهمد مطابق قانون هست یا خیر

در شرح مقیاسهای نقدی

۲۲۱ واحد مشکل نقد فرانک است و آن قطعه پولی است بحسب وزن پنج گرم

و نه عشر این وزن نقره خالص است و یک عشر مس
اجزای مستعمله فرنگ این است دسیم (عشر فرنگ) و سانتیم (صدم فرنگ) و اضعاف
فرنگ را نام خاصی نیست

و انواع پولهای رواج فرانسه بحسب عدد ۱۴ میباشد و قیمت و قطر و وزن همه را
در جدول آوردیم و پولهای برنجی بدل است از پولهای مس که بحکم ۶ مه ۱۸۵۲
منسوخ گردیدند (۲۸ جمادی الآخر ۱۲۶۸) و برنج این پولها مرکب است از ۰٫۹۵
مس ۰٫۰۴ قلعی ۰٫۰۱ روح

جدول پولهای دولتی رواج فرانسه

	اسم و قدر پول	قطر پول	وزن پول
پولهای طلا	۱۰۰ فرنگ	۳۵ میلیمتر	۳۲٫۲۵۸ گرم
	۵۰	۲۸	۱۶٫۱۲۹
	۲۰	۲۱	۱۶۱۵۴۶٫
	۱۰	۱۷	۳٫۲۲۵۸۰
	۵	[illegible]	۱٫۶۶۲۹۰
پولهای نقره	۵ فرنگ	۳۷	۲۵
	۲	۲۷	۱۰
	۱	۲۳	۵
	½	۱۸	۲٫۵
	⅕ فرنگ (۲۰ سانتیم)	۱۵	۱
پولهای برنجی	۱۰ سانتیم	۳۰	۱۰
	۵	۲۵	۵
	۲	۲۰	۲
	۱	۱۵	۱

قطعه پول طلای دیگر هم رواج است بقیمت ۴۰ فرانک بوزن ۱۲٫۹۰۳ گرم بقطر ۲۶ میلی متر ولی از این نوع پولها دیگر سکه نزدند و بدل نمودند از پول ۵۰ فرنکی موافق حکم ۱۲ ماه دسمبر ۱۸۵۴ مطابق با ۲۲ ربیع الاول ۱۲۷۱

۲۲۲ ترکیب چندین فلز با هم که آخر را خلط گوئیم و قطعه فلز یا قطعه از خلط ریخته را شمش گوئیم

حال عیار شمش نسبت بهر کدام از فلزات اجزایش* عبارت است از خارج قسمت وزن آن فلز بر تمام وزن خلط مثلا اگر شمشی نه عشر وزنش طلای خالص داشته باشد و عشر باقی فلز دیگر باشد عیار آن شمش نسبت بطلا این میشود ۰٫۹ عیار در پولهای جدید فرانسه ۰٫۹ میباشد یا ۰٫۹۰۰ پولهای طلا و نقره نه عشر وزنشان طلا یا نقره خالص است و باقی مس

۲۲۳ در مسامحه وزن پول چون بسیار مشکل است پول را چنان عیار بگیرند که درست بوزن مشخص دولتی درآید در قانون مسامحه برای وزن پولها قرار داده‌اند بتقریب جزوی که اضافی باشد یا نقصانی و مسامحه وزن عبارت از همین تقریب است

در پولهای طلا مسامحه قطعه ۴۰ فرنکی ۰٫۰۳۲۲۵ گرم است و در قطعه ۲۵ فرنکی ۰٫۰۱۳ گرم

و در قطعه یک فرنکی مسامحه ۰٫۰۲۵ گرم است در دو فرنکی ۰٫۰۵ گرم و در ۵ فرنکی ۰٫۰۷۵ گرم

مسامحه نیز در عیارات برای پولهای طلا و نقره ۰٫۰۰۲ اضافی یا نقصانی

مختصری در باب رجحان و امتیاز سیستم متریک بر سایر مقیاسهای روی زمین

۲۲۴ رشته اوزان و مقاییس را وقتی میتوان خوب گفت که صاحب این سه صفت عمده باشد سادگی و ثبات و قابلیت آن داشته باشد که جمیع ملل روی زمین بتوانند آنرا اختیار کنند

سادگیش نظر بآنست که هرکس که آن را محتاج باشد یعنی تمام اهل زمین بآسانی آنرا بشناسند و بفهمند و معمول دارند

ثباتش نظر بآنست که چون شناسانده شد و معمول گشت مغشوش نشود چنانچه لابد شوند در تغییر دادنش و در تحمل صدمات زیادی که آن تغییر اقتضا میکند سابق ذکر نمودیم که چه قدر متحمل شدند مدت و زحمت بتبدیل مقیاسهای مختلف معمول قدیم فرانسه برشته کنونی که چه بسیار منظم است و ساده و سهل الاستعمال و الیوم ملتفت میباشید که بچه زحمت و بچه تأنی رشته جدید در سایر ملل منتشر میشود با آنکه انتشارش متدرجاً لازم میشود با جمله رشته اوزان و مقاییس خوب باید بر وجهی اختیار شود که مناسب تمام اهل زمین باشد و این مطلب واضح است چونکه آن محض تسهیل معاوضه و معامله عمومی است و روابط تجارتی فی مابین اشخاص یک ولایت یا یک ملت است بلکه میباید فی مابین جمیع طوایف روی زمین موجود باشد

و ظاهر است که رشته جدید اوزان و مقاییس دارای این هر سه صفت لازم مذکوره است

اولاً ساده است از آنجه که اخذ شد یک مقیاس اصلی بوده باقی تماماً بوجه مختصری از آن مشتق شد و همچنین اضعاف و اجزای هر واحد اصلی نسبت منحصره بآن داشتند یعنی همه اعشاریه بودند و در اینصورت ظاهر است که اعمال متعلقه بحل مسائلی که در مقادیر رسمیه طرح شوند بکمال سهولت مجری میشوند

ثانیاً ثابت و استوار است از آنجه که واحد اصلی را از ابعاد کره زمین اخذ نموده‌ایم و لهذا آن واحد و تمام رشته متعلقه برجا و ثابت هستند مادام که ابعاد زمین برجای خود باشد و معلوم است

که انقلاب و طوفان عامی بیابت واقع شود چنین بنا منهدم و مغشول گردد

ثالثاً این رشته شایستگی آن دارد که تمام مخلوق روی زمین اختیارش نمایند اول از آن بابت که دارای دو صفت مذکور است و دوم نظر باینکه اختصاص بدولت و ملت فرانسه ندارد چونکه

تاکنون چند مرتبه ملل مختلفه عازم شده اند که اسباب تسهیل انتشار و اختیارش را فراهم آورند

در حساب و اعمال متعلقه بمقادیریکه منسوب باشند

بآحاد رشته متری (درس ۳۳)

۲۲۵ در تحویل مقاییس و امثله چون اضعاف و اجزای آحاد جدید از روی قانون اعشار بهمدیگر مربوط شده اند (۲۱۵) اعمال مقادیری که با این نوع آحاد اندازه گرفته شده باشند متعلق میگردد باعداد صحاح یا اعشاریه همین قدر که در مسئله بیش از یکنوع واحد استعمال نشده باشد بلا تأمل باید قواعد اعمال عشاری را در آن مجری داشت

و هرگاه در تقدیر اشیاء متحدة النوع آحاد مختلفة القدر استعمال کرده باشند سزاوار این است که جمیع آن اشیا را بازآورید بیک واحد و آن واحد اصلی نوع باشد یا غیر از آن هر کدام را اختیار کنند و آنوقت عمل منجر میشود بحالت سابقه و از انتقال بتحویل صورت مقدارش منجر میشود باینکه عددی بنویسیم که اجزایش باین تفصیل برما معلوم است میدانیم چند مرتبه مشتمل میشود عشرات الف را (که میریا باشد) ... و آحاد الف (کیلو باشد) .... و عشرات (دکا) .... و صدم (سانتی) .... از واحدی مشخص را این قاعده مخصوصه اینجا لازم نیست ذکر چند مثال کافی باشد

در تبدیل آحاد سیستم مشترک بهمدیگر

۲۲۶ اولاً طول شیئی مرکب است از ۷ هکتومتر ۳ دکامتر ۸ متر ۶ سانتیمتر ۴ میلیمتر و میخواهیم مقدارش را بحسب متر بنویسیم

موافق تعریف (۲۱۵) ظاهر است که عبارت چنین نوشته شود ۷۳۸٫۰۶۴ متر

ثانیاً مساحت سطحی مرکب است از ۲۹ دکامتر مربع ۸ متر مربع ۳۱ دسیمتر مربع ۵۴ میلیمتر مربع میخواهیم این مقدار را بحسب متر مربع بنویسیم

از قرار (۲۱۳) آحاد سطح را بترتیب تناقص از مرتبهٔ اعلای مفروض تا اسفل مرتبه‌ها عدهٔ هر کدام از این آحاد سطح باید بدو رقم نوشته شود حتی مراتبی که ممکن است از میانه محذوف باشد (در مثال ما سانتیمتر مربع است) غیر از مرتبهٔ علیا که ممکن است بیش از یک رقم نباشد بنابراین چون باید واحد همان متر مربع تنها باشد چنین نوشته شود ۲۹۰۸٫۳۱۰۰۵۴ متر مربع

(م علامت متر مربع است)

ثالثاً مزرعهٔ صاحب ۴۹ هکتار ۷ آر ۴۴ سانتیار مساحت است میخواهیم این مقدار را بحسب هکتار بنویسیم جواب ۴۹٫۰۷۴۴ هک (هک علامت هکتار است)

رابعاً مساحت جسمی مرکب است از ۳۷ هکتومتر مکعب ۹ دکامتر مکعب ۴۱۷ متر مکعب ۱۹ دسیمتر مکعب ۳۸۷ سانتیمتر مکعب ۴۰۰ میلی متر مکعب میخواهیم این مقدار را بحسب متر مکعب بنویسیم

در سلسلهٔ آحاد مکعب که مقیاس حساب اجسام باشند هر مرتبهٔ آحاد از مرتبهٔ علیا تا سفلی آنچه در صورت مقدار مفروض موجود باشد با انضمام آحادی که از میانه مفقود باشد باید صاحب سه رقم باشند غیر از مرتبهٔ علیا که ممکن است او یک رقم یا دو رقم بیشتر نداشته باشد و چون در این مثال متر مکعب واحد فرض شده مساحت مذکور چنین نوشته شود

۱۹۳۸۷۲۰۰ ۳۷۰۰۹۳۱۷۶ (مب علامت متر کعب است)
خاما گنجایش ظرفی این است ۶ هکتولیتر ۵ لیتر ۳ دسیلیتر ۲ سانتیلیتر میخواهیم
بدانیم چند لیتر میشود
در آحاد کیل هر مرتبه صاحب یک رقم است نه مراتب طول ولی مراتبی را که ممکن است
از میانه مفقود باشد نباید فراموش کرد پس مثال مذکور چنین نوشته میشود ۶۰۵/۳۲ لیتر

۲۲۷ در حل عکس این مسئله هر گاه شیئی را بحسب یکنوع واحد تقدیر کرده
باشند میتوان آن را تفصیل نمود و معلوم کرد که از آحاد مراتب برتر یا پست
آن واحد چه عده مرکب است اولاً اگر طولی باشد که بحسب متر تقدیر شده رقم اول
سمت یسار دممیز از نوع متر است و رقم دوم دسیمتر و همچنین او در سمت یمین ممیز رقم اول
دسیمتر است و دوم سانتیمتر و غیره (۲۱۰) مثال ۰/۲۴ ۷۳۴ متر به تفصیل چنین میشود
۷ هکتومتر ۳ دکامتر ۴ متر ۰ دسیمتر ۲ سانتیمتر ۴ میلیمتر ثانیاً اگر مساحت سطحی باشد که
بحسب متر تقدیر شده باشد اول بعد از ارقام اعشار نظر میکنیم چنانچه فرد باشد
باضافه صفر زوجش میکنیم و بعد خیال با بعلامت تعدد از ابتدا از ممیز در
هر جهت بطبقات دو رقمی تقسیمش میکنیم آنوقت در یسار ممیز قطعه اول متر مربع است
و دوم دکامتر مربع و هکذا تا قطعه آخر سمت یسار که ممکن است بیش از
یک رقم نداشته باشد و بعد در یمین ممیز قطعه اول دسیمتر مربع است و قطعه دوم
سانتیمتر مربع و هکذا

مثال ۷۲۹۰۸/۵۳۰۰۴ متر مربع
صفری ملحق میکنیم و چنین مینویسیم ۴۰ ۰۰ ۳۰ ۵۸/۵۳ ۲۹ ۷ و بعد باینطور میخوانیم
۷ هکتومتر مربع ۲۹ دکامتر مربع ۸ متر مربع ۵۳ دسیمتر مربع ۴۰ میلیمتر مربع

مثال دیگر ۳۴۹ر۰۷۲۲ هکتار چنین خوانده میشود ۳۴۹ هکتار ۷ آر ۲۲ سانتیار

ثالث اگر مساحت حجمی بحسب متر مکعب تقدیر شده باشد (یعنی در مقیاس اجسام باشد) بعد از ارقام اعشار نظر کرده اگر ثلث صحیح نداشته باشد باضافه یک دو صفر صحیحش میکنیم بعد ابتدا از مرتبه دهم به یسار قطعات سه رقمی قسمتش میکنیم تا منتهی بواحد اصلی حجم ابتدا میکنیم (در مثال ما متر مکعب است) ومعنی که در یسار ممیز قطعه اول متر مکعب است وقطعه دوم دکامتر مکعب وهکذا تا قطعه اخیر که ممکن است بیش از یک رقم یا دو رقم نداشته باشد وبعد در یمین ممیز قطعه اول دسیمتر مکعب است وقطعه دوم سانتیمتر مکعب وهکذا

مثال ۳۷۰۰۹۳۱۷ر۰۱۹۳۸۷۲

اول چنین مینویسیم ۳۷ ۰۰۹ ۳۱۷. ۰۱۹ ۳۸۷ ۲۰۰

وبعد چنین میخوانیم ۳۷ هکتومتر مکعب ۹ دکامتر مکعب ۳۱۷ متر مکعب ۱۹ دسیمتر مکعب ۳۸۷ سانتیمتر مکعب ۲۰۰ میلی متر مکعب

رابعا اگر سوال از هکتولیتر باشد حکمش مانند متر است چونکه مراتب رقم در قسم تغییر میکند مثال ۶۰۹ر۳۴ لیتر چنین بخوانید ۶ هکتولیتر ۹ لیتر ۳ دسیلیتر ۴ سانتی لیتر

۲۲۸ هرگاه مقدار بحسب واحد مشخصی ذکر شده باشد میتوان بمحض تغییر مکان ممیز نسبت داد او را بواحد دیگر که کوچکتر باشد یا بزرگتر

بیان هرگاه واحد را ۱۰ مرتبه ۱۰۰ و ۱۰۰۰ و ۱۰۰۰۰ مرتبه تنزل دهیم آنمقدار مفروض واحد جدید را ۱۰ مرتبه ۱۰۰ و ۱۰۰۰ و ۱۰۰۰۰ مرتبه بیشتر از واحد قدیم مشتمل میشود پس باید ممیز را ۱ و ۲ و ۳ و ... مرتبه بسمت یمین پیش بیاوریم تا عدد مفروض ۱۰ مرتبه ۱۰۰ و ۱۰۰۰ و ۱۰۰۰۰ مرتبه ترقی کند و هرگاه واحد جدید ۱۰ مرتبه ۱۰۰ و ۱۰۰۰ و ... مرتبه

بزرگتر از واحد قدیم باشد حکم برخلاف مذکور است یعنی ممیز را بسمت یسار عقب میبریم چونکه در عدد مفروض واحد جدید باید ۱۰ مرتبه ۱۰۰ و ۱۰۰۰ ... مرتبه کمتر بگنجد

مثال میخواهیم ۵۸۴۲ر۳۸۷۶ متر را بکیلومتر تحویل کنیم چون یک کیلومتر معادل است با ۱۰۰۰ متر ممیز را ۳ مرتبه بسمت یسار عقب میبریم چنین میشود ۵ر۸۴۲۳۸۷۶ کم (کم علامت کیلومتر است)

میخواهیم همان عدد را به سانتیمتر تحویل کنیم چون یکمتر معادل است با ۱۰۰ سانتیمتر ممیز را دو مرتبه بسمت یمین پیش می آوریم چنین میشود ۵۸۴۲۳۸ر۷۶ سم (سم علامت سانتیمتر است)

مثال دوم ۷ر۳۸۷۶۲ مربع را میخواهیم تحویل کنیم به آر یا دکامتر مربع چون یک آر معادل است با ۱۰۰ متر مربع ممیز را دو مرتبه بسمت یسار عقب میبریم و چنین میشود

$$۷ر۳۸۷۶۲ \text{ مربع} = ۰ر۰۷۳۸۷۶۲ \text{ آر}$$

میخواهیم همان عدد را تحویل کنیم به سانتیمتر مربع چون یکمتر مربع معادل است با ۱۰۰۰۰ سانتیمتر مربع چنین میشود

$$۷ر۳۸۷۶۲ \text{ مربع} = ۷۳۸۷۶ر۲ \text{ سم}$$

جدول مقیاسهای قدیم فرانسه بنسبت مقیاسهای جدید

مقیاسهای طول

نقطه که $\frac{1}{12}$ خط باشد	۰,۱۸۸	میلیمتر
خط که $\frac{1}{12}$ ابهام باشد	۲,۲۵۶	میلیمتر
ابهام که $\frac{1}{12}$ پا باشد	۰,۰۲۷۰۷	متر
پا	۰,۳۲۴۸۴	متر
تواز که ۶ پا باشد	۱,۹۴۹۰۴	متر
اون که ۶۳۴۲ باشد	۱,۱۸۸۴۵	متر
میل که ۱۰۰۰ تواز باشد	۱,۹۴۹۰۴	کیلومتر
لیو چاپاری که دو میل باشد	۳,۸۹۸۰۸	کیلومتر

مقیاسهای سطح

خط مربع	۵,۰۸۸۷	میلیمتر مربع
ابهام مربع	۷,۳۲۷۸	سانتیمتر مربع
پای مربع	۰,۱۰۵۵	متر مربع
تواز مربع	۳,۷۹۸۷	متر مربع
اون مربع	۱,۴۱۲۳	متر مربع
پرش آب و جنگل (مربعی است بضلع ۲۲ پا)	۵۱,۰۷	متر مربع
پرش پاریس (مربعی است بضلع ۱۸ پا)	۳۴,۱۹	متر مربع

ارپان آب و جنگل نوعی است از جریب آن ۱۰۰ پرش ۲۲ پائیست ۰,۵۱۰۷ هکتار یا ۵۱۰۷,۲۰ م ع

ارپان پاریس و آن ۱۰۰ پرش ۱۸ پائی است ۰,۳۴۱۹ هکتار ۳۴۱۸,۸۷ م ع

مقیاسهای کیل

خط مکعب	۰٫۰۱۱۴۸	سانتیمتر مکعب
ابهام مکعب	۰٫۰۱۹۸۳۶	دسیمتر مکعب
پای مکعب	۰٫۰۳۴۲۸	متر مکعب
توآز مکعب	۷٫۴۰۳۹	متر مکعب
دواو در مساحت چوب استعمال میشود (۵۶ پای مکعب است)	۱٫۹۱۹۵۲	متر مکعب
کرواب چنکل (دو دواست)	۳٫۸۳۹۰۵	متر مکعب
سلیو (۳ پای مکعب است)	۰٫۱۰۲۸۳	متر مکعب
پنت (در مقیاس مایعات)	۰٫۹۳۱۳	لیتر
ولت (۸ پنت است)	۷٫۴۵۰۵	لیتر
کارتو (۹ ولت است)	۶۷٫۰۵۴۵	لیتر
فولیت (۲ کارتو)	۱٫۳۴۱۰۹	هکتولیتر
موید (۲ فولیت)	۲٫۶۸۲۱۸	هکتولیتر
لیترن (در مقیاس اجسام جامده)	۰٫۸۱۳۰	لیتر
بواسو (۱۶ لیترن)	۱۳٫۰۰۸	لیتر
ستیئر (۱۲ بواسو)	۱٫۵۶۱۰	هکتولیتر

اوزان

جبه (۱/۲۴ دنیئر)	۰٫۰۵۳	گرم
دنیئر یا سکروپول (۱/۳ کرو)	۱٫۲۷۵	گرم
کرو (۱/۸ انس)	۳٫۸۲۴	گرم
انس (۱/۸ مار)	۳۰٫۵۹	گرم
مار (۱/۲ لیور)	۰٫۲۴۴۷۵	کیلوگرم
لیور وزن	۰٫۴۸۹۵۱	کیلوگرم
کنتال	۴۸٫۹۵۱	کیلوگرم

نقود

نقود

فلز	اسم پول			قیمت پول	
				سانتیم	فرانک
طلا	دوبل لوئی	۴۸	لیوری	۳۶	۴۷
طلا	لوئی	۲۴	لیوری	۵۵	۲۳
طلا	نیم لوئی	۱۲	لیوری	۷۷	۱۱
نقره	اکو	۶	لیوری	۸۰	۵
نقره	اکو	۳	لیوری	۵۵	۲
نقره	لیور تورنو منسوب بشهر تورن (واحد نقد است و تقسیم بر ۱۲ سل قسمت میشود و سل بر ۵ لیار و نیز بر ۱۲ دنیه (و پول یک لیور نقره سکه)			۹۹	$\frac{۸۰}{۸۱}$
نقره	پول	۳۰	سل		
نقره	پول	۲۴	سل		
نقره	پول	۱۵	سل		
نقره	پول	۱۲	سل		
نقره‌ای که جزو اعظمش مس است و کمی نقره دارد	پول	۶	سل		
نقره‌ای که جزو اعظمش مس است و کمی نقره دارد	پول	۶	لیار		
مس	پول	۲	سل		
مس	پول	۱	سل		
مس	پول	۲	لیار		
مس	پول	۱	لیار		

در تحویل مقیاسهای قدیم فرانسه بمقیاسهای جدید

جدول مذکور بکار آید در حل مسائل ذیل و امثال آنها

۲۲۹ مثال اول میخواهیم تحویل کنیم ۵۳ توار ۳ پا ۷ ابهام ۵ خط بمتر

رجوع میکنیم بجدول و این اعداد را بیرون می‌آوریم

توار ۵۳ = ۱,۹۴۹۰۴ × ۵۳ = ۱۰۳,۲۹۹۱۲ — توار ۱ = ۱,۹۴۹۰۴

پا ۳ = ۰,۳۲۴۸۴ × ۳ = ۰,۹۷۴۵۲ — پا ۱ = ۰,۳۲۴۸۴

ابهام ۷ = ۰,۰۲۷۰۷ × ۷ = ۰,۱۸۹۴۹ — ابهام ۱ = ۰,۰۲۷۰۷

خط ۵ = ۰,۰۰۲۲۵۶ × ۵ = ۰,۰۱۱۲۸ — خط ۱ = ۰,۰۰۲۲۵۶

توار ۵۳ پا ۳ ابهام ۷ خط ۵ = متر ۱۰۴,۴۷۴۴۱

مثال دوم میخواهیم تحویل کنیم ۲۹ لیور ۱ مار ۳ اُنس ۵ گرو را بکیلوگرم

این اعداد را از جدول بیرون می‌آوریم

لیور ۲۹ = کیلوگرم ۰,۴۸۹۵۱ × ۲۹ = کیلوگرم ۱۴,۱۹۵۷۹ — لیور ۱ = کیلوگرم ۰,۴۸۹۵۱

مار ۱ = ۰,۲۴۴۷۵

اُنس ۳ = ۰,۰۳۰۵۹ × ۳ = ۰,۰۹۱۷۷ — اُنس ۱ = ۰,۰۳۰۵۹

گرو ۵ = ۰,۰۰۳۸۲۴ × ۵ = ۰,۰۱۹۱۲ — گرو ۱ = ۰,۰۰۳۸۲۴

بعد از جمع لیور ۲۹ مار ۱ اُنس ۳ گرو ۵ = کیلوگرم ۱۴,۵۵۱۴۳

مثال سوم میخواهیم تحویل کنیم ۸۴۲,۳۴۲۵ فرنک سانتیم را به لیور سو و دنیر

این تساوی را از جدول بیرون می‌آوریم $\frac{1}{80}$ + لیور ۱ = لیور $\frac{81}{80}$ = فرنک ۱

و باین طور ضرب میکنیم

$$\frac{1}{۸۰} \quad ۱^{\text{لیور}}$$

$$\begin{array}{r} ۵۴۳۲,۸۴ \\ \hline ۵۴۳۲^{\text{لیور}},۸۴ \\ ۶۷,۹۱ \\ \hline ۵۵۰۰^{\text{لیور}},۷۵ \\ ۲۰ \\ \hline ۱۵,۰۰^{\text{فرنک}} \end{array}$$

پس

$$۵۴۳۲,۸۴ = ۵۵۰۰^{\text{لیور}},۱۵^{\text{فرنک}}$$

در ضرب $\frac{1}{۸۰}$ در ۵۴۳۲,۸۴ یا بعکس ضرب ۵۴۳۲,۸۴ در $\frac{1}{۸۰}$ ممیز را یک مرتبه بسمت یسار عقب میبریم تا عشر عدد ۵۴۳,۲۸۴ یعنی ۵۴۳۲,۸۴ بدست آید آنوقت ثمن آنرا میگیریم این عدد میشود ۶۷,۹۱ و آن $\frac{1}{۸۰}$ عدد اول است و مجموع دو جمله چنین میشود ۵۵۰۰^{لیور},۷۵ بعد از آن جزو اعشار ۷۵^{لیور} را تحویل کنیم به سو پس باید آنرا در ۲۰ ضرب نمود (۰,۷۵ جزو یک لیور = ۷۵ ده و ۲ سو)

و در آخر

$$۵۴۳۲,۸۴ = ۵۵۰۰^{\text{لیور}},۱۵^{\text{فرنک}}$$

در حل عکس مسئله مذکوره میخواهیم تحویل کنیم ۳۷۹ لیور ۱۳ سو ۸ دنیر را بفرنک باین دستور العمل پیش میرویم چون

$$۱^{\text{فرنک}} = ۱^{\text{لیور}} + \frac{1}{۸۰}$$

و $۲۴۰^{\text{دنیر}} = ۱۲ \times ۲۰ = ۱^{\text{لیور}}$ و $۳^{\text{دنیر}} = \frac{۲۴۰}{۸۰} = \frac{1}{۸۰}^{\text{لیور}}$

پس $۲۴۳^{\text{دنیر}} = ۲۴۰ + ۳^{\text{دنیر}}$ و بعد $۱^{\text{دنیر}} = \frac{۱^{\text{فرنک}}}{۲۴۳}$

حال تحویل میکنیم ۳۷۹ لیور ۱۳ سو ۸ دنیر را به دنیر و حاصل را قسمت میکنیم بر ۲۴۳ تا چنین شود

$$۹۱۱۲۴^{\text{دنیر}} = \frac{۹۱۱۲۴^{\text{فرنک}}}{۲۴۳}$$

و صورت عمل این است

$$\begin{array}{r} ۳۷۹^{\text{لیور}} \quad ۱۳ \quad ۸^{\text{دنیر}} \\ ۲۰ \\ \hline ۷۵۹۳ \\ ۱۲ \\ \hline ۱۵۱۸۶ \\ ۷۵۹۳ \\ ۸ \\ \hline ۹۱۱۲۴ \end{array} \quad \begin{array}{|l} ۲۴۳ \\ \hline ۳۷۵,۰۳ \end{array}$$

و خارج قسمت لازم بعدم اینست ۳۷۵٫۰۰ دیک

در تبدیل مقیاسهای دول خارجه

۲۳۵ تحویل مقیاسهای خارج بمقیاسهای فرانسه و عکس آن هر دو گاه لازم میشود لهذا باید جداولی مانند جداول سابق دردست داشت که اصول مقیاسهای مملکت خارجه نسبت آنجا و سیستم متریک را مثبت باشد تا در وقت ضرورت بآن رجوع شود و ما چند جداول را در خاتمه کتاب آورده‌ایم و مثالی هم برای دستور العمل در اینجا ذکر کنیم

مثال میخواهیم تحویل کنیم $\frac{5}{6}$ ۷۹ گالن را بلیتر (گالون مقیاس کیل انگلیس است)

در جداول چنین مثبت است ۱ گالن = ۴٫۵۴۳۴۵۷۹۷ لیتر

و بیک ضرب مسئله حل میشود ۴٫۵۴۳۴۵۷۹۷ لیتر

۷۹ $\frac{5}{6}$

۴۰۸۹۱۱۲۱۷۳
۳۱۸۰۴۲۰۵۷۹
$\frac{3}{6}$ ۲۲۷۱۷۲۸۹۸
$\frac{2}{6}$ ۱۵۱۴۴۱۵۹۹

۳۶۲٫۷۱۹۳۹۴۶۰

جواب مقدار مفروض معادل است با ۳۶۲٫۷۲ لیتر تا کمتر از ۰۱ ره لیتر و ظاهر است که اگر اول قید شده بود که جواب تا ۰۱ ره تقریب باشد لازم نبود اینهمه ارقام از جداول گرفته شود

در حل عکس این مسئله میخواهیم تحویل کنیم ۳۶۲٫۷۱۹ لیتر را به گالن

در جداول چنین مثبت است

۱ گالن = ۴٫۵۴۳۴۵۷۹۷ لیتر = ۱ × ۴٫۵۴۳۴۵۷۹۷ لیتر

پس $\frac{۱ \text{ گالن}}{۴٫۵۴۳۴۵۷۹۷}$ = ۱ لیتر؛ $\frac{۳۶۲٫۷۱۹ \text{ گالن}}{۴٫۵۴۳۴۵۷۹۷}$ = ۳۶۲٫۷۱۹ لیتر

ودر این قسمت بعنوان قاعده اختصار را معمول داشت
از روی جدول مذکوره دستور العمل معلوم شد و زیاده بر این لازم نیست چونکه بعد از داشتن
جداول قاعده یکی است باید در تحویل مقیاسهای خارج بمقیاسهای فرانسه عمل ضرب مجری
داشت و در عکس آن عمل قسمت را

در شرح مقیاسهای ایران

۲۳۱ در باب سیستم متریک ذکر شد که در هر طایفه بالطبع شش نوع مقیاس مستعمل باشد.
مقیاس طول مقیاس سطح مقیاس حجم مقیاس کیل مقیاس وزن مقیاس نقد
در ایران نیز همچنان است ولیکن بیشتر آنست که هر ولایت این مملکت را مقیاسهائی است مخصوص خود یا
بلکه در هر بلوک و ده و شهری مخصوص اند و تتبع در تمام آنها محال است ما اکتفا کنیم بذکر مقیاسهائی
که در بلاد معروف بخصوص در طهران مستعمل اند و سابق نیز مقیاسهای چند معمول بود که اکنون
بیشتر آنها متروک و منسوخ است از آنجمله اوزان و مکائیل شرعیه است جدول تفصیل آنها را
در خاتمه ذکر میکنیم
وچون اسامی مقیاسها را همه کس میداند حاجت بشرح جداگانه نیست ما نسبت آنها را
با واحد سیستم متریک اینجا می آوریم و ضمنا اسامی و نسب آنها بهمدیگر معلوم میشود و دانستن
این نکته اول لازم است
واحد طول در زمان ما ذرع است یا گز این واحد در عصر شاه عباس بزرگ وضع شده
ماخذش در دست نیست و از آن تاریخ تاکنون بسیار تصرف در او کرده اند در بازار
و نزد تجار دو ذرع نمی یابید که برابر باشند و غالبا کوتاه تر اند از ذرع اصلی شاه عباسی
و بندرت ذرعی پیدا شود بزرگتر از آن
واحد اصلی نقدی دینار است و آن پولی است موهوم که در نقش مشخص نیست و نه نقش

از فلزات ولی قدرش معلوم است بقیمت هزار یک قران سمی است و ده هزار یک تومان
واما وزن قران در بدو این دولت ابد مدت ۲۸ نخود بود و اکنون ۲۶ نخود است
و بناء آباد که نصف قران باشد بهمین نسبت تنزل کرده ولی قیمتشان در ایران قرار
سابق است و اختلاف قیمت در خارج مملکت است و اما عیار ابتدا در پول طلا و نقره این بود
۰٫۰۲۵ یعنی در هر هزار مثقال نقره ۲۵ مثقال مس ممزوج میکردند و در هر هزار
مثقال طلا ۲۵ مثقال نقره و مسامحهٔ عیار ۰٫۰۰۵ بود و اکنون اسماً عیار این است ۰٫۰۵۰

در نسبت مقیاسهای ایران با مقیاس متریک

در آحاد طول

بهر	(۱/۲ گره)	۰٫۰۳۲ متر
گره	(۱/۱۶ ذرع)	۰٫۰۶۵
ذرع که این اواخر معمول شده با	۱٫۰۳۵ متر ولیکن از ۱٫۰۳۰ را میرود تا	۱٫۰۴۰
ذرع شاهی		۱٫۰۴۵
فرسنگ اصطلاحی	(۶۰۰۰ ذرع)	۶۲۱۰٫۰۰۰
فرسنگ ۲۲ یکدرجه	(۴۸۵۶ ذرع)	۵۰۲۶٫۰۰۰

و بعضی مقیاسهای طول است که قدرشان به تحقیق معلوم نیست و اینجا ذکر میشود

فرسخ معادل است با ۳ میل و میل = ۴۰۰۰ ذراع ید و ذراع ید = ۲۴ اصبع
و اصبع = عرض ۶ جو معتدل = ۳۶ تار مو از یال یابان
و ذراع هاشمی = ۳۲ اصبع = تقریبا یک گره از ذرع شاه
= ۱۰ = ۶۰ ذراع هاشمی = ۸۰ ذراع ید

در مقیاسهای سطح

گره مربع	۰٫۰۰۴۲۲۵ متر مربع
ذرع مربع	۱٫۰۷۱۲۲۵

عشیر = یک قصبهٔ مربع = ۳۶ ذراع هاشمی مربع

جریب قدم = ۱۰ قفیز = ۱۰۰ عشیر

جریب عیسه رسمی = ۵ ذرع ضرب ۲۰۰ ذرع = ۱۰۰ ذرع = ۱۰۷۱٫۲۲۵

جریب رسمی = ۱۵ ذرع در ۴۵ = ۶۷۵ ذرع = ۷۲۳٫۰۷۷

در مقیاسهای مجسم

گره مکعب ۰٫۰۰۰۲۷۵ متر مکعب

ذرع مکعب ۱٫۱۰۸۷۱۸

در اوزان

گندم ۰٫۰۴۸ گرم

نخود ۰٫۱۹۱ گرم

قیراط ایران (۱/۲۴ مثقال) ۰٫۲۰۵ ۰

قیراط خارج بیک حساب معادل است با ۴ گندم که ۱/۲۴ مثقال باشد و بحساب این ست ۰٫۱۹

مثقال از قرار مشهور معادل است با ۵ گرم و بتجربهٔ دقیق ۴٫۶

سیر ۷۳٫۵

من تبریز (۱/۲ من شاه و از قرار مشهور معادل است با ۳ کیلوگرم) ۲٫۹۳۸ کیلوگرم

من هزار مثقال تبریز (۲۵/۱۶ من تبریز مشهور) ۴٫۵۹۱ کیلوگرم

من ری (۴ من تبریز) ۱۱٫۷۵۳ کیلوگرم

خروار (یکصد من تبریز) ۲۹۳٫۸۳ کیلوگرم

در نقود

پولها

- دینار (پول موهوم)
- غاز (پول موهوم معادل با پنج دینار)
- نیم پول سیاه
- نیم شاهی (۲۵ دینار)
- پول سیاه (۳۳ دینار)
- شاهی (۵۰ دینار)
- صد دینار (پول موهوم)

نقره

- پنجشاهی (۲۵۰ دینار)
- پناه آباد (۵۰۰ دینار)
- صاحبقران (۱۰۰۰ دینار سابق معادل بود با ۱/۱۶ فرنک)
- ریال (پول موهوم ۱۲۵۰ دینار)

طلا

- دو هزاری
- پنجهزاری
- اشرفی (سابق معادل بود با ده عدد صاحبقران و اکنون قریب یازده قران است)

در نسبت اصول اعداد رشته متری با مقیاسهای ایران

- متر طول ۰٫۹۶ ذرع = ۱۵٫۴۵ گره
- متر مربع معادل است با ۰٫۷۴ ذرع مربع ۲۳۷٫۱۶ گره مربع
- متر مکعب ۰٫۷۲۱ ذرع مکعب
- لیتر ۳٫۶۵۳ گره مکعب
- گرم ۵ نخود ۱ گندم
- کیلوگرم (قریب ثلث من تبریز) معادل است با ۱۹٫۵ نخود ۲۱۷ مثقال = ۱۹٫۵ نخود ۹ مثقال ۱۳ سیر
- فرنک سابق معادل بود با ۰٫۸۶۲ دینار ولی اکنون قریب است با صاحبقران

(از وقتی که صاحبقران بوزن ۲۸ نخود بود و عیارش ۵۰۰ ره این مقادیر نسبت تحقق داشته با فرنک ولی الکنون مختلف شده اند هر صاحبقران معادل باشد با یک فرنک ۱/۱۶ یا ۹ ... تقریباً و نسبت سایر فلزات هم معلوم میشود)

در حساب مقیاسهای ایران

جمع قاعده همانست که سابق ذکر شده جز آنکه اینجا مراتب به نسبت عیار میشد و در حاصل جمع هرکدام اقل از خود متجاوز نمایند باید رفع نمود مرتبه بزرگتر خود

مثال در جمع این اعداد

مثقال	سیر	من	خروار
۹	۱۸	۲۶	۵
۸	۲۴	۵۶	۲
۱۴	۱۵	۴۸	۳
۳۱	۵۷	۱۳۰	۱۵

بعد از آنکه مراتب مختلفه را ستون بستون جمع کردیم هرکدام از حد خود متجاوز نمودند پس باید مثقال را به سیر تحویل کرد و مجموع سیرها را بمن و مجموع من ها را بخروار الوقت حسین میشود

مثقال	سیر	من	خروار
۱۵	۱۸	۳۱	۱۱

تفریق در تفریق نیز عمل مانند سابق است جز آنکه هرگاه یکی از مراتب مفروق بزرگتر باشد از مرتبه نظیر خود از مفروق عنه باید واحد از مرتبه بالاتر را با آن مرتبه مفروق عنه که کوچکتر است تجنیس نمود بشرط آنکه آن واحد را در مفروق منظور آوردیم

مثال

مثقال	سیر	من
۱۶	۴۵	
۸	۱۵	۲۴
۱۴	۲۷	۹
۱۰	۲۷	۱۴

چون ۱۴ مثقال بزرگتر بود از ۸ مثقال و ۲۷ سیر از ۱۵ سیر بر عدد اول ۱۶ اضافه کردیم و بر دوم ۴۵ ولی این اضافه را در عدد مفروق منظور آوردیم

در ضرب صرفی که اکثر اوقات لازم شود عدد کمّ و وزن است در نقد با آحاد طول نسبت داد
و وزن غالب مرکب میشود از آحاد مختلفه جزو او و اجزائش و طول هم ممکن است مرکب باشد
از فرسنگ و ذرع و گره ولیکن مقدار نقد چون احد اصلیش دینار است و ده به ده ترقی
میکند میتوان تومان را واحد فرض نمود و مقدار نقدی را بصورت عدد اعشاری نوشت
مثلا ۲۳۷ تومان ۵ هزار و هفتصد و چهل و پنج دینار را باین صورت نویسیم
۲۳۷٫۵۷۴۵ تومان (هر مرتبه که اتفاقا از میانه مفقود باشد باید بجایش صفر نوشت)
و از این قسم اعمال منجر میشود بضرب عددی مرکب در مفرد پس باید مراتب مختلفه عدد مرکب را
در مقدار مفرد ضرب نمود و هر کدام را ممکن باشد رفع کرد مثال متاعی از قرار یکمن ششهزار و
هفتصد و بیست و پنج دینار فروخته میشود میخواهیم بدانیم دو خروار و ۶۴ و ۱۶ سیر
۷ مثقالش بچند است صورت عمل از اینقرار است

من	سیر	مثقال
۲۶۴	۱۶	۷

۰٫۶۷۲۵ تومان

باید ضرب نمود ۰٫۶۷۲۵ تومان را اول در ۷ مثقال و بعد در ۱۶ سیر و بعد در ۲۶۴ من و حاصل
اول ۴٫۷۰۷۵ را قسمت کرد بر ۱۶ که مخرج مثقال است و خارج قسمت ۰٫۲۹۴۲ را
افزود بر حاصل ثانی و مجموع ۱۱٫۰۵۴۲ را قسمت کرد بر ۴۰ که مخرج سیر است
و خارج قسمت ۰٫۲۷۶۴ را افزود بر حاصل سوم ۱۷۷٫۵۴ و مجموع
۱۷۷٫۸۱۶۴ تومان جواب است
ولی در این نوع اعمال آسانتر این است که اجزای مضروب را بیک نوع واحد
تحویل کنیم مثلا ۷ مثقال را بر ۱۶ قسمت کنیم تا از نوع سیر شود و خارج قسمت
تقریبی ۰٫۴۴ را بر ۱۶ اضافه کنیم و مجموع ۱۶٫۴۴ را بر چهل قسمت کنیم

تا از نوع من شود و خارج قیمت ١١٤١١ره را بر عدد مجملا اضافه کنیم مجموع ٢٦٤٠٢ر١١٤١١ من را بقاعدهٔ اختصار ضرب کنیم در ٧٢٥ر٠ و تا چهار رقم اعشار که عدد دینار است بدست آوریم

در مثال مذکور اگر عوض قیمت من قیمت سیر مشخص شده بود میبایست اول از آن روی قیمت من را معلوم کرد بعد مشغول عمل کردید

و در ضرب آحاد طول در آحاد طول یا در نقد بهتر آنست که کره و دیگر اجزاء و اضعاف را بیک کونه واحد مثلا بذرع تحویل کنیم و آنوقت عدد مفرد را در عدد مفرد ضرب نمائیم پس باید تحویل کره را باعشار ذرع داشته باشیم و ما اینجا از یک کره تا ١٥ کره را تحویل نموده تا چهار رقم اعشار در جدول آوردیم ولیکن وقت عمل بیش از یک دو رقم اعشار لازم نیست استعمال کنند

کره	اعشار ذرع
١	٠,٠٦٢٥
٢	٠,١٢٥٠
٣	٠,١٨٧٥
٤	٠,٢٥٠٠
٥	٠,٣١٢٥
٦	٠,٣٧٥٠
٧	٠,٤٣٧٥
٨	٠,٥٠٠٠
٩	٠,٥٦٢٥
١٠	٠,٦٢٥٠
١١	٠,٦٨٧٥
١٢	٠,٧٥٠٠
١٣	٠,٨١٢٥
١٤	٠,٨٧٥٠
١٥	٠,٩٣٧٥

جدول تحویل کره باعشار ذرع

تنبیه در خصوص بعضی اختصارات عمل

چون یکصد دینار با رقام هندسی چنین نوشته میشود ١٠ر٠ تومان و یکصد و پنجاه دینار چنین ١٥ر٠ تومان و دویست دینار چنین ٢٠ر٠ تومان و دویست و پنجاه دینار چنین ٢٥ر٠ تومان پس هرگاه بخواهیم عدد مفروضی از ذرع یا وزن را در یکصد دینار ضرب کنیم باید ممیز مضروب را دو مرتبه بسمت یسار عقب برد و آنچه حاصل شود نتیجه حاصل ضرب است بحسب تومان

مثال زمینی از قرار ذرعی یکصد دینار قیمت دارد میخواهیم ٢٨٤ر٣٨ ذرعش را بدانیم چند قیمت دارد ممیز را دو مرتبه نقل میکنیم و جواب چنین

قیمت کره ٨ر٥٥ قران
سهم ٨ کره ٤ر٢٧٥
سهم ٤ کره ٢ر١٣٧٥
سهم ١ کره ٠ر٥٣٤٤
مجموع ٦ر٩٤٦٩
حاصل اول ١١٩ر٧
مجموع ١٢٦ر٦٤٦٩

میشود ۲٫۸۴۳۸ تومان واگر میخواستیم در شاهی ضرب کنیم طبایست نصف مضروب را بر خودش اضافه کرده ممیز مجموع را مانند سابق دو مرتبه بسمت یسار نقل نمود وازمقرار مثال مذکور چنین میشود

۰٫۱۵ تومان × ۲۸۴٫۳۸ ع

نصف ۱۴۲۱۹

جواب . . . . . . ۴۲۶۵۷٫۴ تومان

اگر میخواستیم در عباسی ضرب کنیم طبایست مضاعف کنیم باینصورت

۰٫۰۲ تومان × ۲۸۴٫۳۸ ع

جواب . . . . . . ۵٫۶۸۷۶ تومان

واگر میخواستیم در پنجشاهی ضرب کنیم طبایست ربع کنیم و ممیز را یکمرتبه بسمت یسار عقب ببریم آنچه شد حاصل ضرب است بحسب تومان

مثال ۰٫۰۲۵ تومان × ۲۸۴٫۳۸ ع

ربعه . . . . ۷۱٫۰۹۵

چون ممیز را یکمرتبه نقل کنیم عدد ۷٫۱۰۹۵ تومان جواب است

باین اختصارات حاصل ضرب زودتر بدست می آید

در قسمت مقسوم علیه را در هر حالت باید مفرد نمود بصورت عدد اعشاری

واما مقسوم آسانتر این است که آنرا هم مفرد کنند وقسمت را در آن دو معمول دارند ولی این نوع هم ممکن است که مفرد نکرده مرتبهٔ اعلایش را قسمت کنید بر مقسوم علیه و خارج قسمت را نوشته آنچه باقی ماند تحلیل نموده اضافه کنید بر مرتبهٔ پست تر و آنرا هم قسمت کرده باقیش را تحلیل نموده اضافه کنید بر مرتبهٔ پست تر و بهمین وجه پیش روید

مثال اول ۵ من ۱۷ سیر ۱۴ مثقال متاعی خریده شده است بمبلغ ۴۲ تومان میخواهیم بدانیم یکمن آن چه قدر و زن میدهیم

اینجا باید وزن را قسمت کرد بر تنخواه و صورت عمل این است

مثقال	سیر	من
۱۴	۱۷	۶۵

۴۲ ــ مثقال ۴ سیر ۲۲ من ۱

۶۵
۴۲
ــــ
۲۳ باقی اول مضروب فیه
۴۰
ــــ
۹۲۰
۱۷
ــــ
۹۳۷
۸۴
ــــ
۹۷
۸۴
ــــ
۱۳ باقی دوم مضروب فیه
۱۶
ــــ
۷۸
۱۳
ــــ
۲۰۸
۱۶۸
ــــ
۴۰

باقی اخیر که باید بطور اعشار قسمت کرد یا تحویل نمود به نخود و الوف قسمت کرد . . . . . .

مثال دوم موازی من ۲ سیر ۷ مثقال ۵ متاعی خریده شده است بمبلغ یکتومان میخواهیم بدانیم که از همان قرار ده من چه قدر قیمت دارد

اینجا باید ده را بر وزن قسمت نمود پس آنها را بجنس من تحویل میکنیم چنین میشود ۲۸۱۸۴ از من ۲ و خارج قسمت بقاعده اختصار یا بقاعده رسمی تا چهار رقم اعشار چنین میشود ۴۱۸۵۲ تومان ۴

بتتمه متعلق بباب علم سیاق در اعمال متعلقه بمقیاسهای ایران آنچه لازم بود ذکر شد پس اگر در امور زندگانی لازم شود که عملی از اعمال حساب را در آن مقیاسها مجری داریم دستور العمل عام این است که اعداد را بارقام هندسی مینویسیم بقواعدی که ذکر شد مسئله را در آن اعداد حل نمائیم و در آخر چنانچه بخواهیم نتیجه را بقانون سیاق در فرد یا کتابچه بنویسیم مقصود آنکه بناید بهیچوجه اعمال حساب را در اعداد سیاق مجری داشت و الا عمل خالی از زحمت و تفصیل نخواهد بود

در مقیاس زمان

۲۳۲ مدت یکدور حرکت وضعی زمین را حول محور خود شبانروز یا روز مطلق
گوئیم و بعبارت اخری این مدت یکدور حرکت مرئی یومی آفتاب است حول زمین و روز را به ۲۴
دقیقه و دقیقه را به ۶۰ ثانیه و ثانیه را به ۶۰ ثالثه و علامت آنها در تحریر این است
این است عت قه ثیه ثله مثلا ۳ ساعت ۲۱ دقیقه ۵۳ ثانیه
۱۹ ثالثه را چنین نویسند ثله ۱۹ ثیه ۵۳ قه ۲۱ عت ۳
نزد منجمان و طبیعیان واحد زمان ثانیه است و بندرت ثالثه را استعمال کنند و مدت کمتر
از ثانیه را باعشار ثانیه ضبط کنند

مدت یکدور حرکت طبیعی انتقالی زمین را در حول آفتاب سال شمسی گوئیم و طول این مدت قریب
۳۶۵ روز و ربع است و مدت یکدور حرکت انتقالی ماه را از وضع معینی که با آفتاب داشته
باشد تا معاودتش را بهمان وضع ماه هلالی گوئیم و آن تا چهار ماه هلالی ممکن است سی روز بیش و زیاد
و زیادت نه و تا سه ماه متوالی ۲۹ روز ۲۹ روز باشد و زیادت نه و طول اوسط آن مدت
۲۹ روز ۱۲ عت ۴۴ قه و کسری است و مدت دوازده چنین دوره را سال قمری گوئیم و آن ۳۵۴ روز
و هشت ساعت و کسری است و اختلافش با سال شمسی قریب ۱۱ شبانروز و ربع است
برای تقدیر زمان در این عصر سه نوع تاریخ مستعمل است اول تاریخ هجری که حضرت پیغمبر صلی الله علیه و آله
از مکه معظمه بمدینه طیبه هجرت فرمودند و آن مطابق است با سال ۶۲۲ مسیحی
سنین این تاریخ قمری است و مبدا از ماه محرم است و منجمان در حساب ماههای این سال را
بترتیب ۳۰ روز و ۲۹ روز گیرند از استقرار

جمادی الآخر	جمادی الاولی	ربیع الثانی	ربیع الاول	صفر	محرم
۲۹	۳۰	۲۹	۳۰	۲۹	۳۰
ذیحجه	ذیقعده	شوال	رمضان	شعبان	رجب
۲۹	۳۰	۲۹	۳۰	۲۹	۳۰

واکنون که مشغول تحریر این کتاب میباشیم سال ۱۲۸۱ هجریست

دوم تاریخ جلالی است منسوب بسلطان جلال الدین مبداش در عصر او بوده است مطابق با سال ۴۷۱ هجری و سنین این تاریخ شمسی است و اوّل سال روز اعتدال ربیعی است اوّل بهار و ماههایش را سی روز گیرند و پنج روز در آخر سال باسم خمسه مسترقه بیفزایند و از بابت کسور سال در هر سی و سه سال ۸ روز بر خمسه اضافه کنند و آن سال را کبیسه گویند و اسامی ماههای این است

فروردین	اردیبهشت	خرداد	تیر	مرداد	شهریور
۳۰	۳۰	۳۰	۳۰	۳۰	۳۰
مهر	آبان	آذر	دی	بهمن	اسفندارمذ
۳۰	۳۰	۳۰	۳۰	۳۰	۳۰

خمسه مسترقه ۵ واکنون سال ۸۷۱ جلالی است

سوم تاریخ مسیحی است مبداش روز میلاد حضرت مسیح است و طول سال شمسی گیرند و سال رسمیشان ۳۶۵ روز است بی کسر و از بابت رفع باقی در هر چهار سال یکروز بر ۳۶۵ بیفزایند

و چنین سال ۳۶۶ روزه را کبیسه گویند و چون سال شمسی تحقیقی قریب $\frac{1}{130}$ کسر شبانروز کمتر از ۳۶۵ روز و ربع است لهذا در صورتیکه سال را ۳۶۵ روز و ربعی گیریم در هر ۱۳۰ سال یکروز بسبب اجتماع کسور زیاده محسوب داشته ایم و بجهة رفع این غلط در هر دورهٔ چهار صد ساله سه روز حذف کنند از اینقرار سالهائی که عدد شان منتهی شده باشد بدو صفر اگر بعد از وضع آن دو صفر ارقام باقی قابل قسمت باشند بر ۴ کبیسه نخواهد بود و بنا بر این هر سال که عددش قابل قسمت باشد بر ۴ کبیسه است جز آن سالهائیکه استثنا نمودیم مثلا سال ۱۸۶۴ کبیسه بود و ۱۸۶۵ و ۱۸۶۶ و ۱۸۶۷ و ۱۷۰۰ و ۱۸۰۰ و ۱۹۰۰ کبیسه نیستند و سال ۲۰۰۰ کبیسه خواهد بود

این قانون در جمیع دول مسیحیان مستعمل است جز در روسیه ایشان در هر چهار سال یکروز کبیسه میکنند

عقب ۲

ولهذا تاکنون ۱۲ روز اختلاف واقع شده است میان تاریخ ایشان و تاریخ مسیحی عام بعد از آن و در هر
چهارصد سال سه روز بر اختلاف بیفزاید ولهذا تاریخ مسیحی را اغلب باین طریق نویسند
۴ مه / ۱۶ مه یعنی روز چهارم ماه مه روسی و ۱۶ ماه مه فرانسه و سایر
سال را بر دوازده قسمت نموده اند نامهای آنها و عدد ایام آنها ازین قرار است

ژانویه	فوریه	مارس	اوریل	مه	ژون	ژوئیه
۳۱	۲۸	۳۱	۳۰	۳۱	۳۰	۳۱

اوت	سپتامبر	اکتبر	نوامبر	دسامبر
۳۱	۳۰	۳۱	۳۰	۳۱

ماه فوریه در سالهای رسمی ۲۸ روز است و در سالهای کبیسه ۲۹ روز و مبدأ
سال این تاریخ قریب ۸۰ روز پیش از عید نوروز و اول بهار است و اوقات تحریر این
کتاب بتاریخ مسیحی ۱۸۶۵ است

درقسمت محیط دایره

۲۳۳ محیط دایره را بر ۳۶۰ جزو متساوی قسمت کرده اند و هر جزو را درجه
گویند و درجه را بر ۶۰ دقیقه و دقیقه را بر ۶۰ ثانیه و قوس کوچکتر از ثانیه را باعشار
ثانیه ضبط کنند

درجه و دقیقه و ثانیه بدو نوع علامت نموده شود مثلا ۳۴ درجه ۲۹ دقیقه ۲۴ر۴۳
ثانیه را باینصورت بنمایند ۲۴ر۴۳ ثانیه ۲۹ دقیقه ۳۴ درجه یا باینصورت ۲۴ر۴۳″ ۲۹′ ۳۴°
وقوس ۹۰ درجه را ربع محیط گویند
اوقات وضع سیستم متریک ربع محیط را بر ۱۰۰ جزو قسمت نموده اند و هر کدام را
من باب اختصار درجه رتبه خوانند و هر رتبه را بر ۱۰۰ دقیقه و دقیقه را بر ۱۰۰ ثانیه
از قسمت جدید جمیع قوسها را میتوان بعد اعشار رتبه نوشت چنانچه
۱۹ رتبه ۳۷ دقیقه ۸۷ ثانیه را چنین نویسیم ۸۷ ۳۷ و ۱۹ رتبه ولی این نوع قسمت

اختیار شده وقسمت قدیم را نظر بمخارجی که دارد بر آن ترجیح دادند

عدد ۹ الیور ۱۵ ثنو ۸ ثلث و عدد ۱۹ عب ۴ قهم ۱۵ ینه و عدد ۷ عا ۸ جه ۳۸ قه ۴۲ ینه

و امثال آن‌ها را اعداد مقید گوئیم و اعمال در این نوع اعداد جداگانه است و مرکب چنانچه در خصوص مقیاسهای ایران ذکر شد و چندان استعمال نشوند جز در خصوص تقسیم زمان و تقسیم محیط دایره و ما اینجا چند مثال آوریم

مثال دوم

°	′	″
۳۷	۲۸	۴۳
۱۹	۳۱	۴۱
۲۴	۷	۳۹
	۴۳	۱۷
۸۱	۵۱	۲۰

مثال اول

۲۷	۷	۲۴	۳۷
۹	۸	۴۳	۵۳
۳۷	۱۸	۳۱	۴۲
	۱۳	۱۹	۵۲
۷۵	۰	۰	۴

شرح مثال اول ابتدا از ثانیه میزان ستون اول ۱۴ است ۴ را نوشتیم ۱ را محفوظ داشتیم حاصل ستون دوم با اضافه واحد محفوظ ۱۸ عشرات ثانیه است و آن معادل است با ۳ برابر ۶ عشره ثانیه یعنی با ۳ دقیقه پس صفری نوشتیم و ۳ را محفوظ داشتیم و همین طور پیش رفتیم تا آخر

شرح مثال دوم میزان ستون اول ثوانی ۲۰ شد صفر را نوشتیم ۲ را محفوظ داشتیم حاصل ستون دوم ۱۴ شد چهارده عشرات ثانیه و مرتبه شش عشره مندرج است یعنی ۲ دقیقه باضافه ۲ عشرات ثانیه که نوشته شد و محفوظ ۲ ماند برای ستون بعد

بنا بر این قاعده لازم شد که عدد ثوانی او دو قایق میزان انبویسیم و قسمت کنیم بر ۶۰

مثال تفریق

مثال دوم

°	′	″
۲۴	۱۹	۴۲
۱۳	۳۷	۲۴
۱۰	۴۲	۱۸

مثال اول

۱۹	۱۸	۱۴
۷	۱۲	۳۷
۱۲	۵	۳۷

شرح عمل همان است که در خصوص جمع ذکر شد در مثال اول میگوئیم ۷ از ۱۴ باقی ۷
و از ۳ : ۴ چون ۴ از ۱ تفریق نمیشود آنرا از ۶۱ تفریق کردیم بعد از آنکه یک دقیقه
۶ عشرات دقایق اضافه نمودیم ۴ از ۷ باقی ۳ بعد از آن تجاوز کردیم سوی
ساعات او ۲ میشود ۳ ۳ از ۸ باقی ۵

در عمل ضرب اگر مضروب و مضروب فیه زیاده از یک رقم باشند عمل ضرب قدری مفصل میشود
چنانچه سابق ذکر شد و اگر صاحب یک رقم باشد شبیه است بجمع

مثال ۱۹° ۳۷′ ۴۳″

۷

۱۳۷° ۲۴′ ۱″

ابتدا از یمین میگوئیم ۷ مرتبه ۳ : ۲۱ : ۱ واحد را مینویسیم و ۲ را محفوظ میداریم
و بعد ۷ مرتبه ۴ : ۲۸ ۲ + ۲۸ : ۳۰ ۳ عشرات ثوانی است یعنی ۵ دقیقه صحیح صفر مینویسیم
و ۵ دقیقه را محفوظ میداریم و هکذا تا آخر

اگر مضروب فیه عوض ۷ عدد مرکب میشود مثلاً ۳۹ میبایست ۴۳″ را در آن
ضرب کنیم و حاصل را بر ۶۰ قسمت نمائیم و باقی را در موضع ثوانی بنویسیم و خارج
قسمت را که از دقایق است محفوظ بداریم تا اضافه نمائیم بحاصل ضرب ۳۷′ در ۳۹
و همچنین نتیجه را قسمت کنیم بر ۶۰ و پیش رویم تا آخر

اگر در چنین اعمال عدد مرکب را تحویل نمائیم بواحد مرتبه پست تر عمل منجر میشود باعداد
صحاح ولی چندان آسانتر نیست

و قاعده قسمت را سابق ذکر نمودیم در عدد مقید بر مطلق مانند ضرب باید از مرتبه اعلی
شروع نمود

مسئله چند در اعداد ستینیه مرکب

۲۳۴ تاجری موازی ۳۳۴ متر قماش را از قرار متری ۲۰ر۴۷ فرنک فروخت و ۲۲۴ متر را از قرار ۲۳ر۴۵ فرنک و ۲۴ متر را از قرار ۵۰ر۱ فرنک و ۴۱ متر را از قرار ۲۵ر۱ فرنک و ۱۸ متر را از قرار ۷۵ر۱ فرنک حال میخواهیم بدانیم که بهمه جهة چند فرنک عاید او شده است جواب ۱۴۳۹۹ر۴۵ فرنک

۲ عطاری ۴۴ هکتولیتر روغن کرچک را از قرار لیتری ۷۵ر۰ فرنک خرید و ۲۵ر۴۶ کیلوکرم شکر را از قرار ۷۵ر۱ فرنک و ۵۲۰ر۱۵ کیلوکرم فلفل را از قرار ۷۵ر۳ فرنک و بعد روغن را از قرار لیتری ۹۰ر۰ فرنک فروخت و شکر را از قرار کیلوکرمی ۹۵ر۱ فرنک و فلفل را از قرار هکتوکرمی ۴۵ر۰ فرنک پس منفعت او در این معامله چه بوده است جواب ۵۹ر۳۱ فرنک

۳ تاجری ۸۰ عدل آب نارنج خرید که هر عدل ۱۲۰ لیتر بود ۵۰ فرنک و کرایه ۶ فرنک و کمرک ۴۵ر۳۰ فرنک و حق العمل ۴۵ر۷ فرنک و کرایه منزل ۷۵ر۱ فرنک حال اگر هر لیتر را بمبلغ ۹۵ر۰ فرنک بفروشد منفعت او چه خواهد بود و وزن جمیع چه قدر است بنا برآنکه وزن هر هکتولیتر آب نارنج ۱۵۰ر۹۸ کیلوکرم باشد و وزن هر صندوق با شیشهایش ۲۵ کیلوکرم جواب منفعت ۱۴۶۸ فرنک و وزن ۴ر۱۱۴۲ کیلوکرم

۴ خواستند زمین عمارتی را از کاشی فرش کنند و مساحتش باین تفصیل بود اولا ۴ متر مربع ۱۲ دسیمتر مربع ۴ سانتیمتر مربع ثانیا ۸ متر مربع ۱۴ دسیمتر مربع ۲ سانتیمتر مربع ثالثا ۹ متر مربع ۴ دسیمتر مربع ۵ سانتیمتر مربع رابعا ۷ متر مربع ۳ دسیمتر مربع ۴۵ سانتیمتر مربع حال میخواهیم بدانیم که تمام مساحت عمارت چیست و از قرار متر مربعی ۷۵ر۵ فرنک چه مبلغ صرف این عمل میشود جواب مساحت کل ۲۸ متر مربع

۳۳ دسیمتر مربع ۱۴ سانتیمتر مربع و خرج ۹۳ر۲ ۲۴ فرنک

۵ میخواهیم مبلغ ۳۰ سو و زن طلای انگلیسی ۳ کرون ۱۳ شیلینگ را بفرنک تحویل کنیم
جواب ۸۱ و ۷۸۸ فرنک (رجوع کنید بجدول خاتمه)

۶ میخواهیم مبلغ ۱۳ دوکا ۲ تالر ۷ سیلبر گرد از پول پروس را تحویل کنیم بفرنک جواب
۲۴ر۱۶۲ فرنک

۷ وزن صندوقی مملو از پول ۳۴ر۱۲۰۷ کیلوگرم است و وزن صندوق خالی ۵۷۸۴ر
کیلوگرم و وزن مجموع پولهای ۵ فرنکیش ۸۰٫۶۲۵ کیلوگرم است و عدد پولهای
دو فرنکی ۲۰۰۰ و عدد یک فرنکی ۱۰۰۰ و وزن پولهای برنج ۸۰۰ر۳ کیلوگرم و مابقی
پول طلای ۲۰ فرنکی است حال مطلوب عدد پولهای ۵ فرنکی و ۲۰ فرنکی است جواب
پول ۵ فرنکی ۲۲۰۱ عدد و ۲۰ فرنکی ۴۹۰ ۴ عدد

۸ وزن ظرفی پر از آب ۲۴۵ر۵ کیلوگرم است و مطلوب وسعت است بحسب دسیمتر
مکعب بنا بر آنکه میدانیم وزن ظرف خالی ۵ ر۱۴ کیلوگرم است جواب ۳۹ دسیمتر مکعب
۱۰۰ سانتیمتر مکعب

۹ از ۱۸ متر مفتول آهن باید قلمها ساخت که طول هر کدام ۵ ر۳۲ سانتیمتر باشد حال مطلوب
عدد و قلمهای قلم است جواب ۴۶

۱۰ وزن مجموع پولهای کیسه ۵۰ر۲۱۸ کرم است و در آن کیسه هر چند ممکن بوده اول پول
۵ فرنکی ریخته بعد دو فرنکی و یک فرنکی و ۵۰ر۰ فرنکی و ۲۰ر۰ فرنکی حال
مطلوب عدد این پولهاست از هر نوع جواب ۵ فرنکی ۸ قطعه ۲ فرنکی یک قطعه
یک فرنکی یک قطعه نیم فرنکی یک قطعه خمس فرنکی یک قطعه

تعریف کثافت جسم عبارتست از وزن یک سانتیمتر مکعب از آن جسم است بحسب گرم در فضای خالی از هوا

وکثافت آب دریا ۱٫۰۲۶۳ است مطلوب وزن آبی است از دریا که ریخته باشند در ظرفی که گنجایشش ۳ هکتولیتر ۴۵ لیتر ۴۵ سانتی لیتر باشد جواب ۳۵۴٫۶۵۳۵ کیلوگرم (رجوع کنید بحاشیه در مسائل منحله)

۱۱ کثافت آهن گداخته این است ۷٫۸۸ را مطلوب حجم گلوله است که ۲۴ کیلوگرم وزن داشته باشد بحساب سانتیمتر مکعب جواب ۳۰۸۱ سانتیمتر مکعب

۱۲ بر فرض اینکه حجم وزن آب ۷۷۵ برابر وزن هواست در صفر درجه حرارت بفشار هوائی رسمی مطلوب وزن یک دسیمتر مکعب هوا است جواب ۱٫۲۹۸۷۱ گرم

۱۳ کثافت مس این است ۸٫۸۵ و طلای سفید ۲۱٫۵۳ و از خارج میدانیم که چون جسم را درهوا وزن کنیم معادل وزن هوائی که در حجم آن جسم داشته باشد از وزن مطلوب جسم مذکور کاسته میشود حال مطلوب وزن حقیقی یک کیلوگرم مس است و وزن یک کیلوگرم طلای سفید جواب وزن حقیقی مس ۹۹۹٫۸۵۳ گرم و وزن حقیقی طلا ۹۹۹٫۹۴ گرم

۱۴ وزن یک لیتر آب بچهار درجه حرارت یک کیلوگرم است مطلوب وزن یک لیتر آب ۳۰ درجه حرارت است بنابر آنکه بدانیم حجمش در حرارت ثانی ۱٫۰۰۱۷۵ را برابر میشود نسبت بحجم اول جواب ۰٫۹۹۸ کیلوگرم

۱۵ چه قدر است وزن یک لیتر آب ۳۰ درجه بنابر آنکه بدانیم حجمش باین حرارت ۱٫۰۰۴۳۷ را برابر میشود نسبت بچهار درجه جواب ۰٫۹۹۵ کیلوگرم

۱۶ بر فرض اینکه قیمت وزن یک سکه سیستم متریک ۱۵٫۵ مرتبه بیشتر است از نقره است و وزن پول برنج ۲۰ برابر طلااست حال مطلوب وزن ۱۰۰۰ فرنک پول طلا است و اینکه چند قطعه ۲۰ فرنکی باید تا یک کیلوگرم وزن کنند و اینکه چه قدر است وزن ۱۲۵ فرنک پول برنج جواب اول ۳۲۲٫۵۸ گرم جواب دوم ۱۵۵ قطعه

جواب سوم ۱۲٫۵ کیلوگرم

۱۷ در آن چند قطعه پول طلا که مبلغ ۸۴۰۰ فرنک قیمت داشته باشد چه قدر مس ممزوج است جواب ۲۲٫۵۸۴ کرم

۱۸ موازی چه قدر طلای خالص ممزوج است در ۴۸۵ قطعه پول ۴۰ فرنکی
جواب ۵٫۶۵ ۴۳ کیلوگرم

۱۹ موازی چه قدر نقره خالص موجود باشد در آن ساختی که مرکب باشد از ۲۷۵ قطعه پول ۵ فرنکی و ۳۷۵ قطعه پول ۲ فرنکی و ۸۹۶ قطعه پول یک فرنکی · جواب ۱۵٫۰۵۲۵ کیلوگرم

۲۰ قطر صغر پول ۵ فرنکی ۳۷ میلی متر است و مخارج داخلی دولت فرانسه در سال ۱۸۴۵ مسیحی ۱۳۷۲۵۳۸۱۴۰ فرنک بوده حال میخواهیم این مبلغ را از پول ۵ فرانکی یکی بعد از دیگری بعکس هم بر خطی افقی بچینیم و بدانیم طولش بحسب لیوء چهار کیلومتری چه قدر است و مرتبه آنها را بروی همدیگر بطور ستون بچینیم و بدانیم ارتفاعش چه قدر است بنا بر اینکه ثخن هر قطعه پول ۰۰۲۵ ر۰ متر باشد
جواب طول ۲۵۳۹٫۲ لیوء ارتفاع ۸۷ ر۱۷۱ لیوء
و اگر حمل هر قاطر ۲۲۵ کیلوگرم باشد چند راس قاطر برای حمل و نقل آنها باید
جواب ۳۰۵۰۰ راس قاطر

۲۱ میخواهیم وزن را بحسب ساتیم معلوم کنیم اول در قطعات پول نقره و دوم در قطعات پول طلا رجوع کنند به (۲۲۳)

از اول ژانویه ۱۸۳۵ مسیحی (اواخر شعبان ۱۲۵۰) قرار دولتی بر این شد که برای سکه زدن یک کیلوگرم طلا ۹۰۰ ر۰ عیار صرف نظر از کسر عمل ۶ فرنک بدهند و پس از اول اکتبر ۱۸۴۹ (اواسط ذیقعده ۱۲۶۵) نیز مقرر شد که مبلغ ۵۰ را فرنک حق سکه زدن یک کیلوگرم نقره ۹۰۰ ر۰ عیار باشد

و نیز قرار بر این است که انواع مسکوکات دول مختلفه و آلات طلا و نقره را که بخواهند در ضرابخانه
دولتی فرانسه با نقد معاوضه کنند اول وزن کنند بعد از آن از روی آن وزن و عیار مشخص
قیمت مطلقه آن اشیاء را معلوم میکنند و آنوقت از روی این قیمت بحسب وزن خالص
و نرخ سابق حق السکه را تشخیص میکنند تفاضل قیمت رسمی آن پولها و آلات است که میخواهند با
پول فرانسه معاوضه کنند

حکم معتبر در اول اکتبر ۱۸۴۹ (اواسط ذیقعده ۱۲۶۵)

		قیمت مطلق	قیمت رسمی در معاوضه
یک کیلوگرم طلا	خالص	۳۴۴۴,۴۴ فرنک	۳۴۳۷,۷۸ فرنک
عشر مسکوک	بعیار ۰,۹۰	۳۱۰۰	۳۰۹۴
یک کیلوگرم نقره	خالص	۲۲۲,۲۲ فرنک	۲۲۰,۵۶ فرنک
عشر مسکوک	بعیار ۰,۹۰	۲۰۰	۱۹۸,۵۰

۲۲ حال میخواهیم بدانیم که موازی ۵۱۷,۲۵ گرم طلا را بالعیار ۰,۹۸۴ در ضرابخانه
چند فرنک نقد میدهند جواب ۱۷۴۹,۷۴ فرنک

۲۳ موازی ۱۳۸۷,۲۰ گرم نقره بعیار ۰,۸۷۶ چه مبلغ قیمت دارد
جواب ۲۷۰,۰۴ فرنک

در قراردادهای دولتی دو نوع عیار برای آلات نقره مشخص است و سه نوع برای آلات طلا و در
دو نوع اول تا ۵ هزارم تقریب مسامحه را جایز دانسته اند
و در سه نوع اخیر تا ۳ هزارم عیار نوع اول نقره ۰,۹۵۰ است
و عیار نوع ثانی ۰,۸۰۰ و عیار نوع اول طلا ۰,۹۲۰ و عیار نوع دوم ۰,۸۴۰
و عیار نوع سوم ۰,۷۵۰ بعد از این مقدمه باید مسائل ذیل را حل نمود

۲۴ موازی چه قدر نقره خالص موجود باشد در ۲,۴۵۶ کیلوگرم نقره عیار اول و قیمتش

در ضرابخانه چیست جواب وزن نقره ۲٫۳۳۳۳ کیلوگرم و قیمت ۱۴۵۹٫۵ فرنک

۲۵ موازی چه قدر نقرهٔ خالص موجود است در ۵٫۵۴۵ کیلوگرم نقره معیار دوم و چه مبلغ باشد قیمت آن جواب وزن ۴۳٫۴۴۸ کیلوگرم قیمت ۸۵۹۹٫۴۷ فرنک

۲۶ موازی چه قدر طلای خالص موجود است در ۸۴ گرم طلای معیار دوم و قیمتش چیست
جواب وزن ۷۶٫۴ گرم و قیمت ۲۶۳٫۵۴ فرنک

۲۷ چه مبلغ باشد قیمت یک قاشق طلای معیار دوم بنابراینکه وزنش ۱۱۵٫۷۴ گرم باشد
جواب ۳۳۴٫۸۳ فرنک

۲۸ چه مبلغ است قیمت ظرفی از طلای معیار سوم بنابراینکه وزنش ۵۰۲٫۸۳۰ گرم باشد
جواب ۱۵۰۵٫۴۵ فرنک

۲۹ حق مهر دولتی در آلات نقره بازاء هر کیلوگرم یک فرنک است باضافه یک عشر (این اوقات عشر دیگر افزوده‌اند و از این قرار حق مهر بهمه جهة در هر کیلوگرم ۱٫۲۰ فرنک میشود و در هر کیلوگرم طلا ۴۴ فرنک) و مطلوب حق مهر ظرف نقره است که ۲۵۶۹ گرم وزن داشته باشد جواب ۳٫۲۸ فرنک

۳۰ حق مهر دولتی آلات طلا در هر کیلوگرم مبلغ ۲۰ فرنک باضافه یک عشر مطلوب حق مهر ظرف طلائی است بوزن ۵۶۷ گرم جواب ۱۲۴٫۷۴ فرنک

تتمه در این اوان که اوقات سال ۱۲۸۸ هجری است جنگی عظیم مابین دولت پروس و دولت فرانسه واقع شد فرانسه مغلوب گشت از جمله وجوه مصالحه یکی این شد که دولت مغلوب مبلغ پنج میلیار فرنک که هزار هزار هزار قطعه فرنک باشد بدولت پروس بدهد حال میخواهیم بدانیم که این مبلغ از پول فرنک و از قران ایران با در چند ذرع مکعب می گنجد سابق ذکر شده که فرنک پول نقره است معادل با قران

وبحیب وزن قریب ۲۵ نخود و قطرش ۲۳ میلی متر و ثخنش اندکی بیشتر از میلیمتر و چه مصالح معادل میشود با یکهزار کرور پول سفید رواج ایران حال چون از این فرنک منظم پهلوی هم یکی بجنب هم بنهیم در یکذرع طول ۴۵ قطعه اش میگنجد و در یکذرع عرض نیز ۴۵ از این قرار در ذرع مربع ۲۰۲۵ قطعه و در یکذرع ارتفاع که بر روی هم یکدیگر چیده شود ۸۹۹ عدد میگنجد پس در یکذرع مکعب دو کرور و ۱۸۲۰۰۰۰ عدد فرنک میگنجد یعنی یکصد و هشتاد و دو هزار تومان پول سفید فرانسه و یکهزار کرور در ۲۷۴۷ ذرع مکعب میگنجد و آن معادل است با ۵۰ ذرع طول در ۵۰ ذرع عرض در یکذرع و دو کره ارتفاع و اما قران چون قیمت و وزن و قطر و ثخن و عیارش ثابت و مشخص نیست نمیتوان آن را بدقت معلوم کرد ولیکن بتقریب در یکذرع طول ۴۶ قطعه اش میگنجد و در یکذرع عرض نیز ۴۶ و در یکذرع مربع ۲۱۱۶ قطعه و از همین نوع قران چون بر روی هم یکدیگر چیده شود بارتفاع یکذرع ۳۷۸ قطعه میگنجد پس در یکذرع مکعب قریب یکهزار هزار و پانصد و نود و هفت هزار قطعه قران یعنی یکصد و پنجاه و نه هزار و هفتصد تومان قران میگنجد

و از این قرار یکهزار کرور تومان در ۳۱۲۵ ذرع مکعب و آن ۵۰ ذرع طول در ۵۰ ذرع عرض در یکذرع و چارک ارتفاع است

باب هفتم

در استخراج اضلاع اول

درخصوص مجذورات و مجذور (درس ۲۳)

۲۳۵ مجذور عدد یا قوت دوم او مراتب عبارت از حاصل ضرب آن عدد است در نفس خود

مثال مجذور عدد شش این است ۶×۶ یا ۳۶ و آن را باین صورت بنمائیم ۶²

جذر عدد عددی دیگر است که چون مجذورش کنند حاصل مساوی شود با عدد مفروض

مثال جذر ۳۶ عدد ۶ است و جذر $\frac{۹}{۱۶}$ عدد $\frac{۳}{۴}$

جذر عدد را باین صورت مینمائیم $\sqrt{۳۶}$ و $\sqrt{\frac{۹}{۱۶}}$

هرگاه عددی مجذور عدد صحیح یا عدد کسری باشد آنرا مجذور تام گویند

مجذورات اعداد متوالیه از ۱ تا ۱۰ را باید همیشه در خاطر داشت و اینها است

اعداد	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
مجذورات	۱	۴	۹	۱۶	۲۵	۳۶	۴۹	۶۴	۸۱	۱۰۰

در ترکیب مجذور مجموع دو عدد

۲۳۶ مجذور مجموع دو عدد مرکب میشود از مجذور یکی از آن دو عدد با اضافه ضعف حاصل ضرب آن عدد در عدد دیگر با اضافه مجذور عدد دیگر

مثال ۳۴۷ = ۳۴۰ + ۷ و از قرار تعریف مجذورش میکنیم

$$\begin{array}{r} ۳۴۰+۷ \\ ۳۴۰+۷ \\ \hline ۳۴۰^۲+۳۴۰\times ۷ \\ +۳۴۰\times ۷ \quad +۷^۲ \\ \hline \end{array}$$

$$(۳۴۰+۷)^۲ = ۳۴۰^۲ + ۲\times ۳۴۰ \times ۷ + ۷^۲$$

از روی این عمل حکم مبرهن شد و شرحش این است اول ضرب کردیم ۳۴۰ + ۷ را در ۳۴۰ و حاصل مرکب شد از ۳۴۰ × ۳۴۰ یا $۳۴۰^۲$ باضافه ۳۴۰×۷ یا ۷×۳۴۰ و بعد ضرب کردیم ۳۴۰ + ۷ را در ۷ و حاصل مرکب شد از ۳۴۰×۷ باضافه ۷×۷ یا $۷^۲$ و آخر این سه جمله را باهم یکجا جمع کردیم

۲۳۷ پنجم مجذور عدد صحیحی که مرکب باشد از عشرات و آحاد مثل این عدد ۳۴۰+۷ = ۳۴۷ مساویست مجذور عشرات باضافه مضاعف حاصل ضرب عشرات در آحاد باضافه مجذور آحاد

۲۳۸ ششم ... دو جزو از این اجزاء سه گانه منتهی شوند بصفر و جزو سوم ۴۹ پس مجموع آنها منتهی میشود در قسم ۹ از این عدد و لهذا این حکم استنباط میشود مجذور عدد صحیح هایشه منتهی است باین رقم که مجذور آحادش منتهی شده و چون نظر کنیم مجذورات اعداد متوالیه از ۱ تا ۱۵ معلوم میشود که هیچکدام منتهی نشده است بارقام ۲ و ۳ و ۷ و ۸ پس بترکیب این حکم و قضیه مذکوره چنین نتیجه میشود که عدد صحیحی که رقم آحادش یکی از این ارقام ۲ و ۳ و ۷ و ۸ باشد مجذور عدد صحیحی نیست

۲۳۹ تفاضل مابین دو مجذور دو عدد صحیح متوالی مساوی است با مضاعف عدد کوچکتر باضافه واحد

مثال در دو عدد ۶ و ۷ (۲۳۶) $(6+1)^2 = 6^2 + 2\times6\times1 + 1 = 7^2$

پس $7^2 - 6^2 = 2\times6+1$

و از این قرار مابین دو عدد 6^2 و 7^2 (یعنی ۳۶ و ۴۹) آن دوازده عدد ۳۷ و ۳۸ و غیره هیچکدام مجذور عدد صحیح نیست مثال ۴۲ مجذور هیچ عدد صحیح نیست چونکه عددی که ۴۲ مجذورش باشد واقع است مابین ۶ و ۷

بحکم کلی هر عدد صحیحی مثل n که مجذور عدد صحیحی دیگر باشد در سلسله تالیش n² عدد صحیح مندرج است که هیچکدام مجذور عدد صحیح نیستند و از این قرار اکثر اعداد صحاح مجذور اعداد صحاح دیگر نیستند

۲۴۰ هرگاه جذر عددی صحیح مثل ۴۲ صحیح نشد با عدد کسری نیز نخواهد بود

برهان آن عدد کسری که جذر ۴۲ باشد چون مجذور شود بنهایت مساوی شود با ۴۲ و هرگز چنین نخواهد شد چونکه هر عدد کسری ٔ العدد از تحیس بتوان تحویل نمود بکسر غیر ممکن التحویل و سابق در (۱۳۸) ذکر شد که مجذورات تا سایر قوا کسور غیر ممکن التحویل کسور هم باشند غیر ممکن التحویل

پس $\sqrt{۴۲}$ را عدد اصم گوئیم یعنی عددی که با واحد هیچ نسبت و مقیاسی مشترک ندارد و جذر چنین اعداد را نتوان استخراج کرد مگر بتقریب

۳۴۱ دو حکم ثابت کردنی است حکم اول مجذور حاصل ضرب چندین عامل مساوی است با حاصل ضرب مجذورات ان عاملها حکم دوم شرط مجذور بودن عددی که بعاملهای اول خود تفصیل شده باشد این است که نمایندهای ان عاملها همگی زوج باشند

در استخراج جذر اعداد صحاح

۳۴۲ در وقت استخراج جذر عدد صحیح غالب آنست که نمیدانیم که آن عدد مجذور تام هست یا نه پس نظر باینکه قاعده کلیه در هر دو حالت جاری شود باید ابتدا مقصود ما معلوم کردن بزرگترین عدد صحیحی باشد که مجذورش از عدد مفروض تجاوز ننماید بنابراین فرض اگر آن عدد مجذور تام باشد جذر حقیقیش بدست می آید و اگر چنین نباشد جذر آن عدد تا کمتر از یک واحد بتقریب معین میشود

۳۴۳ بطور کلی جذر عدد تا کمتر از واحد بتقریب عبارتست از بزرگترین عددی که مجذورش از عدد مفروض بگذرد و تجاوز نکند

مثال جذر ۴۲ تا کمتر از واحد ۶ است

در استخراج جذر دو حالت اتفاق می افتد اول آنست که عدد مفروض کوچکتر از ۱۰۰ باشد

یا از ۱۰۰ ودوم آنکه بزرگتر باشد

۲۶۴ حالت اول عدد مفروض کوچکتر است از ۱۰۰ مثال مطلوب جذر ۵۴ است

دراینحالت باید رجوع نمود بسطر مجذورات اعداد از ۱ تا ۱۰ (و بهتر است که آنها را بخاطر داشته باشیم) ومعلوم کرد کدام است بزرگتر مجذوریکه در آن عدد مندرج شود اینجا ۴۹ است وجذرش ۷ پس میگوئیم که ۷ جذر ۵۴ است تا کمتر از واحد تقریب

۲۶۵ حالت دوم عدد مفروض بزرگتر است از ۱۰۰

مثال میخواهیم جذر این عدد را ۴۲۵۷۵۲ استخراج کنیم (در ابتدای دلیل بنظر بتوضیح مطلب بهتر است که عددی فرض کنیم صاحب سه رقم چهار رقم مثل ۴۲۵۷ و بعد عددی بزرگتر فرض کنیم مثل ۴۲۵۷۵۲) جذر مطلوب اقلا دو رقم است چونکه عدد مفروض بزرگتر است

```
۴۲.۵۷.۵۲ | ۶۵۲
۳۶       |------
---------| ۱۲۵×۵
  ۶۵.۷   | ۱۳۰۲×۲
  ۶۲۵    |
---------|
  ۳۲۵.۲
  ۲۶۰۴
  -----
   ۶۴۸
```

از ۱۰۰ و اقلا دو عشره میشود چونکه مجذورش یعنی ۴ مایه مندرج میشود در ۴۲۵۷ مایه عدد مفروض و اقلا سه عشره میشود چونکه مجذورش ۹ مایه شامل میشود در ۴۲۵۷ مایه وهکذا و بعبارت اخری چون تکرار کلمه مایه را جایز نمیدانیم میگوئیم جذر مطلوب اقلا ۲ عشره است چونکه مجذورش ۴ شامل میشود در ۴۲۵۷ مایه عدد مفروض و اقلا سه عشره است چونکه مجذورش ۹ شامل میشود در همان عدد و اقلا ۴ عشره وهکذا و همین طور تکرار میکنیم تا برسیم به بزرگتر عدد صحیحی که مجذورش مندرج شود در ۴۲۵۷ (و بیان دقیق تر این است فرض میکنیم که آن اکثر عدد ۵ است باشد جذر مطلوب

این ۶۵ عشره را شامل نیست چونکه مجذور ۶۵ عشره یا ۴۲۲۵ مایه شامل میشود در ۴۲۵۷ مایه
لیکن ۶۴ عشره را شامل میشود چونکه مجذور ۶۴ یعنی ۴۰۹۶ اقلاً بقدر یکواحد بزرگتر است از
۴۲۵۷ و بنابراین ۴۰۹۶ مایه اقلاً بقدر یک مایه بزرگتر میشود از ۴۲۵۷ مایه
پس بزرگتر میشود از عدد مفروض که ۴۲۵۷ مایه باشد + ۵۲ واحد)
ولی نبایست از آن عدد تجاوز کند چونکه مجذور عدد ما بعدش اقلاً بقدر واحدی بزرگتر میشود از
۴۲۵۷ و آنوقت مجذور این عدد عشرات اقلاً بقدر یک مایه تجاوز میکند از ۴۲۵۷ مایه
و بنابراین از عدد مفروض که مرکب است از همان قدر مایات باضافهٔ ۵۲ واحد از این بیانات
چنین معلوم شد که عشرات جذر مطلوب بعدد آحاد بزرگتر عدد صحیحی است که مجذورش مندرج
میشود در ۴۲۵۷ یعنی بعدد آحاد جذر ۴۲۵۷ است تا واحدی تقریب پس این جذر را
استخراج کنیم

چون ۴۲۵۷ بزرگتر است از ۱۰۰ جذرش بزرگتر میشود از ۱۰ و چون دلیل مذکور را
اینجا تکرار کنیم زود معلوم میشود که عدد عشرات جذر ۴۲۵۷ مساوی است با جذر ۴۲
تا واحدی تقریب حال جذر ۴۲ را استخراج میکنیم بزرگتر مجذوری که مندرج در ۴۲ عدد
۳۶ باشد و جذرش ۶ است پس در جذر ۴۲۵۷ شش عشره مندرج است
و برای تحصیل آحادش میگوییم چون خود جذر مرکب میشود از ۶ عشره و از آحاد مطلوب
پس عدد ۴۲۵۷ (که حاوی مجذور آن جذر است) مرکب میشود از مجذور ۶ عشره
باضافهٔ مضاعف این ۶ عشره در آحاد باضافهٔ مجذور آحاد (۲۳۷) باضافهٔ باقی
مانده (در این موضع باقی مانده عبارت است از فضل ۴۲۵۷ بر بزرگتر مجذوری که
شامل میشود اگر مجذور تمام نباشد) جزو اول معلوم است و آن مجذور ۶ عشره است
یعنی ۳۶ مایه تفریق میکنیم آنرا از ۴۲۵۷ : ۳۶ مایه . از ۴۲ مایه باقی

میماند

بماند ٤ یا ٤ یا ٥٠٠ ٤ که با لحاظ ما ٥ و احاد این عدد ٦٥٧ میشود این باقی مرکب است از دو جزو
دیگر مربع جذر جزو اول که مضاعف حاصل ضرب ٤ عشره باشد در آحاد مطلوب مثل مضاعف
٤ عشره یا ١٢٠ عامل خود منتهی شود اقلا بیک صفر پس تمامش شامل میشود در ٥ ٤ عشره باقی
وچون قسمت کنیم این عشرات را بر عامل معلوم حاصل ضرب یعنی بر ١٢٠ خارج قسمت صحیح عامل
دیگر میشود یعنی رقم آحاد جذر مطلوب است بعینه یا واحدی بزرگتر (چونکه ٥ ٤ عشره ممکن است
شامل باشد نیز عشراتی را که از مجذور آحاد و از باقی حاصل شده باشد) وقسمت ٦٥ عشره ١٢
عشره منجر میشود بقسمت ٦٥ مطلق بر ١٢ است و خارج قسمت صحیحش ٥ است
برای امتحان رقم ٥ آحاد جذر مینویسیم آنرا در یمین ١٢ که مضاعف عشرات معلوم باشد
این عدد ترکیب میشود ٥ + ١٢٠ = ١٢٥ یعنی مضاعف ٤ عشره + ٥ ضرب میکنیم
١٢٥ را در ٥ و حاصل ضرب باین صورت میشود مضاعف ٤ عشره × ٥ + ٥ × ٥
وچون مضاعف ٤ عشره جذر ضرب شده در ٥ باضافه مجذور ٥ مجموع دو جزوی است که ملیات
شامل شود در ٦٥٧ اگر ٥ بعینه رقم آحاد جذر ٤٢٥٧ باشد این عدد ٦٢٥ = ٥ × ١٢٥
بایست از ٦٥٧ تفریق شود بنابراین ٥ بزرگ نیست موافق آمده مینویسیمش در یمین رقم
٤ عشره و ٦٥ جذر ٤٢٥٧ میشود تا واحد بتقریب (و در حقیقت از اعمال مذکور
چنین نتیجه میشود ٤٢٥٧ = ٦٥² + ٣٢ زیراکه ما از ٤٢٥٧ جدا جدا تفریق کرده ایم
٣٦٠٠ یا ٦٠² و بعد مضاعف ٦٠ × ٥ + ٥² را و حاصل مساوی است با (٦٠ + ٥)²
یا ٦٥² و در آخر باقی ماند ٣٢) چنانچه ابتدا مدلل شد ٦٥ جذر ٤٢٥٧ عدد عشرات
جذر مطلوب عدد ٤٢ ٥٧٥ ٤٢ است و میتوانیم از این عدد تفریق کنیم مجذور ٦٥ عشره
یعنی مجذور ٦٥ را باضافه دو صفر و چون این تفریق را بقاعده رسمی مجری داریم آن مجذور
واقع میشود تحت ٤٢٥٧ و از آن تفریق میشود و از سابق میدانیم که باقیش ٣٢ است

تفریق میشود باقی ٣٢ است

و دو صفر واقع میشود تحت ۵۲

و دراین موضع باقی ۲۵ است (رجوع کنید به صورت مثال) و چون مجذور ۶۵ عشره

تفریق میشود از ۴۲۵۷۵۲ باقی میماند ۳۲۵۲ و این باقی نیز مرکب میشود از دو جزء

مربع جذر مطلوب یعنی از حاصل ضرب مضاعف ۶۵ عشره در آحاد جذر با اضافه مجذور آحاد

جزو اولش فلان یعنی چون دلیلی را که درخصوص ۵ آحاد جذر ۴۲۵۷ ذکر شد

اینجا تکرار کنیم معلوم میشود که در تعیین آحاد جذر ۴۲۵۷۵۲ باید رقم ۲ یعنی باقی ۳۲۵۲

جدا کرده عدد عشرات یسار ۳۲۵ را قسمت کرد بر مضاعف جذر معلوم (یعنی بر مضاعف

۶۵ که ۱۳۰ باشد) خارج قسمت ۲ است این رقم را بطریق سابق امتحان میکنیم بنویسیمش

در یمین ۱۳۰ و ضرب میکنیم حاصل ۱۳۰۲ را در همین ۲ تا حاصل ضرب ۲۶۰۴ تفریق

میشود از ۳۲۵۲ و باقی میماند ۶۴۸ معلوم شد که رقم ۲ مطابق است مینویسیم آنرا

در یمین ۶۵ و نتیجه ۶۵۲ جذر ۴۲۵۷۵۲ است تا واحد تقریباً باقی ماند ۶۴۸

در استخراج جذر عدد ۴۲۵۷۵۲ دلیل ما را بانجا کشانید که دو رقم از یمین جدا کنیم

و جذر ۴۲۵۷ را جداگانه استخراج کنیم و بعد مقتضی شد که دو رقم از یمین عدد باقی

جدا کنیم و استخراج کنیم جذر ۴۲ را و ظاهر است که اگر عدد مفروض بیشتر از رقم

داشت دلیل میکشانید ما را باینکه از دو رقم یمینش جدا کنیم و باقی سمت یسار را

استخراج کنیم و از یمین آن نیز دو رقم جدا کنیم و همچنین پیش رویم تا آنکه باقی آخر سمت

یسار بیش از دو رقم نداشته باشد و چون دقت کنیم در اعمالی که برای استخراج

جذر مطلوب در مثال سابق مجری داشته ایم ظاهر میشود که قاعده کلیه در استخراج جذر از

قرار یست که ذکر میشود

۲۴۶۵ قاعده در استخراج جذر عدد صحیح ابتدا از یمین آن عدد را بقسمات

دو رقمی قسمت کنید و قطعهٔ نخستین ممکن نیست بیش از یک رقم باشد و بعد استخراج کنید جذر بزرگتر
مربع صحیحی را که شامل بشود در قطعهٔ یسار آنگاه در سمت یسار اول سمت یسار رقم مطلوب است یعنی از
در محل خود که همین عدد مفروض ما باشد بنویسید بعد از آنکه خطی قائم میان ب ب ... میان اینها
رسم نموده باشید

و مجذورش را از قطعهٔ اول سمت یسار تفریق کنید و در یمین باقی نقل کنید قطعه را که بلا فاصله
تالی طبقه باشد که جذرش استخراج شده و رقم اول سمت یمین این عدد را با علامتی جدا کنید
و جزو سمت یسار را قسمت کنید بر مضاعف رقمی که در جذر نوشته شد خارج قسمت صحیح بعینه
رقم دوم جذر است یا اندکی بزرگتر است و برای امتحان این رقم را در یمین مضاعف رقم
اول بنویسند و مجموع را ضرب کنید در همین رقم که میخواهید امتحان کنید و مجذورش باقی
مرکب با قطعهٔ تالی پس اگر تفریق حاصل از باقی ممکن بشود این رقم جذر موافق آمده و مینویسیمش در
یمین رقم اول جذر و اگر تفریق ممکن نشود واحدی از آن رقم میکاهیم و نوبت دیگر
امتحان میکنیم و همچنین تا آنکه تفریق ممکن بشود پس رقم اخیری را که در امتحان درست آمد
در یمین رقم اول جذر مینویسیم و در یمین باقی دوم قطعهٔ سوم عدد را فرود می‌آوریم
و یک رقم از یمین آن جدا میکنیم و جزو یسار را قسمت میکنیم بر مضاعف آنچه تاکنون در جذر
نوشته شده خارج قسمت بعینه رقم سوم جذر میشود یا اندک بزرگتر و برای امتحان رقم سوم
این رقم را در یمین مضاعف رقمی که در جذر مشخص شده و اکنون مقسوم علیه بود
و مجموع را ضرب میکنیم در رقم امتحان شده و حاصل را تفریق میکنیم از عدد مرکب از باقی دوم
و از قطعهٔ سوم و اگر ممکن نشود واحدی از آن میکاهیم و بعد امتحان میکنیم و به همین دستور العمل
رفتار میکنیم تا آنکه جمیع قطعات عدد مفروض نقل شوند و عدد ارقام جذر باید برابر باشد
با عدد قطعات عدد مفروض

تنبیه ممکن است چنین اتفاق افتد که در یکی از تقسیمات مفصله در این قاعده مقسوم قابل قسمت نباشد بر مقسوم علیه در صورت صحیحی در جذر مذکور بنویسیم باقی را با قطعه تالیش باقی جدید فرض میکنیم و در پیش قطعه دیگر از عدد مفروض نقل میکنیم و عمل را باتمام میرسانیم

اگر در مقام امتحان رقمی چنان گمان کنیم که میبایست یکمرتبه چند واحد از او کاست و بکاهیم آنوقت ممکن است که نتیجه کوچکتر از رقم مطلوب باشد و کلیه هر وقت باقی متعلق به رقمی بزرگتر شود از مضاعف جذر استخراج شده معلوم میشود که آن رقم کوچکتر است از رقم واقعی

چونکه در هر عمل جزو مخصوص فرض میکنیم که عدد مرکب باشد از همان چند قطعه که تا آن مقام استعمال شده و تالیش قطعه واقع نباشد پس فرض میکنیم در عمل سوم باشیم و قطعه استعمال شده باشد و در جذر دو رقم ۷۶ بدست آمده باشد در این صورت اگر باقی مساوی باشد با ۱ + ۲×۷۶

یا بزرگتر از آن باشد دلیل است بر اینکه عدد مرکب از آن دو قطعه مساوی میشود با ۱ + ۲×۷۶ + ۷۶^{2} یا

با (۱ + ۷۶) یا قدری بزرگتر است از آن پس باید در جذر اقلاً ۷۷ نوشت نه ۷۶

از آنچه گذشت معلوم میشود که اگر در آخر عمل چیزی باقی نماند آنچه استخراج شده جذر حقیقی عدد مفروض است و آن عدد مجذوری است تام

۲۴۶ امتحان در امتحان عمل جذر چون جذر استخراج شده را مربع کنید و بر حاصل باقی را اضافه نمائید نتیجه میبایست مساوی عدد مفروض شود ($ب + ج^{2} = ع$)

تنبیه چون عمل تفریق را بدستوریکه در خصوص قسمت گذشت مجری دارید قدری مختصر میشود و مثال (۲۴۵) را اینجا تکرار میکنیم

۴۳.۵۷.۵۲	۶۵۲
۶ ۵.۷	۱۲۵×۵
۳۲ ۵.۲	۱۳۰۲×۲
۶۴۸	

در مجذور و جذر کسور (درس ۲۴)

۲۴۷ مجذور کسر را بدین نحو حاصل میشود که صورت و مخرجش را جدا جدا مجذور نمائیم (رجوع کنید بحالت سوم ضرب کسور)

$$\left(\frac{5}{7}\right)^2 = \frac{5}{7} \times \frac{5}{7} = \frac{5^2}{7^2}$$

۲۴۸ در استخراج جذر کسور دو حالت اتفاق می افتد

حالت اول اینست که مخرج مجذور تام باشد در اینحالت باید جذر صورت را استخراج نمود حقیقی اگر ممکن باشد و الا تا واحد تقریبی بعد آن را بر جذر مخرج قسمت کرد (نظر کنید بمثال اول و دوم)

حالت دوم اینست که مخرج مجذور تام نباشد در اینصورت دو جمله کسر را ضرب کنید در عددی که مخرج را مجذور تام کند و قاعده سابق را در آن مجری دارید (نظر کنید بمثال سوم و چهارم)

اول راهی که بنظر رسد در مجذور تام نمودن مخرج این است که صورت را در مخرج ضرب کنید و مخرج را بدل کنید بمجذور خود آنوقت جذر صورت را استخراج نموده تقسیمش کنید بخود مخرج اول ولی اغلب ممکن است که مخرج را در عدد کوچکتر ضرب کرد و مجذور نمود (نظر کنید بمثال چهارم)

مضروب فیه مشترک در دو جمله کسر باید کوچکترین عدد ممکن باشد و هرگز نباید از مخرج بزرگتر شود

مثال اول $\sqrt{\frac{49}{81}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{81}} = \frac{7}{9}$

مثال دوم $\sqrt{\frac{237}{400}}$ در این مثال جذر ۴۰۰ درست ۲۰ است لیکن در استخراج جذر ۲۳۷ عدد ۱۵ صحیح بدست می آید با اضافه باقی مانده و ۱۵ را بر ۲۰ قسمت کرده کسر $\frac{15}{20}$ جذر $\frac{237}{400}$ است نه حقیقی بلکه تا $\frac{1}{20}$ تقریب یعنی که $\frac{15}{20}$ اکبر عدد است

از اجزای سیستم که مجذورش شامل شود در $\frac{237}{400}$

مثال سوم $\sqrt{\frac{9}{17}}$ در این مثال $\frac{9\times17}{17^2} = \frac{9}{17}$ و $\sqrt{9\times17} = 12$

تا کمتر از واحد پس $\frac{12}{17} = \sqrt{\frac{9}{17}}$ تا کمتر از $\frac{1}{17}$

مثال چهارم $\sqrt{\frac{19\times10}{400}} = \sqrt{\frac{19}{40}}$ و $\sqrt{190} = 13$ تا کمتر از واحد تقریب

و جذر ۴۰۰ درست ۲۰ است پس $\frac{13}{20} = \sqrt{\frac{19}{40}}$ تا کمتر از $\frac{1}{20}$

هرگاه مخرج مفروض یعنی عاملهای اول مجزی باشد زود بدست می آید کوچکتر عددی که دو جمله کسر مفروض را در آن ضرب کنیم تا مخرج بمجذوری تام مبدل شود (۲۴۵) مثال مخرج $2^3\times5=40$ پس همین کافی باشد که دو جمله را ضرب کنیم در 2×5 تا نمایندهای مخرج زوج شوند

۲۴۹ در اعداد کسریه در استخراج جذر عدد کسری مثل $\sqrt{19\frac{3}{7}}$ باید کسر را مجنس کرد تا چنین شود $\frac{136}{7}$ و یکی از قواعد مذکوره را در آن مجری داشت

در استخراج جذر اعداد اعشاریه

۲۵۰ قاعده استخراج جذر اعداد اعشاری مبنی بر این نکته است که چون آن عدد را بصورت کسر متعارفی بنویسید و عدد اصفار مخرج زوج باشد آن مخرج مجذور کامل است و ظاهر است که اینحالت وقتی اتفاق افتد که عدد ارقام اعشار زوج باشند مثل ۷۹٫۴۳۲۴

$= \frac{794324}{10000}$ و در غیر اینحالت مخرج مجذور تام نیست مثال ۷۹٫۴۳۲ =

$= \frac{79432}{1000}$ پس بنا بر این نکته در آنچه در خصوص کسور (۲۴۹) ذکر شد باید اعداد اعشاری قاعده ذیل را اجرا نمود

۲۵۱ در استخراج جذر عدد اعشاری دو حالت اتفاق می افتد

حالت اول آنست که عدد ارقام اعشاری زوج باشد پس باید صرف نظر از ممیز نمود

استخراج کرد جذر صحیح [illegible] و از همین جذر جدا شود نصف

عدد ارقام اعشار عدد مفروض را

حالت دوم آنست که عدد ارقام اعشار فرد باشد پس صفری بآن ملحق کنید و قاعده

مذکوره در حالت اول را در آن جاری نمائید

مثال اول مطلوب $\sqrt{۲۰٫۵۴۳۲}$ است و $\frac{۲۰۵۴۳۲}{۱۰۰۰۰}$ = ۲۰٫۵۴۳۲

چون مخرج مجذور است جذر صورت ۲۰۵۴۳۲ را تا واحدی بتقریب استخراج میکنیم

این عدد است ۴۵۳ و چیزی باقی

میماند و جذر مخرج ۱۰۰ است پس

جذر عدد مفروض موافق قاعده

مذکوره این است

۲۰.۵۴.۳۲	۴۵۳
۴ ۵۴	۸۵ × ۵
۲۹ ۳۲	۹۰۳ × ۳
۲ ۲۳	

$\frac{۴۵۳}{۱۰۰}$ = ۴٫۵۳ تا کمتر از ۰٫۰۱ (حالت دوم ۲۴۹)

مثال دوم مطلوب $\sqrt{۲۰٫۴۵۳}$ است عدد را باین صورت ۲۰٫۴۵۳۰ می

نویسیم و بعد از حذف ممیز در او جاری میکنیم همان عمل را که در ۲۰٫۵۴۳۲ واقع

نمودیم و این عدد ۴٫۵۳ جذر ۲۰٫۴۵۳ است تا کمتر از ۰٫۰۱

در استخراج جذر تقریبی اعداد

۲۵۴. چنانچه سابق ذکر شد بهتر این است که اعداد صاحب جذر حقیقی نیستید

در اینصورت باید بتقریب اکتفا نمود ولی تقریب را تا هر درجه که خواسته باشیم میتوانیم

علیه جذر عدد را تا کمتر از واحد صحیح تقریبا یا کمتر از واحد هر مرتبه اعشار که خواسته باشیم

استخراج میکنیم

۲۵۵. استخراج جذر عددی صحیح تا کمتر از واحد عبارت از این است

که استخراج کنیم اکبر عددی که مجذورش از عدد مفروض تجاوز نکند یعنی

مشخص کنیم جذر بزرگترین مجذور صحیحی را که درآن عدد بگنجد مثال در ۴۲ بزرگتر مجذور تام ۳۶ است و جذرش ۶ پس میگوئیم که ۶ جذر ۴۲ است تا کمتر از واحد تقریب

۲۵۴ هرگاه عدد معروض صحیح باشد در استخراج جذر صحیح تقریبش اجرای قاعده معمول له (۲۴۶) کافی است مثال جذر ۴۲۵۷۵۲ موافق عبارت اصل قاعده تا کمتر از واحد تقریب ۶۵۲ است.

۲۵۵ و اگر عدد معروض صحیح نباشد باید بدستور ذیل رفتار نمود

قاعده در استخراج جذر هر عدد تا واحد صحیح بتقریب باید اگر عدد صحیحش را جدا نمود و آن جزء صحیح است بعینه و بعد بقاعده ۲۵۴ جذر عدد صحیح را تا واحد تقریب استخراج کرد

مثال در استخراج جذر صحیح تقریبی ۲۶۷٫۵۳۴ باید جذر ۲۶۷ را تا واحد تقریب استخراج نمود و هیچ رعایت نکرد جزو اعشار ۵۳۴ ٫ را پس جذر مطلوب ۱۶ است

در حقیقت ظاهر است که بزرگتر مجذور صحیحی که یافت شود در ۲۶۷٫۵۳۴ بعینه موجود است در ۲۶۷ و جذر ۲۶۷٫۵۳۴ یا جذر ۲۶۷ تا کمتر از واحد تقریب بعینه جذر آن بزرگتر مجذور است

ظاهر است که این قاعده عام است و تعلق میگیرد به هر عدد که مرکب باشد از جزو صحیح و از جزو دیگر معلوم یا مجهول که بدانیم کمتر از واحد است مانند جذر این کسر عشاریه

۲۶۷٫ ۵۶۸ ۵۶۸ ۵۶۸ ۵۶۸ ......

۲۵۶ هرگاه تقریب تا واحد صحیح کفایت نکند جذر را تا واحد اعشار از هر مرتبه که خواسته باشیم استخراج میکنیم

استخراج جذر عدد معروض تا دهم و صدم و هزارم ...... تقریب

جذادت

عبارت ما این است که مشخص کنیم اگر عدد دهم و صدم و هزارم و غیره ... را که مجذورش در عدد مفروض بگنجد و تجاوز نکند ه

۲۵۷ سابق در ضمن مطلب ۲ گذشت قاعده استخراج جذر عدد تا واحد اعشار بتقریب چنانچه در استخراج جذر عدد اعشار ۲۰٫۵۴۳۲ دانستیم که باید اول بدین صورت نوشت $\frac{۲۰۵۴۳۲}{۱۰۰۰۰}$ و آن حاصل عمل این کسر است $\frac{۲۰٫۵۴۳۲ \times ۱۰۰^۲}{۱۰۰^۲}$ و تا واحد تقریب استخراج نمود جذر صورت ۲۰۵۴۳۲ را که ۴۵۳ است و بعد چنانچه میدانیم قسمت کرد ۴۵۳ را بر ۱۰۰ پس آحاد تحویل میشوند بمرتبه صدم و جذر ۲۰٫۵۴۳۲ تا صدم بتقریب بدست می‌آید و معلوم است که مانند این عمل را در هر عدد میتوان مجری داشت

۲۵۸ مثلا اگر بخواهیم جذر عدد ع را تا هزارم بتقریب استخراج کنیم میتوان ع را بدل کرد باین کسر $\frac{ع \times ۱۰۰۰^۲}{۱۰۰۰^۲}$ و استخراج نمود جذر صورت ع×$۱۰۰۰^۲$ را تا واحد صحیح بتقریب و آن جذر را قسمت نمود بر ۱۰۰۰ (۲۲۸) و باین قسمت آحاد جذر بمرتبه هزارم تنزل میکند و جذر $\frac{ع \times ۱۰۰۰^۲}{۱۰۰۰^۲}$ یعنی جذر عدد مفروض ع تا هزارم بتقریب بدست می‌آید و از این بیان قاعده ذیل استنباط میشود

۲۵۹ قاعده در استخراج جذر عدد مفروض تا واحد اعشار از مرتبه د بتقریب ب

قاعده اینست که این عدد را ضرب کنیم در مجذور مخرج این واحد اعشار یعنی در واحدی که مضاعف عدد ارقام اعشار که بتقریب اصفار بآن ملحق شود و جذر حاصل ضرب را تا واحد صحیح بتقریب استخراج نمائیم و بعد از سمت یمین او بعدد ارقام اعشار آن کسر بتقریب رقم اعشار جدا کنیم

و حال این قاعده را در ضمن چند مثال توضیح میکنیم

۴۶۰ مثال اول میخواهیم جذر ۴۲ را تا ۰٫۰۰۱ تقریب استخراج کنیم

چون کسر تقریب صاحب سه رقم اعشار است ۴۲ را ضرب میکنیم در $۱۰۰۰^۲$ یا در ۱۰۰۰۰۰۰ یعنی شش صفر در یمینش اضافه میکنیم و جذر ۴۲۰۰۰۰۰۰ را تا واحد صحیح تقریب استخراج میکنیم

۶۴۸۰	۴۲٫۰۰٫۰۰٫۰۰
۱۲۴×۴	۶۰۰
۱۲۸۸×۸	۱۰۴۰۰
۱۲۹۶	۹۶۰۰

این است ۶۴۸۰ و سه رقم اعشار از یمینش جدا میکنیم حاصل میشود ۶٫۴۸۰

و آن جذر ۴۲ است تا ۰٫۰۰۱ تقریب

این قاعده را میتوان در جمیع حالات تحقیق نمود زیرا که

در حقیقت اینکه میگوئیم ۶۴۸۰ جذر ۴۲۰۰۰۰۰۰ است تا واحد صحیح تقریب عبارت از این است که بگوئیم

$$۶۴۸۰^۲ < ۴۲۰۰۰۰۰۰ < ۶۴۸۱^۲$$

پس

$$\frac{۶۴۸۰^۲}{۱۰۰۰^۲} < ۴۲ < \frac{۶۴۸۱^۲}{۱۰۰۰^۲}$$

یا نیز

$$\left(\frac{۶۴۸۰}{۱۰۰۰}\right)^۲ < ۴۲ < \left(\frac{۶۴۸۱}{۱۰۰۰}\right)^۲$$

و از اینجا $\frac{۶۴۸۰}{۱۰۰۰}$ یا ۶٫۴۸۰ بزرگتر عدد هزارمی است که مجذورش شامل شود در ۴۲ چونکه عدد هزارم مابعدش یعنی $\frac{۶۴۸۱}{۱۰۰۰}$ مجذورش بزرگتر است از ۴۲

۴۶۱ پس ظاهر شد که در اعداد صحاح قاعدهٔ کلیه باین صورت منجر میشود

در استخراج جذر عددی صحیح تا واحد اعشاری مشخص تقریب باید مضاعف عدد ارقامی که جذر مطلوب باشد صفر در یمین آن عدد نوشت و جذر حاصل را استخراج نمود از سمت یمینش بعدد ارقام اعشار تقریب رقم جدا نمود

۲۶۲ در جذر اعداد اعشاری مثال دوم مطلوب ۵۳۷٫۴۸۹ است تا ۰٫۰۱ تقریب باید این عدد را ضرب نمود در ۱۰۰۰۲ یا در ۱۰۰۰۰۰۰ اگر خود حساب شش رقم اعشار باشد حذف ممیز کفایت کند والا آنقدر صفر ملحق کنیم تا شش رقم شود باین صورت ۵۳۷٫۴۸۹۰۰۰ و بعد از حذف ممیز باین صورت ۵۳۷۴۸۹۰۰۰ جذر این عدد تا واحد تقریب این است ۲۳۱۸۳ و چون سه رقم اعشار از یمینش جدا کنیم این میشود ۲۳٫۱۸۳ و آن جذر ۵۳۷٫۴۸۹ است تا ۰٫۰۰۱ تقریب

تنبیه آنچه اینجا معمول داشتیم بعینه مجری میشد اگر قاعده (۲۵۱) را که متعلق است باعداد اعشاری باین عدد ۵۳۷٫۴۸۹۰۰۰ متعلق میساختیم

مثال سوم میخواهیم جذر ۵۷٫۸۹۷۶ را تا ۰٫۱ تقریب استخراج کنیم باید آنرا ضرب کرد در ۱۰۲ یا در ۱۰۰ یعنی اینجا ممیز را حذف کرد و استخراج نمود جذر ۵۷۸۹۷۶ را تا واحد صحیح تقریب و آن جذر این است ۷۶۰ و بعد دو رقم اعشار از یمینش جدا نمود تا ۷٫۶۰ شود و آن جذر مطلوب است

تنبیه از آنچه ذکر شد معلوم میشود که باید در عدد ۵۷٫۸۹۷۶ جاری نمود بعینه قاعده (۲۵۱) را که تعلق داشت باعداد اعشاری

مثال چهارم میخواهیم جذر ۵۳۴۳٫۷۴۸۲۶۷۱ را تا ۰٫۱ تقریب استخراج کنیم باید این عدد را ضرب کرد در ۱۰۲ یا در ۱۰۰ یعنی ممیز را چهار مرتبه نسبت بیمین پیش آورد تا چنین شود ۵۳۴۳۷٫۴۸۲۶۷۱ و جذر این عدد را تا واحد تقریب استخراج نمود پس بنا بر (۲۵۵) باید جذر ۵۳۴۳۷ را تا واحد تقریب استخراج کرد و از جزو اعشار صرف نظر نمود و آن جذر این است ۲۳۱ و چون دو رقم اعشار از یمینش جدا کنیم این میشود ۲٫۳۱ که جذر عدد مفروض است تا ۰٫۰۱ تقریب

تنبیه عمل منجر شد باینکه چهار رقم از یمین نیز اختیار کنیم و سایر ارقام را محو کنیم
و موافق حکم (۳۵۱) که متعلق بود باعداد اعشاری جذر ۳۷ ر ۳۴ ر ۵ را استخراج کنیم
در این حالت که عدد ارقام اعشاری بی‌نهایت باشد همین قاعده را نیز باید بتصرفی مجری

مثال پنجم میخواهیم جذر ...۳۸۴۳۸۴۳۸۴ و ۵۷ را تا ۰۰۱ ر ۰ بتقریب استخراج کنیم

ضرب میکنیم عدد را در ۱۰^۴ یا ۱۰۰۰۰ اینچنین میشود ...۳۸۴ ۳۸۴ ر ۵۷۳۸۴۳
و استخراج میکنیم جذر ۵۷۳۸۴۳ را بی رعایت جزو اعشاری که کوچکتر از واحد است
و آن جذر عدد مطلوب میشود تا واحد صحیح تقریب (۳۵۵)

۳۶۳ تنبیه حاصل آنچه از بیانات مذکوره استنباط شد این است که در استخراج جذر تقریبی عدد اعشاری باید بدستور العمل کلی ذیل رفتار نمود

قاعده در استخراج جذر عدد اعشاری تا واحد اعشاری و مرتبه مشخص باید عدد ارقام اعشاری آن عدد را مضاعف عدد ارقام اعشاری نمود که در جذر مطلوب باشد پس اگر لازم باشد اصفار چند در یمینش اضافه میکنیم و اگر عدد ارقام اعشاریه محدوده یا غیر محدوده عدد مفروض بیشتر باشد از عدد ارقام اعشاری مطلوب باید از زیادتی صرف نظر کرد و قاعده (۳۵۱) را که تعلق داشت باعداد اعشاریه در آن جاری ساخت و نتیجه عمل جذر مشتمل بر رقم مطلوب است

۳۶۴ در استخراج جذر کسر متعارفی یا عدد کسری تا واحد عشر را مرتبه مشخص تقریب

مثال ششم میخواهیم جذر ۲/۱۳ را تا ۰۰۱ ر ۰ بتقریب استخراج کنیم

ضرب میکنیم ۲/۱۳ را در ۱۰۰۰^۲ یا در ۱۰۰۰۰۰۰ حاصل میشود ۲۰۰۰۰۰۰/۱۳
و بعد جذر این عدد را تا واحد صحیح تقریب استخراج میکنیم پس بنا بر آنچه در (۳۵۵) ذکر شد

باید اعداد صحاحش را رفع نمود این صورت میشود $\frac{۷}{۱۳}$ + ۱۶۱۴۶ ۵۳۸ کسر $\frac{۷}{۱۳}$ را محو
نمود جذر این عدد ۱۶۱۴۶ ۵۳۸ را تا واحد تقریب استخراج میکنیم این میشود ۵۳۳ از
جانبش سه رقم اعشار جدا نموده چنین میشود ۵۳۳ ر۰ و آن جذر مطلوب عدد $\frac{۱}{۳۱}$ است
تا ۰۰۱ ر۰ تقریب

مثال هشتم میخواهیم جذر $\frac{۷}{۱۳}$ ۵۷ را تا ۰۰۱ ر۰ تقریباً استخراج کنیم
ضرب میکنیم $\frac{۷}{۱۳}$ ۵۷ را در ۰۰۱ ر۰ یا در ۱۰۰۰۰۰۰ چنین نتیجه میشود

$$۵۷۰۰۰۰۰۰ + \frac{۷۰۰۰۰۰۰}{۱۳}$$

مجموع عدد صحیح این دو جمله ۵۷۵۳۸۴۶۱ است جذر این را تا واحد استخراج
میکنیم چنین میشود ۷۵۸۵ از یمینش سه رقم اعشار جدا میکنیم چنین میشود ۵۸۵ ر۷
و آن جذر مطلوب است

۲۶۵ تنبیه مطلب ظاهر است که عمل دو مثال اخیر منجر میشود با اینکه عدد کسری مفروض را
اول تحویل کنیم باعشار تا حدی که عدد ارقام اعشار خارج قسمت مضاعف ارقامی شود که
در جذر مطلوب است و قاعده رسمی را در آن جاری کنیم (۲۵۱)

پس قاعده کلی (۲۵۹) نسبت بکسور متعارفه و با عداد کسری چنین بیان میشود

قاعده در استخراج جذر عدد کسری تا واحد اعشاری مشخص تقریباً نخواهید کمیت را
بکسر اعشاری تا عدد ارقام اعشار خارج قسمت مضاعف ارقامی شود که در جذر
مطلوب است و بعد قاعده رسمی (۲۵۱) را در آن جاری کنید

۲۶۶ حد تقریب مطلوب را میتوان عوض واحد اعشاری غیر اعشاری فرض نمود
مثلا $\frac{۱}{۳۰}$ در اینصورت عدد مفروض ع را ضرب میکنیم در مجذور مخرج کسر تقریب اینجا
در ۳۰۲ و جذر حاصل را تا واحد صحیح تقریب استخراج میکنیم و آنچه حاصل شد بر خود مخرج

قسمت میکنیم اینجا بر عدد ۳۰

برهان چون ع را بدل کنیم به $\frac{ع \times ۳۰^۲}{۳۰^۲}$ و تا واحد تقریب جذر $۳۰^۲ \times ع$ را استخراج کنیم بنا بر آیات از قرار (۲۴۸) آن جذر را قسمت کرد به ۳۰ پس بهمان عدد که در جذر $۳۰^۲ \times ع$ واحد موجود باشد در جذر ع اجزا کسری $\frac{۱}{۳۰}$ یافت میشود و ما جذر اول را تا واحد تقریب استخراج نمودیم پس جذر ع $\frac{۱}{۳۰}$ تقریب بدست می آید

در استخراج جذر اعداد تقریبی و قاعده تقریبات متعلقه

۲۶۷ بنا بر اصل دوم که در خصوص ضرب اعداد تقریبی ذکر نمودیم تقریب متعلق بجذر عدد تقریبی بقدر مضاعف تقریب متعلق آن عدد مفروض است (و اینجا بنا بر (۱۹۵) صرف نظر کرده ایم از مجذور خود تقریب متعلق)

و بنا بر این تقریب متعلق جذر عدد تقریبی بقدر نصف تقریب متعلق مفروض است و بر این حکم متفرع است قاعده ذیل که در اختصار استخراج جذر اعداد تقریبی ذکر میکنیم بطور کلی اگر در عددی که ابتدا از طرف یسار ع رقمش بما معلوم باشد میتوانیم جذرش را تا کمتر از واحد رقم ع همین جذر را استخراج کنیم چون مراتب عالیه مقدار حقیقی آن عدد معلوم است ابتدا اینکه اگر بدستور العمل جذر بقطعات تقسیمش کنیم قطعه اول سمت یسار صاحب یک رقم میشود یا دو رقم پس در صورت اول بر ع رقم معلوم ع-۱ صفر ملحق میکنیم و در صورت دوم ع صفر و جذر عدد حاصل را تا واحد صحیح تقریبا استخراج میکنیم و واحد به رقم اخیر جذر را اضافه میکنیم آن وقت ع رقم اول سمت یسار جذر عدد مفروض تا واحد تقریب از ع رقمش بدست آمد

از این قاعده مستثنی است حالتی که قطعه اول عدد مفروض بزرگتر باشد از ۹ و کوچکتر از ۲۵ در این حالت باید ۱ + ع رقم عدد معلوم باشد

تا بتوان ۶ رقم اول جذر را استخراج کرد پس ب ۱ + ۶ رقم معلوم ۱ - ۶ صفر ملحق کنیم و قاعده مذکوره را اجاری می‌نمائیم

مثال اول ۳٫۱۴۱ مقدار تقریبی عدد π است (π علامت نسبت محیط است بقطر) چون عدد ارقام اعشار زوج شود و ابتدا از یمین بقطعات قسمت شود قطعهٔ اول سمت یسار صاحب یک رقم میشود پیش پس سه صفر آن ملحق میکنیم جذر ۳٫۱۴۱۰۰۰ را از قرار (۲۵۲) استخراج میکنیم چنین میشود ۱٫۷۷۲ را و حال میتوان از روی طمأنینه گفت که این عدد ۱٫۷۷۲ را جذر π است تا کمتر از هزارم تقریب نقصانی یا اضافی

دو رقمی

برهان تقریب متعلق که در عدد π واقع شده کمتر از $\frac{۱}{۳۱۴۱}$ و تقریب متعلق جذر کمتر از $\frac{۱}{۶۲۸۲}$ و چون چهار رقم اول آن جذر نیز رسد به ۶۲۸۲ تقریب جذر استخراج شده کمتر میشود از واحد رقم چهارمش (رجوع کنید بحکم اصلی دوم ۱۹۷)

و بنابران رقم چهارم واحد افزوده ایم نظر بحذف باقی عمل جذر ۳٫۱۴۱۰۰۰ که صورت تقریب نقصانی دیگر شده و این نکته بدو مثال بعد نیز تعلق میگیرد

مثال دوم ۴۵٫۳۷۳۸ مقدار تقریبی عددی است قطعهٔ اول سمت یسار این عدد ۴۵ است پس شش صفر ملحق میکنیم و جذر ۴۵٫۳۷۳۸۰۰۰۰۰۰ را استخراج نموده واحدی ۱ بر رقم اخیرش می افزائیم و جذر عدد تا کمتر از واحد رقم ششمش بدست می آید

برهان تقریب متعلق مجذور کمتر است از $\frac{۱}{۴۵۳۷۳۸}$ و تقریب جذر کمتر از $\frac{۱}{۹۰۷۴۷۶}$ و این جذر را چون تا رقم ششم استخراج کنیم و قطع نظر از ممیز نمائیم یقیناً کمتر میشود از ۹۰۷۴۷۶ چونکه ابتدایش به ۶ است و بنابراین تقریب جذر کمتر است از واحد رقم ششم خود (اصل دوم ۱۹۷)

مثال سوم ۱۴٫۱۵۹۳۲ مقدار تقریبی عددی است چون از بقطعات دو رقمی قسمت کنیم قطعهٔ اول ۱۴ میشود و استثنای سابق محلش اینجاست چون از عدد هفت رقمش معلوم مند در جذر

پس از شش رقم بدست نمی آید پس صفر تلقی میکنیم و بدستور (۲۵۲) جذر این عدد

۱۴۱۵۹۳۲۰۰۰۰۰ را استخراج میکنیم و واحد بر رقم اخیر می افزائیم

برهان چون تقریب متعلق مجذور کمتر است از $\frac{1}{1415932}$ تقریب جذر کمتر میشود از

$\frac{1}{2831864}$ و این جذر ابتدایش بر رقم ۳ است چون شش رقم پیش از آن بگیریم مطمئن باشیم

که عدد آن شش رقم کمتر است از ۲۸۳۱۸۶۴ پس تقریب جذر کمتر میشود از واحد رقم

ششم (اصل دوم ۱۹۷)

(ولی از جهت رقم جذر عددی ترکیب میشود بزرگتر از ۲۸۳۱۸۶۴)

چنین تحقیقات هم واده با فائده است ... و در این عمل باید بر نکات ذیل اعتماد نمود

هرگاه قطعه اول عدد مفروض کمتر از ۱۰ باشد رقم اول جذر کوچکتر میشود از رقم اول مجذور

و هرگاه قطعه اول عدد ۲۵ باشد یا بزرگتر از آن ع رقم اول مضاعف مجذور بقیه بزرگتر

میشود از ع رقم اول جذر

و در آن صورت که قطعه اول مندرج بود ما بین ۹ و ۲۵ حکم دوم وقوع نیابد ولی اگر

ع+۱ رقم اختیار کنیم اشکال برطرف میشود

در خصوص مکعب و کعب اعداد

۲۶۸ مکعب عددی عبارت از قوه سوم العدد است یعنی حاصل ضرب آن عدد است

سه مرتبه در نفس خود

مثال مکعب ۸ این است ۵۱۲ = ۸×۸×۸ و باین صورت میشود 8^3

و کعب عدد عددی دیگر است که چون بدرجه مکعبش برسانیم عدد مفروض حاصل شود

مثال ۵۱۲ هشت است و کعب $\frac{27}{343}$ این عدد $\frac{3}{7}$

و کعب را باین صورت مینمائیم $\sqrt[3]{512}$ $\sqrt[3]{\frac{27}{343}}$

و بهتر آنست که مکعبات اعداد متوالیه از ۱ تا ۱۰ را چنانچه اینجا نوشته شده بخاطر داشته باشیم

اعداد	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
مکعبات	۱	۸	۲۷	۶۴	۱۲۵	۲۱۶	۳۴۳	۵۱۲	۷۲۹	۱۰۰۰

۲۶۹ قضیه مکعب مجموع دو جزو مساویست با مکعب جزو اول باضافهٔ سه برابر مجذور جزو اول در جزو دوم باضافهٔ سه برابر جزو اول در مجذور جزو دوم باضافهٔ مکعب جزو دوم

باین صورت $(ج + ب)^۳ = ب^۳ + ۳ . ب^۲ . ج + ۳ . ب . ج^۲ + ج^۳$

مثال

$$۴۵۷ = ۴۵۰ + ۷$$

$$(۴۵۰ + ۷)^۲ = ۴۵۰^۲ + ۲ \times ۴۵۰ \times ۷ + ۷^۲$$

$$۴۵۰^۲ + ۲ . ۴۵۰ \times ۷ + ۷^۲$$
$$۴۵۰ + ۷$$

$$۴۵۰^۳ + ۲ . ۴۵۰^۲ \times ۷ + ۴۵۰ \times ۷^۲ .$$
$$۴۵۰^۲ \times ۷ + ۲ . ۴۵۰ \times ۷^۲ + ۷^۳$$

$$۴۵۰^۳ + ۳ . ۴۵۰^۲ \times ۷ + ۳ . ۴۵۰ \times ۷^۲ + ۷^۳$$

۲۷۰ نتیجه اول مکعب عدد مرکب از عشرات و احاد مساویست با مکعب عشرات باضافهٔ سه برابر مجذور عشرات در احاد باضافهٔ سه برابر عشرات در مجذور احاد باضافهٔ مکعب احاد

۲۷۱ نتیجه دوم تفاضل دو مکعب دو عدد صحیح متوالی مساویست به سه برابر مجذور عدد کوچکتر باضافهٔ سه برابر خود عدد کوچکتر باضافهٔ واحد

وازین قرار مابین هر دو مکعب متوالی مثل $ع^۳$ و $(ع + ۱)^۳$ به تعداد این جمله $۳ ع^۲ + ۳ ع$ اعدادی مندرجست که هیچکدام مکعب عدد صحیح نمیشود

مثال ۲۲ واقع است مابین $۳^۳$ و $۴^۳$ و مکعب هیچ عدد صحیح نیست چونکه آن عدد صحیح باید بزرگتر باشد از ۳ و کوچکتر باشد از ۴

۲۷۲ هرگاه عدد صحیحی مکعب عدد صحیح دیگر نباشد مکعب هیچ عدد کسری نخواهد بود برهان این حکم مانند آنست که در خصوص جذر (۲۴۵) ذکر شد

چنین عدد را اصم گوئیم مثل $\sqrt[3]{۲۴۳}$ یعنی که هیچ نسبت و مقیاس مشترکی با واحد ندارد و کعب چنین عدد نمیتوان استخراج کرد جز بتقریب

۲۷۳ چند حکم ثابت نمودنی مکعب حاصل ضرب چند عامل مساوی است با حاصل ضرب مکعبات آن عاملها

شرط آنکه عددی مکعب تمام باشد اینست که نمایندهٔ عاملهای اوّلش قابل قسمت باشد بر ۳ و هرگاه جمیع نمایندهای عاملهای اول عددی قابل قسمت باشند بر ۳ کعب آن عدد مساوی است با حاصل ضرب همان عاملها بشرط آنکه نمایندهٔ هر کدام قسمت نموده باشیم بر ۳ ......

مثال ۳ $۲۱۶۰۰۰ = ۲^۶ \times ۳^۳ \times ۵^۳$ ، $\sqrt[3]{۲۱۶۰۰۰} = ۲^۲ \times ۳ \times ۵$

۲۷۴ در استخراج کعب اعداد صحاح دو حالت اتفاق می افتد اول اینکه عدد مفروض کوچکتر باشد از ۱۰۰۰ یا از ۱۰۰۰ و دوم اینکه اقلا ۱۰۰۰ باشد

حالت اوّل میخواهیم کعب ۲۵۸ را استخراج کنیم

بزرگتر مکعبی که شامل شود در این عدد البته یکی از نه مکعب متوالی سابق است و چون آنها را بخاطر داریم زود مشخص میکنیم آن بزرگتر را که شامل شود در ۲۵۸ و هرگاه آن مکعبات را بخاطر نداشته باشیم باید بترتیب حساب کرد و بآن رسید بهر وجه زود معلوم میشود که بزرگتر مکعب مطلوب ۲۱۶ است و کعبش ۶ پس گوئیم

کہ ء کعب ۲۵۸ است تا واحدی تقریب

ثالث در تمام النسب کہ عدد مفروض بزرگتر باشد از ۱۰۰۰ را ہی کہ ما را رساند بقاعدہ استخراج کعب باشد آنست کہ در خصوص عدد بیان شدہ آن برای دو قدرت یکی اگر کعب عشرات از مرتبۂ الوف است مثال کعب چہار عشرہ ۶۴ ہزار است و دیگر ترکیب کعب عدد کہ مؤلف باشد از عشرات و آحاد و آن در ۲۷۰ ذکر شد و بر متعلم است کہ خود این راہ را بدست آورد ما اینجا بذکر قاعدہ عملی اکتفا کنیم

قاعدہ در استخراج کعب عدد صحاح در استخراج کعب عددی کہ بزرگتر باشد از ۱۰۰۰ باید آن عدد را از طرف یمین بقطعات ثلاثہ ثلاثہ تقسیم نمود و در این قسمت ممکن است کہ قطعۂ سمت یسار پیش از یک رقم یا دو رقم نداشتہ باشد و کعب قطعۂ اخیر سمت یسار را استخراج کنید و آن رقم اول سمت یسار کعب مطلوب است از دید عدد یمین بنویسید و مکعبش را از آن طبقہ تفریق نمائید و در یمین باقی نقل کنید رقم اول سمت یسار طبقۂ دوم را و عدد حاصل را قسمت کنید بر سہ برابر مجذور رقمی کہ در کعب استخراج شدہ و خارج قسمت بعینہ رقم دوم کعب است یا اندک بیشتر برای امتحان بنویسید او را در یمین رقم اول و حاصل را مکعب کنید پس اگر آن مکعب تفریق شود از ترکیب دو قطعۂ اول سمت یسار رقم موافق اخذ شدہ و اگر تفریق نشود معلوم میشود کہ آن رقم قدری بزرگ است در اینصورت واحدی از او بکاہید و نو دیگر امتحان کنید پس اگر باز بزرگ باشد واحد دیگر از آن بکاہید و امتحان کنید تا آنکہ تفریق ممکن شود و بعد در یمین باقی فرود آورید رقم اول طبقۂ سوم را و حاصل را قسمت کنید بر سہ برابر مجذور دو رقمی کہ در کعب استخراج شدہ خارج قسمت رقم سوم است یا قدری بیشتر بنویسیدش در یمین دو رقم سابق و مجموع را مکعب کنید

ونیم پوتی نماشید از مجموع سه قطعهٔ اول سمت یسار عدد مفروض و اگر نفر پوتی نکن

نشود و احکام از آن رقم بکاهید همان طور که در خصوص رقم دوم ذکر شد و در

همین باب نقل کنید رقم اول قطعهٔ چهارم را و بهمین دستور العمل پیش روید

تا جمیع قطعات فرود آمده شد

تنبیه اگر اتفاقاً در ضمن اعمال جزئیه سه برابر مجذور اعظم در کعب مشخص شده

نیم پوتی نشود از آن که مبادا پس برابر مفروض قسمت کرده صفر حاصل شود در کعب بنویسید

و قطعهٔ دیگر از عدد مفروض را نقل کنید در همین باب و قسمتش نمائید بر سه برابر مجذور

در کعب مشخص شده و هرگاه باقی مانده بزرگتر باشد از سه برابر مجذور در کعب اضافه

سه برابر مجذور آن کعب چنین معلوم میشود که رقم اخراج شده کوچکتر از رقم واقعی

مثال میخواهیم کعب ۲۴۵۸۶۴۸۱۹ را استخراج کنیم صورت عمل این است

۲۴۵ ۸۶۴ ۸۱۹ √ | ۶۲۶

۲۱۶ | $۶^۲ × ۳ = ۱۰۸$

۲۹ ۸ | $۶۲^۲ × ۳ = ۱۱۵۳۲$

$۶۲^۲ = ۲۳۸ ۳۲۸$

۷ ۵۳۶۸

۲۴۵ ۳۱۴۳۷۶

۵۵۰ ۴۴۳

تنبیه قاعدهٔ مذکوره اگرچه بنظر مختصر آید ولیکن خالی از تفصیل نیست دستور العمل رسمی در استخراج

کعب این است که ذکر میشود و نصف او لش مطابق است با آنچه ذکر شد

فائده در استخراج کعب عددی مثل ۲۷۳۳۵۹۴۴۹ بعد از آنکه ابتدا

از یمین بقطعات سه رقمی قسمت کردید و نقطه را بالای منتهای طرف یمین هر قطعه

نهادید از قطعات عدد ارقام کعب بیست نمایید و اینجا سه رقم است پس مجاهیم

رقم اوّل صمت یسار که اینجا از ثلاث است بزرگتر مکعّبی را که در ۲۷۳ شامل است
معلوم کنید و آن ۶ است و برای ترتیب اعمال استخراج رقم دوم مکعب ۶ را
که ۲۱۶ باشد تفریق کنید از ۲۷۳ و در یمین باقی فرود آورید قطعهٔ دوم
۳۵۹ را حاصل میشود این عدد ۵۷۳۵۹ ثلاث ۵۷۳ از آن بنقطهٔ ۹
جدا کنید و قسمت نمائید این عدد ثلاث را به سه برابر ۶ که ۱۰۸ باشد خارج
۵ خارج قسمت رقم دوّم مطلوب است یعنی با اندک بیشتر و لحصر کوچکتر
نمیشود (قاعده تا اینجا مشترک بود) و برای امتحان این رقم سه جزو اخیر
مکعّب ۵ ۶ را ترتیب میدهیم اینهاست ۵۴۰۰۰ و ۴۵۰۰ و ۱۲۵ و چون
مجموع اینها بزرگتر شد از باقی اول ۵۷۳۵۹ رقم ۵ قدری بزرگ است
و او را یکی کم میکنیم پس برای امتحان ۴ با ذات سه جزو را ترتیب میدهیم
(۴۳۲۰۰ و ۲۸۸۰ و ۶۴) ولی از مکعب ۴ + ۶۰ و چون مجموع اینها یعنی
۴۶۱۴۴ کوچکتر است از باقی دوّم معلوم میشود که ۴ موافق است و برای
ترتیب مقدّمات اعمال استخراج رقم سوّم مجموع مذکور را از باقی اوّل
تفریق میکنیم و در یمین نتیجه ۱۱۲۱۵ نقل میکنیم قطعهٔ سوّم ۴۲۹ را و باقی
سوّم باصطلاح چنین میشود ۱۱۲۱۵۴۲۹ ثلاث ۱۱۲۱۵۴ از آن ۲ بنقطه
از یمین جدا کنیم و قسمت میکنیم به سه برابر مجذور ۶۴ یعنی عشره کعب ۱۲۲۸۸ اما
رقم ۹ خارج قسمت یعنی رقم مطلوب است با اندک بیشتر و برای امتحان ۹
سه جزو اخیر مکعّب ۹ + ۶۴۰ را ترتیب میدهیم اینست (۱۱۰۵۹۲۰۰
و ۱۵۵۵۲۰ و ۷۲۹) و مجموع را از باقی دوّم تفریق میکنیم و هیچ باقی
نمیماند و صورت عمل این است

مکعب ٢٧٣،٣٥٩،٤٤٩

٢١٦

باقی اول .. ٥٧٣٥٩

٤٦١٤٤

باقی دوم . ١١٢١٥٤٤٩

١١٢١٥٤٤٩

باقی سوم ... ٠

کعب ٦٤٩

$۶^۲ \times ۳ = ۱۰۸$		$۶۴^۲ \times ۳ = ۱۲۲۸۸$
امتحان رقم ۵	امتحان رقم ۴	امتحان رقم ۹
۵۴۰۰۰	۴۳۲۰۰	۱۱۰۵۹۲۰۰
۴۵۰۰	۲۸۸۰	۱۵۵۵۲۰
۱۲۵	۶۴	۷۲۹
۵۸۶۲۵	۴۶۱۴۴	۱۱۲۱۵۴۴۹

در مکعب و کعب کسور

٢٧٥ مکعب کسر باین طور حاصل شود که صورت و مخرجش را جدا جدا مکعب کنیم

مثال $(\frac{۴}{۷})^۳ = \frac{۴}{۷} \times \frac{۴}{۷} \times \frac{۴}{۷} = \frac{۴^۳}{۷^۳} = \frac{۶۴}{۳۴۳}$

٢٧٦ در استخراج کعب کسور دو حالت اتفاق می‌افتد

حالت اول آنست که مخرج کسر مکعب باشد در اینحالت کعب صورت را استخراج میکنیم بتحقیق اگر ممکن باشد والا تا واحد تقریب و قسمت میکنیم بر کعب مخرج

حالت دوم آنست که مخرج مکعب تمام نباشد پس آنوقت صورت کسر را در مجذور مخرج ضرب میکنیم و بر کعب مخرج قسمت میکنیم و آخر عمل منجر میشود بحالت مذکور

باین وجه نیز میتوان رفتار کرد مخرج را بعاملهای اولش تفصیل کنید و جمع نماهای عاملها مضرب رقم ۳ نمائید و صورت کسر را ضرب کنید در عاملهای اولی که بمخرج اضافه شده و چون مخرج مکعب تمام شد دستور حالت اول را در آن معمول دارید و بهتر آنست که با بینی جبر صورت و مخرج کوچکتر شوند از آنچه موافق حالت دوم مشخص میشد

٢٧٧ در اعداد کسری جزو صحیح را جداگانه کعب میکنیم و یکی از قواعد مذکوره را در آن معمول میداریم

٢٧٨ در اعداد اعشاریه اول باید دانست که هر عدد مرکب از واحد و اصفار چند که عدد شان قابل قسمت باشد بر ۳ مکعب تام است و اگر چنین نباشد

مکعب تام نیست چون بمطلب دانسته شد بذکر قاعده پردازیم و آن دو حالت دارد

حالت اول آنست که عدد ارقام اعشار قابل قسمت باشد بر سه پس از ممیز صرف نظر نموده کعب عدد را تا واحد تقریبا استخراج میکنیم و از سمت یمینش بر ابر ثلث عدد ارقام اعشار عدد مفروض رقم اعشار جدا میکنیم

حالت دوم آنست که عدد ارقام اعشار قابل قسمت نباشد بر سه پس یک یا دو صفر در یمینش اضافه میکنیم و بدستور حالت اول رفتار میکنیم

راه دلیل هر دو حالت آنست که عدد مفروض را بصورت کسر متعارفی نویسید و موافق آنچه درخصوص کسور متعارفی ذکر شده رفتار کنید تا حکم مبرهن شود

در استخراج کعب تقریبی تقریب راه دلیل همچنانست که درخصوص جذر ذکر شده و از (۲۵۴) و بعد هر جا کلمه جذر و مجذور است بدل کنید بکعب و مکعب این قاعده بدست آید

۲۷۹ قاعده در استخراج کعب هر عدد مثل ع تا واحد تقریب اگر عدد صحیح او را جدا نمائید و از بعینه جزو صحیح است و کعب او را تا واحد تقریب استخراج کنید کعب مطلوب است

مثال $\sqrt[3]{۲۶۷٫۵۳۴}$ تا واحد تقریب مساوی است با $\sqrt[3]{۲۶۷}$ تا واحد تقریب و دلیل بعینه همانست که در (۲۵۵) ذکر شده

مثال میخواهیم کعب عدد ع را تا ۱/۳۰ تقریب استخراج کنیم دستور العمل همانست که درخصوص جذر (۲۶۶) ذکر شده همین باید کلمه جذر و مجذور را بکعب و مکعب بدل نمود

۲۸۰ در استخراج کعب بتقریب اعشاری در استخراج کعب عدد تا واحد اعشاری از مرتبهٔ مشخص مثلا تا ۱/۱۰ عدد مفروض را ضرب نمائید در $۱۰^۳$ یعنی در واحدی که سه برابر ارقام اعشار تقریب صفرهای ملحق شود و کعب حاصل ضرب را

تا واحد صحیح تقریباً استخراج کنید و از بمنش بعد از ارقام اعشاری که در کعب مطلوب
باشد رقم اعشار جدا کنید چون اینجا ذکر کنیم مسئله را که در عدد ذکر شد از (۲۶۶)
بعینه همان نتایج استنباط می شود مشروط بر آنکه همه جا کلمه عدد بکعب بدل کنیم و عبارت و برای
عدد اصفار و عدد ارقام اعشار را به برابر سه‌ها و قاعده که وقت استخراج کعب تقریبی ذکر
شده بجمیع اعداد تعلق میگیرد

تتمه در باب کعب نیائی بر اختصار بود چونکه از اصول حساب نیست

باب نهم

دراجرای قواعد علم حساب در مسائل کلیه

نسبتها و مقادیر مقیده

درس ۴۶

۱۸۴ نسبت ما بین دو عدد عبارت از خارج قسمت عدد اول است بر دوم
مثال نسبت ۱۲ به ۴ این است $12:4 = 3$ و نسبت ۳۰ به ۸ چنین $\frac{30}{8}$ و
نسبت $\frac{4}{5}$ به $\frac{8}{9}$ خارج قسمت کسر اول است بر دوم باین صورت $\frac{4}{5} : \frac{8}{9} =$
$\frac{4\times9}{5\times8} = \frac{36}{40} = \frac{9}{10}$ (نسبت دو عدد کسری همواره مبدل شود به نسبت دو عدد صحیح)
نسبت را بدو صورت مینمائیم بشبیه خارج قسمت و بشبیه کسر چنین $12:3$ یا $\frac{12}{3}$ و $30:8$
یا $\frac{30}{8}$ و $\frac{4}{5} : \frac{8}{9}$ و باینطور بخوانیم ۱۲ نسبت به ۳ یا ۱۲ قسمت به ۳ وغیره
دو عدد واقع در نسبت را دو جمله نسبت گوئیم و عدد اول را صورت نسبت و دوم را مخرج
(و آنهارا مقدم و تالی نسبت نیز گوئیم و رسمی است که در علم جبر و مقابله معمول داشته‌اند)
ما اینجا در حساب اختیار کنیم این است که نسبت را تشبیه کنیم بکسری که حاصل مقدار اش

خارج قسمت فرض شده باشد از ضرب صورتش بر مخرج پس اگر دو جمله نسبت عدد صحیح باشند
هیچ اختلاف مابین نسبت و کسر متعارفی نیست و چون از خارج میدانیم که بر فرض آنکه صورت
و مخرج عدد کسری باشند اصول خواص کسر بحالت خود باقی است هیچ مانعی نیست در استعمال رسم
جبر و مقابله را معمول داریم یعنی در جمیع حالات این سه کلمه خارج قسمت نسبت و کسر را مترادف (قراردادیم)
چون نسبت خارج قسمت شد از جمله اولش بر دوم معلوم است که اینجا کلمه صورتش جانشین مقسوم
مطلق شده و کلمه مخرج جانشین مقسوم علیه میبایست بدانیم که همیشه شرط این نیست که صورت
و مخرج نسبت عدد صحیح باشند و ممکن است عدد کسری باشند یا اصم و چون سه کلمه نسبت

مقسوم علیه مینوان
د بکلمات اول
مقدار نسبت ... ١٢٠١

ضرب میشود در آن عدد و اگر آنرا بر عددی قسمت کنیم نسبتی قسمت میشود (٢٨١ اساساً)
ثانیاً چون مخرج نسبت را نهاد در عددی ضرب کنیم نسبت قسمت میشود بر آن عدد و اگر قسمت
کنیم نسبت ضرب میشود (٢٨١ اساساً)
ثالثاً اگر هر دو جمله نسبت را در عددی ضرب کنیم یا بر آن عدد قسمت کنیم در نسبت تغییری
واقع نمیشود (٢٨١ ثامناً)

٢٨٣ قضیه در چند نسبت متساوی چون صورتها جمع کنیم و مخارج را جدا
... با نسبت مفروضه

مثال $\frac{2}{3} = \frac{8}{12} = \frac{20}{30} = \frac{14}{21}$

پس $\frac{2+8+20+14}{3+12+30+21} = \frac{2}{3}$ یا $\frac{8}{12}$ ...

زیرا که بنا بر تعریف $2 = \frac{2}{3} \times 3$

و $۱۲ \times \frac{۸}{۱۲} = ۸$ یا بسبب انکه $\frac{۸}{۱۲} = \frac{۲}{۳}$ و $۱۲ \times \frac{۲}{۳} = ۸$

$۳۰ \times \frac{۲۰}{۳۰} = ۲۰$ یا .... $۳۰ \times \frac{۲}{۳} = ۲۰$

$۲۱ \times \frac{۱۴}{۲۱} = ۱۴$ یا .... $۲۱ \times \frac{۲}{۳} = ۱۴$

و بعد از جمع چهار تساوی اخیر این تساوی حاصل میشود

$$۲ + ۸ + ۲۰ + ۱۴ = \frac{۲}{۳} \times (۳ + ۱۲ + ۳۰ + ۲۱)$$

و چون هر دو طرف تساوی را بر این جمله ۲۱ + ۳۰ + ۱۲ + ۳ قسمت کنیم چنین میشود

$$\frac{۲ + ۸ + ۲۰ + ۱۴}{۳ + ۱۲ + ۳۰ + ۲۱} = \frac{۲}{۳}$$ فهو المطلوب

تعریف نسبت دو شیء هم نوع عبارت از عددی است که شیء اول را مقدر کنند بنابر انکه شیء دوم واحد فرض شده باشد

در تشخیص نسبت ما بین دو مقدار معین باید معلوم کرد عدد مراتی را که مقدار دوم در اول مندرج میشود پس اگر عدد مرات مزبور صحیح باشد مثل ۸ مرتبه نسبت آن دو مقدار عدد صحیح ۸ است و در غیر اینصورت جزء معینی از مقدار دوم را اختیار میکنیم چنانچه بمرات صحیح مندرج شود در دوم مثلا فرض میکنیم که سبع دوم ۱۵ مرتبه مندرج شود در اول پس مقدار اول $\frac{۱۵}{۷}$ دوم میشود و نسبت ان دو $\frac{۱۵}{۷}$ باشد

تنبیه نسبت ما بین دو شیء عبارت از نسبت ما بین دو عددی است که انها را مقدر میکنند بنابر انکه با واحدی معین که مقیاس مشترک باشد هر دو را اندازه گرفته باشیم در مثال اول سابق چون خود مقدار دوم واحد و مقیاس شد و هشت مرتبه مندرج گشت در مقدار اول نسبت دو مقدار ۸ است و با اینصورت $\frac{۸}{۱}$ اختلاف ندارد در مثال دوم سبع مقدار دوم مقیاس مشترک شد ۱۵ مرتبه مندرج گشت در اول و ۷ مرتبه در دوم پس $\frac{۱۵}{۷}$ نسبت دو عدد ۱۵ و ۷ بعینه نسبت آن دو مقدار است

نه چنانست که حقیقتاً این دو مقدار را آسان با واسطه همدیگر بسنجد و نسبت شان را بدست آورد چنانست بموافق نسبتهای حقیقی هر کدام را جداگانه با مقیاس مشترکی اندازه گرفت و نسبت این دو عدد را معلوم کرد مثلاً در تعیین نسبت طول و عرض اطاق این دو مقدار را با ذرع قسمت شده اندازه میگیریم و نسبت این دو عدد ذرع را معلوم میکنیم

بنا بر همان نسبت جمیع خواص نسب عددیه تعلق میگیرند به نسب مقادیری که از یک نوع باشند پس آنچه را که در خصوص اعداد ذکر نموده ایم بمقادیر متعلق میدانیم و تکرار لازم نیست

۲۸۴ ممکن است چنین اتفاق افتد که هیچ جزو مشخصی از مقدار دوم تماماً صحیح مندرج نشود در اول یعنی که این دو مقدار مقیاس مشترک نداشته باشند در اینصورت نمیتوان نسبت این دو مقدار را با هیچ عدد صحیح یا کسری ادا نمود

در اینصورت نسبت این دو مقدار را اصم گوئیم یعنی بدقت و درستی تقدیر نشود بلکه بتقریب معین شود ولی تا هر درجه که مطلوب باشد

در عملیات بیشتر آنست که نسبت اصم دو مقدار را بدل کنیم بمقدار تقریبی یعنی به نسبتی و عددی رسمی و قواعد حساب را در آن جاری کنیم و اینجا مقام آن نیست که قاعده تبدیل نسبت اصم را بمقدار تقریبی بیان کنیم چونکه این مطلب باید در هر حالتی خاص شرح داده شود

در شرح مقادیری که به نسبت مستقیم تغییر میکنند یا به نسبت معکوس

درس ۲۷

۲۸۵ در موارد بسیار و مسائل بیشمار چنین اتفاق می افتد که مابین دو رشته مقادیر چنان رابطه و علاقه است که هرگاه مقادیر همنوع یک رشته به نسبتی تغییر پذیرند مقادیر همنوع رشته دیگر بهمان نسبت یا بالعکس آن نسبت تغییر کنند

دو مقدار را گوییم به یک نسبت یا به نسبت مستقیم تغییر میکنند در آن صورت که چون
یکی از آن دو تغییر کند و به مرات چند ترقی یا تنزل نماید مقدار دیگر به همان عدد
مرات ترقی یا تنزل نماید

مثلا قیمت متاعی که بوزن او دوسته شود به نسبت وزن آن متاع تغییر پذیرد و نسبت مستقیم
دارد با آن وزن و چون وزن ۲ و ۳ و ۴ و ... م برابر شود و نسبت متاع نیز ۲ و ۳ و ۴ ... م
برابر شود (م علامت عددیست صحیح یا کسری)

قیمت قماش به نسبت طولش تغییر میکند و شخصی چون ۲ و ۳ و ۴ ... م برابر ذرع بیشتر از
شخص دیگر خریداری کند مبلغ نخواهی که باید بتاجر دهد ۲ و ۳ و ۴ ... م برابر آنچه است
که شخص دوم میدهد

عدد ذرعهای قماشی که هر روز در کارخانه بافته میشود با تساوی سایر کیفیات به نسبت عدد اشخاص که بافنده است

دو مقدار را گوییم به نسبت معکوس تغییر میکنند در آن صورت که چون یکی از آن دو
به مرات چند ترقی یا تنزل نماید مقدار دیگر به همان عدد مرات تنزل یا ترقی نماید
مثلا عدد ایامی که نسبت جماعت باید قماشی را ببافند به عکس نسبت عدد ساعاتی است که در هر روز

۲ و ۳ و ۴ ... م

۲ باشد

یا ۲/۳ نصف و عدد ایام ۱/۲ خواهد بود یا ۳/۲

۲۸۶ بسیار اتفاق می افتد که در حل مسئله باید همچنان مقادیر نوعی را بترتیب
بسنجیم بمقادیر نوع مختلفه

مثال بنا بر آنکه ۱۵ نفر نساج مدت ۳۲ روز در روزی ۶ ساعت مشغول شوند
موافق ۲۴۰۰ ذرع قماشی را میبافند که صاحب ۲ ذرع عرض باشد

از اینقرار چند روز باید تا ۲۲ نفر نساج در روزی ۸ ساعت مشغول شوند موازی ۴۰۰ م
ذرع قماشی را ببافند که صاحب ۵ را ذرع عرض باشد

در این مسئله برای تعیین عدد ایام مطلوبه بترتیب مسطور آورد و تغییر عدد اشخاص و تغییر عدد ساعات یومیه و طول و عرض قماش را بنسبت عدد ایام را چون با سایر مقادیر جدا جدا بسنجیم معلوم میشود که نسبت مستقیم دارد با آنچه در جزو اول مسئله بالی است و نسبت معکوس دارد با آنچه مقدم است بر او

و همچنین مسئله تغییر عدد ایام وارسته به نسبت طول قماش نیست مثلا اگر این عدد که در تغییر آن دو مقدار سایر همه بحالت خود برقرار بمانند و تمام در امقابله کنیم و من باب این نکته بود که اول نیست را در عبارت درج نمودیم (رجوع کنید بمسئله سوم ۲۹۱)

۲۸۷ بعلم حساب مربوط نیست اثبات این حکم که مقادیر بعضی به نسبت مستقیم باشند و بعضی به نسبت معکوس این حکمی است واقع و دلیلش خارج علم ما است و بعنوان اصل موضوعه در حل مسائل استعمال میکنیم

در علم هندسه و جر اثقال و طبیعی بسیارند مقادیر که به نسبت مستقیم تغییر کنند یا به نسبت معکوس ظاهر است که قیمت قماشی که تاجر داد و ستد میکند به نسبت مستقیم طول آن قماش است و همچنین عدد ایامی که محتاج است کاری باتمام رسانند به نسبت معکوس عدد ساعات است که هر روز مشغول شوند

۲۸۸ هرگاه م عدد صحیحی باشد و مقادیر متقابله ئیم که چون جنسی ۲ و ۳ و ۰۰۰۰ م برابر ترقی و تنزل کند جنس نظیرش ۱ و ۲ و ۳ ۰۰۰۰ م برابر ترقی و تنزل میکند باید بحکم عام بگوئیم که آن دو جنس به نسبت مستقیم تغییر میکنند

مثلا اگر ب و ج دو مقدار از جنس باشند و ب' ج' دو مقدار نظیر اینها از جنس دیگر

بنابر فرض چون مقدار ح جنس اول نظیر است با مقدار خ جنس دوم پس نظیر مقدار ح ۳ مقدار خ ۳ است و بنابراین نظیر ح ۳/۵ = ب که خمس ح ۳ باشد خمس خ ۳ میشود یعنی خ ۳/۵ ولی از طرفی نظیر ب مقدار بُ است پس خ ۳/۵ = بُ و بنابراین

ح : ب = ۳/۵ = ح :

۲۸۹ هرگاه تعدد صحیح باشد و محقق بدانیم که چون جنسی ۱، ۲، ۳ … م برابر شود جنس نظیرش ۱، ۲، ۳ … م مرتبه تنزل و ترقی میکند باید بحکم عام بگوئیم که آن دو مقدار به نسبت معکوس تغییر میکنند

مثلا اگر ب و ح دو مقدار همجنس باشند و بُ و خُ دو مقدار نظیر آنها از جنس دیگر و بدانیم که ۳/۵ = ح : ب باید این تساوی ۵/۳ = خ : بُ نیز صحیح باشد زیرا که بنابر فرض چون نظیر مقدار ح جنس اول مقدار خ جنس دوم است پس نظیر ح ۳ مقدار خ/۳ است و نظیر ح ۳/۵ = ب که خمس ح ۳ باشد پنج برابر خ/۳ میشود یعنی خ ۵/۳ ولی از طرفی نظیر ب مقدار بُ است پس خ ۵/۳ = بُ یا ۵/۳ = خ : بُ

و اکنون نزدی قاعده معروفه بقاعدهٔ تحویل بواحد حل میکنیم مسائل بسیار سهل و مختصری را که در آنها مقادیری به نسبت مستقیم تغییر میکنند و مقادیری به نسبت معکوس

در حل مسائلی که از قدیم الایام معروف بوده‌اند به تناسب مفرد و تناسب مرکب

و ذکر قاعدهٔ تحویل بواحد (درس ۲۸)

۲۹۰ وجه امتیاز این نوع مسائل از سایر خصوصیت عامهٔ ذیل است در چنین مسائل مقادیر معلومه و مجهوله منقسم میشوند بدو رشتهٔ متوازیه متقابله بر وجهی که هر مقدار رشته از مقادیر نظیری است از همان نوع در رشتهٔ دیگر و علاوه بر آن چون یکی از این مقادیر را بترتیب بسنجیم با یک یک از مقادیر دیگر غیر از آنکه نسبت با و نظیر واقع است می‌بینیم که همواره

با این‌ها نسبت مستقیم یا معکوسی موجود است

از این خصوصیت دستور العمل آسانی بدست می‌آید در نوشتن صورت جواب چنان مسائل حاجت

اکنون در ضمن حل چند مسئله از روی قاعده تحویل بواحد آن دستور العمل را استخراج می‌کنیم

۲۹۱ مسئله اول موازی ۲۵۰ ذرع قماش ۴۵۰۰ قران می‌دهند از این قرار

۳۷۲ ذرع از همان قماش چه مبلغ خواهد داد

فرض می‌کنیم حل (که علامت مجهول باشد) عدد قرانهای مطلوب شد و مسئله را بصورت ذیل می‌نویسیم

ذرع ۲۵۰	قران ۴۵۰۰
۳۷۲	حل

چون ۲۵۰ ذرعش ۴۵۰۰ قران می‌ارزد قیمت یکذرع ۲۵۰ مرتبه کمتر است و این میشود $\frac{۴۵۰۰}{۲۵۰}$ و قیمت ۳۷۲ ذرع بهمین عدد مراتب بیشتر است از اینقرار

$$\text{(1)} \quad \text{حل} = ۴۵۰۰ \times \frac{۳۷۲}{۲۵۰} = \frac{۴۵۰۰ \times ۳۷۲}{۲۵۰}$$

تنبیه چون قیمت ۲ و ۳ و ۴ ... برابر ذرع قماش ۲ و ۳ و ۴ ... برابر قران است پس عدد ذرع قماش نسبت مستقیم دارد با قیمتش

مسئله دوم نجاری موازی ۵۸۸ عدد تخته ۳۰ سانتیمتر عرض برای پوشاندن سقف عمارتی و صاحب خانه تخته طالب بود که ۳۵ سانتیمتر عرض داشته باشد از اینقرار چند عدد لازم است

سانتیمتر ۳۰	تخته ۵۸۸
۳۵	حل

اگر عرض آن تختها عوض ۳۰ سانتیمتر یک سانتیمتر بود ظاهر است که عدد آنها بایست ۳۰ برابر شود یعنی ۵۸۸ × ۳۰ و اگر بخواهیم عوض یک سانتیمتر ۳۵ سانتیمتر عرض داشته باشد پس باید عدد آنها ۳۵ مرتبه تنزل کند باین صورت

$$\text{(2)} \quad \text{حل} = ۵۸۸ \times \frac{۳۰}{۳۵} = \frac{۵۸۸ \times ۳۰}{۳۵}$$

نتیجه چون عرض تخته ۲ و ۳ و ۴ ..... برابر ترقی کند عدد شش ۲ و ۳ و ۴ ... مرتبه
تنزل میکند از اینقرار عدد تختهها یعنی احتیاج بنسبت معکوس دارد با عرض آن تختهها ق

(از درس ۲۹)

مسئله سوم چون ۱۵ نفر نساج روزی ۹ ساعت مشغول باشند
مدت ۳۲ روز ۲۴۰۰ ذرع قماش میبافند که صاحب ۱٫۲ ذرع عرض باشد از اینقرار
چند روز باید تا ۲۴ نفر روزی ۸ ساعت موازی ۳۶۰۰ ذرع از همان قماش را که
بنابراینکه ۱٫۵ را ذرع داشته باشد فرض میکنیم عدد ایام مطلوب ل شد و مسئله را باینصورت نویسیم

عرض	طول	روز	ساعت	نفر
۱٫۲	۲۴۰۰	۳۲	۹	۱۵
۱٫۵	۳۶۰۰	ل	۶	۲۴

چون یکنفر روزی ۹ ساعت مشغول شود و ببافد ۲۴۰۰ ذرع وغیره (یعنی باقی
فرض مسئله بجا خود باشد) معلوم است که ۱۵ برابر روز بیشتر لازم دارد از مدت ۱۵ نفر
باینصورت ۱۵ × ۳۲ روز و چون عوض یک نفر ۲۴ نفر روزی ۹ ساعت مشغول شوند
عدد ایام لازمه ۲۴ مرتبه کمتر از آن میشود که برای یک نفر لازم بود باینصورت

$$\frac{۳۲ \times ۱۵}{۲۴} = ۳۲ \times \frac{۱۵}{۲۴} = ل \quad (۳)$$

نتیجه چون عدد اشخاص مثلا ۲ و ۳ و ۴ ... مرتبه ترقی کند عدد ایام لازم ۲ و ۳ و ۴
... مرتبه تنزل میکند و از اینقرار ایام بنسبت معکوس دارد با عدد اشخاص

پس آنچه را ببافند ۲۴۰۰ ذرع وغیره که هر روز عوض ۹ ساعت یکساعت مشغول باشند
عدد ایام لازمه ۹ برابر میشود باینصورت ۹ × ل' و اگر عوض یکساعت روزی ۸ ساعت
مشغول باشند عدد ایام ۸ مرتبه تنزل میکند باینصورت

$$\frac{ل' \times ۹}{۸} = ل' \times \frac{۹}{۸} = ۳۲ \times \frac{۱۵}{۲۴} \times \frac{۹}{۸} = ل'' \quad (۴)$$

نتیجه چون عملجات در هر روز ۲ و ۳ و ۴ ... برابر ساعت بیشتر مشغول شوند

عدد ایام با زینه ۲ و ۳ و ۴ ... مرتبه کمتر میشود از این قسمت عدد ایام نسبت معکوس دارد با عدد عاملات

۲۴ نفر عمله چون روزی ۸ ساعت مشغول باشند در بافتن ۲۴۰۰ ذرع قماشی که حساب

۱ و ۲ ذرع عرض باشد ل روز لازم دارند پس اگر عوض ۲۴۰۰ ذرع همان اشخاص

یکذرع بیافند عدد ایام ۲۴۰۰ مرتبه کمتر لازم میشود باینصورت $\frac{ل}{۲۴۰۰}$ و برای

بافتن ۳۶۰۰ ذرع ۳۶۰۰ برابر روز بیشتر لازم است باینصورت

$$ل = \frac{۳۶۰۰}{۲۴۰۰} \times \frac{۹}{۸} \times \frac{۱۵}{۲۴} \times ۳۲ = \frac{ل \times ۳۶۰۰}{۲۴۰۰} \quad (۵)$$

تبصره چون در بافتن ۲ و ۳ و ۴ ... برابر ذرع ۲ و ۳ و ۴ ... برابر روز بیشتر لازم است

از این قسمت عدد ایام نسبت مستقیم دارد با طول قماش

با بجا اگر عوض ۱ و ۲ یا ۱۲ سانتیمتر عرض ۳۶۰۰ ذرع طول پارچه که ۲۴ نفر در مدت ل روز

میبافند بنابر اینکه روزی ۸ ساعت مشغول باشند آن قماش یکسانتیمتر عرض میداشت

عدد ایام ۱۲ مرتبه تنزل میکرد باینصورت $\frac{ل}{۱۲}$ و چون عرض ۱۵ سانتیمتر باشد عدد

ایام ۱۵ برابر میشود باینصورت

$$ل = \frac{۱۵}{۱۲} \times \frac{۳۶۰۰}{۲۴۰۰} \times \frac{۸}{۹} \times \frac{۱۵}{۲۴} \times ۳۲ = \frac{۱۵}{۱۲} \times ل \quad (۶)$$

تبصره چون عرض قماش ۲ و ۳ و ۴ .... برابر شود ۲ و ۳ و ۴ ... برابر روز بیشتر

لازم است از اینقرار عدد ایام نسبت مستقیم دارد با عرض قماش

۲۹۲ راه عقلی در حل این مسائل از قراری بود که ذکر شد و معلوم است

در این راه ذکر قاعده کلی لازم نیست همین قدر میگوییم که

مقادیر معلومه و مجهوله را در دو خط افقی بر وجهی ترتیب دهید که مجهول بر خط تحتانی واقع شود

و بر هر دو مقدار همجنس مقابل همدیگر بعد از آن ترتیب هر مقداری از سطر اول را غیر از آنکه

همجنس مجهول باشد بواحد نوع خود تحویل کنند و در هر تحویل معلوم کنند که چه نوع تغییر عارض

میشود در آن مقداریکه تجنس مجهول است و در هر نوبت که مقداری را از خط اول را تحویل میکنند
باید قبل از تحویل مقدار دیگر را نواحد را مبدل کنید بمقداری که در خط دوم از جنس وی است
ملتفت باشید که حل مسئله سوم چنین اقتضا کند که چهار مسئله مفرد از نوع دو
مسئله اول را بترتیب حل نمائیم پس هر مسئله که از نوع آن دو مسئله باشد تناسب مفرد
گوئیم و اگر از نوع مسئله سوم باشد تناسب مرکب

۲۹۳ سابق اشارتی رفت که در حل این نوع مسائل قاعده کلیه است که بی احتیاج به
اعمال مذکوره صورتی از جواب بدست می آید و با وضوح القاعده این است که جوابهای
(۱) و (۲) و (۳) و (۴) و (۵) و (۶) را بترتیب تطبیق نمائید با مسائلی که بآنها مربوطند
و ضمناً تشبیهی را که بآن متعلق باشد بنظر آورید

چنانچه سابق ذکر شد فرض میکنیم که مقادیر مسئله بر دو خط افقی مرتب شوند و مجهول بر خط اول بسطر
پس در تناسب مفرد مقدار مجهول مساوی است با حاصل ضرب مقدار معلوم
همجنس خود در نسبت دو مقدار معلوم دیگر بر این وجه که
۱ اگر آن دو مقدار را نسبت مستقیم داشته باشند با
همجنس مجهول باید مخرج ثانی را اندر نسبت داد بمقدم ثانی و ۲ اگر آنان معکوس باشد با جنس
مجهول باید مقدم ثانی اندر را نسبت داد بمخرج ثانی

و در تناسب مرکب مجهول هر مسئله مفردی مفروض مسئله مفرد ما بعد میشود بر وجهی که بسبب
ترتیب بر همدیگر ضرب میشوند مجمل آنکه از روی مقایسه مذکوره این قاعده کلیه استنباط میشود

۲۹۴ قاعده کلیه بعد از آنکه مفروضات و مجهول مسئله بر دو خط افقی
چنان مرتب نمودید که هر دو مقدار همجنس مقابل یکدیگر واقع شوند مقدار مجهول
حاصل میشود از ضرب مقدار مفروض همجنس خود در نسبت مقادیر مفروضه

که دو دو از یکجنس باشند و در این نسبت مقدار تحتانی را بفوقانی قسمت میکنیم اگر [illegible]
مسئله باشد (و آن وقتی است که در مقا[illegible]

[illegible]

(و آن وقتی است که در مقابله بیشتر و کمتر ترقی و تنزل کوئیم

از روی تحویل بواحد قاعده کلی مذکور بدست آمد ولی در عمل بهتر آنست که معکوس کنیم دو عدد
هم جنس را آنوقت که با مجهول بر یک نسبت نشد و نیز مستقیم نکیریم آنوقت که نسبت معکوس است
چونکه این عمل بعکس ظاهر شده و بنظر بر فع ایراد بی انتظامی باید تصرف جزوی در اصل
قاعده نمود این است که ترتیب دو خط افقی را تغییر دهیم یعنی که یک خط اول قرار دهیم
مقادیری را که مجهول در سلک آنهاست و بر خط دوم مقادیر معروضه را از انقرار

عرض	طول	روز	ساعت	نفر
۱٫۲	۳۶۰۰	حل	۸	۲۴
۱٫۵	۲۴۰۰	۳۲	۹	۱۵

بر وفق این وضع مقدار مجهول مساوی میشود با حاصل ضرب مقدار همجنس خود از خط ثانی
در نسبت سایر مقادیر معلومه که دو دو از یکجنسند و نسبت مذکور این طور گرفته شود که اگر با حل
مجهول مستقیم باشند باستقامت فوقانی را بر تحتانی قسمت کنید و اگر معکوس باشند بر عکس
تحتانی را بفوقانی قسمت کنید

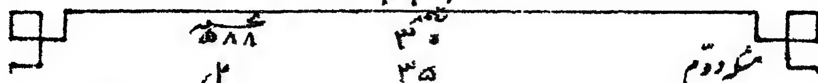
۲۹۵ مثال ــ مسئله سابق را میخواهیم بدستور مذکور رد و حل کنیم

مسئله اول

۲۵۰ ع	۴۵۰۰ ن
۳۷۲	حل

چون فرع ۲٫۳۲ و ۴٫۰۰ ... مرتبه ترقی کند قیمت نیز ۲ و ۳ و ۴ ... مرتبه ترقی میکند باید
تحتانی را بفوقانی نسبت داد و مبلغ معلوم ۴۵۰۰ قران را ضرب نمود در $\frac{۳۷۲}{۲۵۰}$
باینصورت

$$حل = ۴۵۰۰^{ن} \times \frac{۳۷۲}{۲۵۰}$$



مسئلهٔ دوم

تخته	عرض
۳۰	۵۸۸
۳۵	ل

چون عرض تخته ۲ و ۳ و ۴ ... برابر شود عدد آنها ۲ و ۳ و ۴ ... مرتبه کمتر لازم باشد پس باید فوقانی را بر تحتانی نسبت داد باینصورت

$$ل = ۵۸۸ \times \frac{۳۰}{۳۵}$$

مسئلهٔ سوم

عرض	طول	روز	عمل	نفر
۱,۲	۲۴۰۰	۳۲	۹	۱۵
۱,۵	۳۶۰۰	ل	۸	۲۴

اولاً چون عدد اشخاص ۲ و ۳ و ۴ ... مرتبه فوقی کند عدد ایام ۲ و ۳ و ۴ ... مرتبه تنزل میکند چنین می نویسیم $۳۲ \times \frac{۱۵}{۲۴}$ یعنی فوقانی را بر تحتانی نسبت دادیم

ثانیاً چون عملیات در هر روز ۲ و ۳ و ۴ ... مرتبه بیشتر مشغول شوند عدد ایام لازمه ۲ و ۳ و ۴ ... مرتبه تنزل میکند حاصل سابق را ضرب میکنیم در نسبت $\frac{۹}{۸}$ یعنی فوقانی را تحتانی نسبت میدهیم باینصورت $۳۲ \times \frac{۱۵}{۲۴} \times \frac{۹}{۸}$

ثالثاً چون عدد ذرع باهتی ۲ و ۳ و ۴ ... مرتبه فوقی کند عدد ایام کار عملیات ۲ و ۳ و ۴ ... مرتبه فوقی میکند عدد فوقانی را تحتانی نسبت میدهیم چنین میشود $\frac{۳۶۰۰}{۲۴۰۰}$

و بعد چنین $۳۲ \times \frac{۱۵}{۲۴} \times \frac{۹}{۸} \times \frac{۳۶۰۰}{۲۴۰۰}$

رابعاً در بستن قناتی که عرضش ۲ و ۳ و ۴ ... برابر شود معلوم است ۲ و ۳ و ۴ ... برابر روز بیشتر لازم است پس جمله را ضرب میکنیم در این نسبت $\frac{۱,۲}{۱,۵}$ و چنین میشود

$$ل = ۳۲ \times \frac{۱۵}{۲۴} \times \frac{۹}{۸} \times \frac{۳۶۰۰}{۲۴۰۰} \times \frac{۱,۲}{۱,۵}$$

پس باقی اجرای همین اعمال ضرب است و باینصورت مینویسیم

$$ل = \frac{۳۲ \times ۱۵ \times ۹ \times ۳۶۰۰ \times ۱,۵}{۲۴ \times ۸ \times ۲۴۰۰ \times ۱,۲}$$

در عملیات مقدار ل را بلاواسطه بصورت اخیر نویسند محض اینکه اختصار کرد آسان تر باشد

واول چنین نویسند $\frac{۳۲}{\quad\quad\quad} = \text{ل}$

وبعد بر وفق قاعده کلیه بعضی اعداد معروضه را مانند عامل در فوق خط نویسند وبعضی را در تحت

۲۹۶ چون طریق حل تناسب مفرد ومرکب هر دو معلوم شد مناسب این است که بعضی نکات را که بعد از نوشتن صورت جواب مایه اختصار عمل میشوند اینجا ذکر کنیم

چون مقدار ل باین صورت نوشته شد

$$\text{ل} = \frac{۳۲ \times ۱۵ \times ۹ \times ۳۶۰۰ \times ۱٫۵}{۲۴ \times ۸ \times ۲۴۰۰ \times ۱٫۲} = \frac{۳۲ \times ۱۵ \times ۹ \times ۳۶۰۰ \times ۱۵}{۲۴ \times ۸ \times ۲۴۰۰ \times ۱۲}$$

باید قبل از اجرای اعمال ضربی که در صورت و مخرج کسر منوی شده است حذف نمائیم آنچه عامل در دو جمله تقسیم مشترک است ودر این مقام بکار آید قواعد قابل قسمت بودن بر

بر ۱۵ و ۱۰۰ و ۱۰۰۰ ۲ و ۴ و ۸ ۰۰۰۰ چون ۳۶۰۰ و ۲۴۰۰ هر دو قابل قسمت است با بر ۱۰۰ اودر جای آنها این دو عدد را ۳۶ و ۲۴ مینویسیم واینها نیز قابل قسمت هستند بر ۱۲ دو عدد ۳۲ و ۲۴ نیز مقسوم علیه مشترکی دارند ۸ است ورقم ۴ که در فوق پیدا شود با ۱۲ تحتانی هر دو قابل قسمت باشند بر ۴ وبعد عامل ۳ در هر دو مشترک میشود وچون جمیع جملها محذوف شدند این صورت نتیجه میشود

$$\text{ل} = \frac{۱۵ \times ۱۵ \times ۳}{۸ \times ۲} = \frac{۶۷۵}{۱۶} = \overset{\text{ذرع}}{۴۲} + \frac{۳}{۱۶}$$

۲۹۷ اگر در مفروضات مسئله اعداد کسری باشد بهتر آنست که اول همه را بیک مخرج تحویل کنیم چونکه انوقت نسبت آنها بدل میشود به نسبت صور کسور چنانچه عوض ۱٫۵ و ۱٫۲ را این دو عدد را ۱۵ و ۱۲ قرار دادیم که از جنس دهیم‌اند و بطور کلی اگر در یکی از جملها آحاد اصلی و اجزایش هر دو موجود باشند (مثلا سال وماه وروز) بهتر است که جمیع اجزا را بواحد مرتبه پست‌تر تحویل کنند وآنواحد را واحد اصلی فرض نمایند (واین دو قاعده اختصار در واقع متحد باشند

امثله مشق

از قماشی که $\frac{3}{8}$ ذرع عرض اوست چند ذرع کافی باشد برای آستر ۳۰ ذرع قماشی که $\frac{5}{8}$ عرض او باشد جواب ۳۲

۲ نسبت زحمت دو عمل چه یکدیگر مثل ۵ باشد به ۷ و شخصی ۲۱ ذرع از عمل اول را در مدتی معین به انجام رسانید پس در همان مدت چند ذرع از عمل دوم را تمام میکند جواب ۱۵ ذرع

۳ دو نفر در مدت ۲ ساعت ۷ ذرع عملی را تمام کردند پس چند ذرع از همان عمل را ۱۵ نفر در مدت ۱۱ ساعت تمام میکنند جواب ۱۹۲٫۵ ذرع

۴ قیمت ۳۰ ذرع ماهوتی که $\frac{9}{12}$ عرض داشته باشد ۷۲ تومان است پس چه مبلغ خواهد بود قیمت ۵۰ ذرع ماهوت جنس پست تر که $\frac{8}{12}$ عرض دارد بنا بر آنکه بدانیم در صورت اتحاد طول و عرض قیمت ماهوت پست تر $\frac{15}{18}$ قیمت ماهوت اعلی است جواب ۱۰۰ تومان

۵ عملی را ۲۴ نفر روزی ۷ ساعت مشغول شدند مدت ۵ روز تمام کردند پس چند روز همان عمل را ۲۱ نفر تمام میکنند بنا بر آنکه روزی ۴ ساعت مشغول باشند جواب ۱۰ روز

۶ نسبت صعوبت دو عمل مثل ۳ است به ۴ و دو نفر در مدت معین ۸ ذرع از عمل اول را تمام کردند پس ۵ نفر چند ذرع از عمل دوم را در همان مدت تمام میکنند جواب ۱۵ ذرع

۷ سه نفر عملی را در ۱۵ ساعت تمام کردند پس ۵ نفر همان عمل را در چند ساعت تمام میکنند جواب ۹ ساعت

۸ در بنای عمارتی زمینی لازم است که وسعتش ۱۱۲ ذرع طول در ۷۵ ذرع عرض باشد و زمینی که موجود بود ۱۲۳ ذرع طول داشت پس چند ذرع عرض باید گرفت جواب

در مسئله مرابحه (درس ۳۰)

۲۹۸ ربح منفعتی است که عاید شخص شود بازاء مبلغی که بشخص دیگر قرض داده و مبلغ استقراضی را سرمایه گوئیم

مبلغ ربح بسته بمبلغ سرمایه است و بمدتی که آن مبلغ در مرابحه باشد و رکن دیگر که نرخ مرابحه گوییم

نرخ مرابحه مبلغ ربحی است که بازاء ۱۰۰ تومان در مدت یکسال عاید شخص شود
چنانچه اگر گوییم شخصی سرمایه خود را بنرخ صد بیست مرابحه میدهد مقصود آنست که در مدت یکسال
از صد تومان ۲۰ تومان عاید او میشود

بعضی اوقات نرخ ۱۰۰ تومان را بازاء مدت دیگر غیر از یکسال قرار دهند مثلا ماه و ربع
سال را مأخذ بگیرند و گاه عوض ۱۰۰ تومان ۱۰ تومان را میزان قرار دهند و گویند سرمایه
بنرخ تومانی یکعباسی مرابحه میشود و مقصود آنست که منفعت یکتومان در هر ماه دویست دینار باشد
ولی هر وقت کلمه نرخ را مطلق استعمال کنیم ماخذش ۱۰۰ تومان است و مدتش یکسال
نرخ را باین صورت ٪۵ بر ۴ بنمائیم یا باین صورت ۴ بر ۵٪ یعنی از قرار صد چهار
ربح بر دو نوع است مفرد و مرکب و مرکب را در عرف فرع در فرع گویند

ربح را مفرد گوییم هرگاه مبلغ سرمایه در تمام مدت مرابحه تغییر نکند و برقرار باشد
و مرکب گوییم هرگاه در راس موعد مثلا آخر سال تا آخر سال ربح سابق را بر سرمایه
اضافه کنیم و مجموع را سرمایه تازه قرار دهیم برای بعد

و بالفعل بحث در مرابحه مفرد است و مرکب را در خاتمه ذکر میکنیم

۲۹۹ در ربح مفرد چون مبلغ نرخ معین باشد حساب ربح مفرد مبنی بر اصول ذیل است

اولاً در صورت اتحاد مدت تغییر ربح به نسبت سرمایه است

ثانیاً در صورت اتحاد سرمایه تغییر ربح به نسبت مدت مرابحه است

از این دو حکم ظاهر است که اسئله مرابحه بعینه تناسب مفرد است و میتوان بقاعده
(۲۹۴) همه را حل نمود ولی بدستور عام میتوان جمیع مسائل مرابحه مفرد را حل نمود

و اول باید و مسئله را مستقیمانه حل کنیم

مسئله مطلوب سود ۱۸۶۴۲ تومان سرمایه است که بنرخ ۴٫۵٪ به ۴½ سالیانه منفعت داده‌اند سود اینجا باصطلاح مبلغ نفع سرمایه است در عرض یکسال

مسئله را باین صورت می‌نویسیم

نفع ۱۰۰ تومان	۴٫۵ تومان	باشد
۱۸۶۴۲	ل	

دلیل چون نفع ۱۰۰ تومان ۴٫۵ تومان است نفع ۱ تومان این مبلغ میشود $\frac{۴٫۵}{۱۰۰}$

و نفع ۱۸۶۴۲ تومان این مبلغ $\frac{۴٫۵ \times ۱۸۶۴۲}{۱۰۰}$

پس سود باین وجه حاصل میشود که سرمایه را ضرب کنند در نرخ و حاصل را قسمت نمایند بر ۱۰۰ (و ظاهر است که قسمت بر ۱۰۰ منجر میشود به نقل مکان ممیز با وضع جدیدان)

و میتوان قاعده (۲۹۴) را اینجا جاری ساخت

چون نفع به نسبت سرمایه است باید نرخ ۴٫۵ تومان را ضرب نمود در نسبت دو سرمایه از تحت بعنوان باین صورت

$$\frac{۴٫۵ \times ۱۸۶۴۲}{۱۰۰} = \frac{۱۸۶۴۲}{۱۰۰} \times ۴٫۵ = ل$$

۳۵۵ مسئله مطلوب ربح مبلغ ۳۲۴۶٫۲۴ تومان سرمایه است در مدت ۳ سال و ۸ ماه از قرار نرخ سالیانه ۵ تومان یعنی ۵٪ صد ۵

اول مدت را بماه تحویل میکنیم (۲۹۷) ۳ سال ۸ ماه معادل است با ۴۴ ماه

و باین صورت می‌نویسیم

نفع ۱۰۰ تومان	در ۱۲ ماه	۵ تومان	باشد
۳۲۴۶٫۲۴	۴۴	ل	

دلیل نفع ۱ تومان در ۱۲ ماه چه باشد $\frac{5}{100}$ تومان

۱ « « ۱ در ۱ $\frac{5}{100 \times 12}$

۳۲۴۶٫۲۴ در ۱ $\frac{5 \times 3246{,}24}{100 \times 12}$

۳۲۴۶٫۲۴ در ۴۴ $\frac{5 \times 3246{,}24 \times 44}{100 \times 12}$

میتوان نیز قاعده (۲۹۴) را از اینقرار جاری نمود

چون ربح بنسبت سرمایه تغییر میکند باید نرخ را ضرب کرد در نسبت دو سرمایه (از تحت بفوق) باینصورت $5 \times \frac{3246{,}24}{100}$ و چون ربح بنسبت عدد ماه تغییر میکند باید ضرب نمود نرخ را در نسبت عدد ماهها (از تحت بفوق) و بنابراین

$$ل = 5 \times \frac{3246{,}24}{100} \times \frac{44}{12} = \frac{5 \times 3246{,}24 \times 44}{100 \times 12}$$

دستور عام در ربح مفرد (درس ۳)

۳۰۱ چنانچه سابق ذکر شد در مسئله ربح چهار مقدار مختلف استعمال شود سرمایه نرخ مدت مراجعه و ربح سرمایه بازاء آن مدت و چون از این اصول چهارگانه سه تا معلوم باشد اصل چهارم را میتوان معلوم کرد پس در مراجعه مفرد چهار مسئله اصلی میتوان طرح نمود و مسئله که سابق دو مرتبه حل شد یکی از آنهاست و هر چهار حل شوند از روی دستوری عام که حال در طلبش میرویم

فرض میکنیم نعم سرمایه باشد و ن نرخ مراجعه دم مدت مراجعه و ح ربح تومان باشد در مدت م از قرار نرخ ن

دلیل چون نفع ۱۰۰ تومان در ۱ سال فه تومان میشود

۱ در ۱ $\frac{\text{فه}}{۱۰۰}$ تومان میشود

سه در ۱ $\frac{\text{فه} \times \text{سه}}{۱۰۰}$ میشود

سه در م $\frac{\text{سه} \times \text{فه} \times \text{م}}{۱۰۰}$ میشود

و چون ربح سه تومان را در مدت م سال ح فرض نموده بودیم چنین میشود

$$\text{ح} = \frac{\text{م} \times \text{فه} \times \text{سه}}{۱۰۰} \qquad (۱)$$

دستور موعود همین است و در آن هر چهار نوع مقدار مندرج است پس اگر سه جمله آنها معلوم باشد چهارم را میتوان مشخص کرد

۳۵۲ قبل از استعمال دستور باید دانست که اگر فه ربح ۱۰۰ تومان باشد در مدت یک سال م را نیز باید بحسب سال معلوم کرد مثلا اگر ۵ ماه باشد بدین شکل تو $\frac{۵}{۱۲} = \text{م}$ (نظر کنید مسئله دوم ۳۵۳ آنحالت را که مدت بحسب ایام معین شده) و حال مقصود حل چهار مسئله است از روی دستور

۳۵۳ مسئلهٔ اول مطلوب است ربح ۲ سال و ۸ ماه مبلغ ۱۲۸۰ تومان سرمایه از قرار ۴٫۵ به ۰/۰ در اینجا مجهول ح باشد و ۱۲۸۰ = سه

و $۴٫۵ = ۴\frac{۱}{۲} = \text{فه}$ و $\frac{۸}{۳} = \frac{۳۲}{۱۲} = ۲ + \frac{۸}{۱۲} = \text{م}$

چون در دستور (۱) بجای سه و فه و م مقادیر عددیه قرار دهیم باین صورت میشود

$$\text{ح} = \frac{۱۲۸۰ \times ۴٫۵ \times \frac{۸}{۳}}{۱۰۰} = \frac{۱۲۸۰ \times ۴٫۵ \times ۸}{۱۰۰ \times ۳}$$

مسئلهٔ دوم مطلوب است مبلغ سرمایه که ربحش از قرار ۵ به ۰/۰ در مدت یکسال و ۱۰ ماه و ۱۸ روز ۴۲٫۸ تومان شود

در این مسئله مجهول سه است ۴۲٫۸ = ح روز ۱۸ ماه ۱۰ سال ۱ ، ۵ = فه

$$\text{ا} = \frac{۶۲۸}{۳۶۰} = \frac{۱۱۳}{۶۰} \quad \text{و} \quad \text{ح} = ۶۸٫۴$$

و چون طرفین دستور (۱) را در ۱۰۰ ضرب کنیم چنین شود $۱۰۰\,\text{ح} = \text{سه} \times \text{نه} \times \text{م}$

و بعد قسمت کنیم بر م × نه چنین $\text{سه} = \frac{۱۰۰ \times \text{ح}}{\text{نه} \times \text{م}}$ (۲)

و حال بجای ح و نه و م مقادیر عددیه قرار دهیم چنین شود

$$\text{سه} = \frac{۱۰۰ \times ۶۸٫۴}{۵ \times \frac{۱۱۳}{۶۰}} = \frac{۱۰۰ \times ۶۸٫۴ \times ۶۰}{۵ \times ۱۱۳}$$

تنبیه اینجا سال ۳۶۰ روز فرض شده و ماهها همه ۳۰ روزه یعنی ماخذ سال شمسی است تقریبا

مسئله سوم مطلوب است نرخ را بجهة مبلغ ۳۸۰۰ تومان بنابر آنکه در مدت ۲ سال ربحش ۱۹۰ تومان شده باشد

این مجهول نه است $۳۸۰۰ = \text{م}$ و $۲ = \text{سه}$ و $۱۹۰ = \text{ح}$

از دستور (۱) این تساوی حاصل میشود $\text{نه} \times \text{م} \times \text{سه} = \text{م} \times \text{نه} \times \text{سه} = ۱۰۰\,\text{ح}$

و چون طرفین را بر م × سه قسمت کنیم چنین میشود

$$\text{نه} = \frac{۱۰۰ \times \text{ح}}{\text{م} \times \text{سه}} \quad (۳)$$

و حال بجای ح و سه و م مقادیر عددیه قرار دهیم چنین میشود

$$\text{نه} = \frac{۱۰۰ \times ۱۹۰}{۳۸۰۰ \times ۲}$$

مسئله چهارم مطلوب است مدت را بجهة مبلغ ۳۸۰۰ تومان سرمایه بنابر آنکه از قرار ۵ به % ربحش در مدت مجهول ۱۹۰ تومان شده باشد

اینجا مجهول م است $۳۸۰۰ = \text{سه}$ و $۵ = \text{نه}$ و $۱۹۰ = \text{ح}$

از دستور (۱) چنین نتیجه میشود $\text{م} \times \text{نه} \times \text{سه} = \text{ح} \times ۱۰۰$ و بعد از قسمت طرفین بر نه × سه چنین

$$\text{م} = \frac{۱۰۰ \times \text{ح}}{\text{نه} \times \text{سه}} \quad (۴)$$

وحال بجای ح و صه و فه مقادیر عددیه قرار دهیم چنین میشود

$$م = \frac{۱۰۰ \times ۱۴۰}{۳۸۰۰ \times ۵}$$

چهار دستور (۱) و (۲) و (۳) و (۴) هرکدام برای حل یکی ازاین چهار مسئله است ولیکن چون همه آنها از روی یکدیگر استخراج میشوند ضبط یکی ازآنها در خاطر کافی است واولی دستور (۱) باشد چون بیشتر از سایر بکار آید

تنبیه انچه درخصوص ربح ذکر شد مطابق رسم و قانون کلی است ولیکن در ایران غالب آنست که واحد زمان را ماه بگیرند و ماخذ نرخ را یکتومان و مبلغ نرخ همین دو ماخذ مختلف باشد در معاملات تجاره تجارتی نرخ یکتومان دریکماه یکصد دینار باشد ومیان تجار و معتبرین از غیر تجار یکصد و پنجاه دینار و در معاملات رسمیه عامه این مملکت دویست دینار و گاه دویست و پنجاه دینار و ما این چند نرخ را بماخذ صد تومان در یکسال تحویل کنیم تا حساب معاملات سهل تر باشد ولی سال را قمری گیرند

منفعت یکصد تومان دریکسال از قرار نرخ یکصد دینار مذکور ۱۲ تومان است یعنی ۱۲ به %

واز قرار یکصد و پنجاه دینار ۱۸ تومان یعنی ۱۸ به %

واز قرار دویست دینار ۲۴ تومان یعنی ۲۴ به %

واز قرار دویست و پنجاه دینار ۳۰ تومان یعنی ۳۰ به %

در تنزیل تجارتی

۴۰۳ هرگاه شخصی مبلغی معین مدیون باشد وفیما بین قرار براین شده باشد که آن مبلغ را در موعد معهودی کارسازی شود و قبل از انقضای آن مدت مطالبه نخواه شود قاعده آنست که شخص مدیون مبلغ جزئی از تنخواه کل بکاهد وما بقی را هنگام مطالبه تسلیم نماید وحال آن مبلغ جزئی را که شخص مدیون

از تنخواه اسنادی که اسنهٔ تنزیل تجارتی نامیم

تنزیل معمول تجارتی بعینه ربح مبلغ تنخواهی است که در حجت و سند و برات قید شده بازاء مدتی که قبل از رأس موعد مطالبه شده باشد و از این قرار اختلافی میان این نوع تنزیل و ربح مفرد نیست جز در لفظ که باید عوض ربح تنزیل گفت و عوض نرخ مرابحه نرخ تنزیل پس مسائل ربح بعینه در تنزیل آیند و بدلائل سابقه باید دستور $\frac{م \times نه \times سه}{100}$ = ح حاصل شود

اینجا نه علامت نرخ تنزیل است و ح تنزیل تمام مبلغ مقید در حجت

مثال شخصی حجتی ۳۶۰۰ تومان در دست دارد که میبایست در ۲۵ ذیحجه ۱۲۸۱ دریافت شود و او در ۱۲ ماه جمادی الاولی از همان سال مطالبه تنخواه میکند و نرخ تنزیل فیمابین ایشان ۴ به ٪ است حال مطلوب مبلغ تنزیل است اول باید معلوم کرد که از ۱۲ جمادی الاولی داخل تا ۲۵ ذیحجه خارج چند روز فاصله دارد

روز — ذیحجه — ذیقعده — شوال — رمضان — شعبان — رجب — جمادی الثانی — جمادی الاولی

۲۲۵ = ۲۴ + ۳۰ + ۲۹ + ۳۰ + ۲۹ + ۳۰ + ۲۹ + ۱۹ روز

در تجارت رسم است که عدد ایام را بدقت و تحقیق معلوم کنند ولی من باب تسهیل عمل عدد ایام سال را بطور وسط ۳۶۰ روز گیرند ما بین قمری ۳۵۴ و شمسی ۳۶۵ و عدد ایام ماههای هلالی هر وقت معلوم نباشد مانند منجمان ابتدا از محرم یکماه را ۳۰ گیرند و یکماه را ۲۹ چنانچه ما گرفتیم و الوقت از قرار دستور $\frac{۲۲۵}{۳۶۰}$ = سه و ۳۶۰۰ = م و ۴ = نه

پس

$$ح = \frac{۳۶۰۰ \times ۴ \times ۲۲۵}{۱۰۰ \times ۳۶۰}$$

چون در تنزیل نیز چهار مقدار سه و نه و م و ح استعمال شده چهار مسئله در او طرح میشود و مسئلهٔ اول نظر باینکه معمول تر است بذکرش اکتفا نمودیم

۳۰۵ تنبیه بنای قاعدهٔ مذکوره تنزیل در حقیقت درست نیست چونکه شخص مدیون ربح تمام مبلغی را که در حجت ثبت است برای خود حساب میکند و حال آنکه تمام

ان مبلغ را الصاحب تنخواه نمیدهد

درست تر آنست که شخص مدیون هیچ مبلغی را حساب کند که بالفعل بطلبکار میدهد و آنرا بابراتی بی مدتی معلوم کند که قبل از موعد کارسازی میشود

و میتوان از قرار این فرض مشخص نمود مبلغ تنخواهی را که بعد از وضع تنزیل از تمام حجت بشخص طلبکار میرسد این مبلغ را س فرض میکنیم و تنزیل را ح پس از تمام مبلغ ۳۶۰۰ تومان حجت سهم طلبکار س میشود و سهم مدیون از بابت تنزیل ح پس ح + س = ۳۶۰۰

از قرار دستور (۱) ح = (م × ن × س) / ۱۰۰ پس (م × ن × س) / ۱۰۰ + س = ۳۶۰۰

طرفین این تساوی را ضرب میکنیم در ۱۰۰ چنین میشود

۳۶۰۰ × ۱۰۰ = ۱۰۰ س + س × ن × م = س (۱۰۰ + ن × م)

و بعد س = (۳۶۰۰ × ۱۰۰) / (۱۰۰ + ن × م)

اگر مبلغ حجت را ل فرض میکنیم و این دستور نتیجه میشود

— — — / (۱۰۰ + م × ن)

وجه اخیر تنزیل را تنزیل درونی و تنزیل داخله گوئیم و تنزیل تجارتی را تنزیل بیرونی و تنزیل خارجه

در تناسب قسمت که تقسیم بنسبت نیز گوئیم و قانون شارکت (درس ۳۲)

۴۵۳ تعریف اعداد چند مثل ب و ح و ه را متناسب گوئیم با اعداد دیگر مثل ۳ و ۵ و ۷ در آن صورت که نسبتشان با اعداد مفروضه برابر باشند از اینقرار

ب / ۳ = ح / ۵ = ه / ۷

تنبیه چون یکی از آن اعداد مثلا ب تغییر کند و برات چند ترقی یا تنزل نماید بطوریکه نسبت مذکوره برقرار بماند ظاهر است که بایست سایر اعداد ح و ه و غیره همان

مراتب ترقی یا تنزل نماید

مسئله میخواهیم مبلغ ۱۲۰ تومان را میان چهار نفر قسمت کنیم به نسبت اعداد
۵ و ۷ و ۸ و ۱۲

دلیل اولا اعداد نسبت را جمع میکنیم $۵+۷+۸+۱۲=۳۲$
و میگوئیم اگر مبلغ مزبور ۳۲ تومان بود ظاهر است که سهم شخص اول ۵ تومان میشد و سهم دوم ۷ و سوم ۸ و چهارم ۱۲ و اگر یکتومان بود سهم هر نفر ۳۲ مرتبه تنزل میکرد یعنی سهم شخص اول $\frac{۵}{۳۲}$ میشد و از دوم $\frac{۷}{۳۲}$ و از سوم $\frac{۸}{۳۲}$ و از چهارم $\frac{۱۲}{۳۲}$ و چون مبلغ قسمت کردنی ۱۲۰ تومان است سهم هر کدام ۱۲۰ برابر میشود یعنی از شخص اول $\frac{۵\times۱۲۰}{۳۲}$
و از دوم $\frac{۷\times۱۲۰}{۳۲}$ و از سوم $\frac{۸\times۱۲۰}{۳۲}$ و از چهارم $\frac{۱۲\times۱۲۰}{۳۲}$
و بعد از اجرای ضرب و قسمت سهم هر کدام معین میشود

تنبیه چون سهام سه شخص اول بدست آمد مجموع را از ۱۲۰ تومان تفریق نمائید باقی سهم چهارم است ولی بهتر آنست که سهم هر کدام جدا جدا معلوم شود و آنوقت من باب امتحان همه را جمع کنید میزان باید ۱۲۰ تومان بشود

جمیع مسائل تقسیم بهمین وجه حل شوند و از روی همان دلیل قاعده کلیه ذیل نتیجه میشود

قاعده در تعیین سهم هر نفر ضرب کنید تمام مبلغ تقسیم را در عددی که نظیر آن سهم باشد و قسمت کنید حاصل را بر مجموع اعداد نسبت که نظایر سهام باشند

تنبیه اول اعداد متناسب سهام اگر بزرگتر مقسوم علیه مشترکی داشته باشند بهتر آنست که همه را بر آن قسمت کنیم و ظاهر است که باین تصرف شروط مسئله تغییر نمیکند و عمل اسانتر میشود
مثال میتوان این نسبت را $\frac{ا}{۲۰}=\frac{ج}{۱۲}=\frac{ب}{۸}$ بدل نمود باین نسبت
$\frac{ا}{۵}=\frac{ج}{۳}=\frac{ب}{۲}$

تنبیه دوم اگر اعداد نسب صاحب کسور باشند قاعده آنست که جمیعاً صحاح باشند
یا کسور تحویل کنند بکسورتیکه همه یک مخرج باشند و صور را عوض کسور اختیار کنند

مثال میخواهیم مبلغ ۱۲۰ تومان را بر نسبت اعداد ۲ و $\frac{۱}{۴}$ + ۳ و $\frac{۲}{۳}$ + ۵
و $\frac{۸}{۹}$ قسمت کنیم

چون مخرج مشترک کسور ۳۶ است همه را باین مخرج تحویل میکنیم از صحاح و کسور و نیز نسبت
چنین میشوند $\frac{۷۲}{۳۶}$ $\frac{۱۱۷}{۳۶}$ $\frac{۲۰۴}{۳۶}$ $\frac{۳۲}{۳۶}$

و چون مقصود قیمت ۱۲۰ تومان بود بر نسبت این کسور پس همه را جمع میکنیم میزان $\frac{۴۲۵}{۳۶}$ باشد
و میگوئیم مبلغ تقسیم کردنی اگر $\frac{۴۲۵}{۳۶}$ تومان بود معلوم است که سهم شخص اول $\frac{۷۲}{۳۶}$ بود
و سهم دوم $\frac{۱۱۷}{۳۶}$ و هکذا و اگر آن مبلغ ۴۲۵ تومان بود یعنی ۳۶ برابر
سهم اولی این میشد ۳۶ × $\frac{۷۲}{۳۶}$ یعنی بعینه ۷۲ تومان و سهم دوم ۱۱۷ تومان و هکذا
و اگر یکتومان بود فلان حاصل اکنه مباحث مسئله اول تقریر کرد .
و آخر مسئله منجر باینکه مبلغ ۱۲۰ تومان را قسمت کنیم بر نسبت این اعداد ۷۲ و ۱۱۷ و غیره
که صور کسور مذکور باشند

مسئله

و ۷ شاگرد ... با اجرت یومی ۱۸۰ را قران و ۵ نفر عمله هر کدام با اجرت یومی
۱۵ را قران و مبلغ ۱۲۰ تومان بر سم انعام در حق ایشان مرحمت شده میخواهیم
این مبلغ را میان انها بر نسبت اجرتهاشان قسمت کنیم

دلیل اجرت ۱۲ نفر استاد مجموعاً در هر روز این است ۱۲ × ۳٫۴۰ قران یا ۴۰٫۸۰ قران
اجرت ۷ نفر شاگرد مجموعاً ۷ × ۱٫۸۰ را یا ۱۲٫۶۰
اجرت ۵ نفر عمله ۵ × ۱٫۸ را یا ۵٫۸

پس اجرت مجموع استادهای کارخانه در هر روز این مبلغ میشود ۵۸٫۹ قران

حال گوئیم اگر مبلغ انعام ۵۸٫۹ قران بود سهم هر نفر استاد ۳٫۴ قران میشد و هر شاگرد ۱٫۸ قران و هر عمله ۱٫۱ قران و اگر انعام یکتومان بود سهم هر نفر استاد $\frac{۳٫۴۰}{۵۸٫۹۵}$ قران میشد و هر شاگرد $\frac{۱٫۸۰}{۵۸٫۹۵}$ و هر عمله $\frac{۱٫۱۵}{۵۸٫۹۵}$ قران

و چون در حقیقت مبلغ انعام ۱۲۰۰ قران است یعنی ۱۲۰۰ برابر پس سهم هر نفر استاد این میشود $\frac{۳٫۴۰ \times ۱۲۰۰}{۵۸٫۹۵}$ و از هر شاگرد $\frac{۱٫۸ \times ۱۲۰۰}{۵۸٫۹۵}$ و از هر عمله $\frac{۱٫۱ \times ۱۲۰۰}{۵۸٫۹۵}$

مسئله تسهیم در مقامات بسیار بکار آید مثلا منفعتی که چند نفر شریک از عمل خویش برده باشند به نسبت سرمایه ایشان قسمت میشود و مالیات شخص مفلس و قضا اداء دیون به نسبت آن دیون میانه وامخواهان قسمت میشود و تخفیف دیوان هر بمبلغ یا اضافه مالیات به نسبت سهمی مالیات یا وسعت زراعات یا قدر محصولات قسمت میشود و امثال آنها

و ما اینجا بذکر مقام اول اکتفا کنیم و در خاتمه انواع آنها را شرح دهیم و نکاتی را که بیشتر در عملیات باید تسهیل حساب بشود نیز بیان کنیم

در قانون مشارکت

۳۵۷ دستور حل مسائل مشارکت مبنی بر این دو حکم است

اولاً در صورت اتحاد مدت نفع و ضرر به نسبت سرمایه‌هاست

ثانیاً در صورت اتحاد سرمایه‌ها نفع و ضرر به نسبت مدتهاست

این دو حکم از علوم متعارفه است و بترکیب آنها حکم سوم استنباط میشود

ثالثاً در صورت اختلاف سرمایه و مدت هر دو نفع و ضرر به نسبت حاصل ضرب سرمایه‌ها است در مدت

و راه استنباط این حکم از دو حکم مقدم این است

فرض میکنیم سرمایهٔ شریکی مبلغ ۱۲۰ تومان باشد در مدت ۷ ماه شراکت و سرمایهٔ شریک دیگر ۱۶۰ تومان در مدت ۱۰ ماه شراکت و ع نفع یکتومان باشد در مدتیکماه

از این قرار نفع ۱۲۰ تومان در ۱ ماه این میشود ع ۱۲۰

و نفع ۱۲۰ تومان در ۷ ماه ع × ۷ × ۱۲۰

و همچنین نفع ۱۶۰ تومان در ۱ ماه ع ۱۶۰

نفع ۱۶۰ تومان در ۱۰ ماه ع × ۱۰ × ۱۶۰

پس $\frac{۱۲۰×۷}{۱۶۰×۱۰} = \frac{۱۲۰×۷×ع}{۱۶۰×۱۰×ع} = \frac{\text{نفع ۱۲۰ تومان در ۷ ماه}}{\text{نفع ۱۶۰ تومان در ۱۰ ماه}}$ فهو المطلوب

۳۵۸ مسئله سه نفر در مدت واحد از شراکت مبلغ ۱۸۰۰ تومان نفع بردند سرمایهٔ اولی ۱۲۸۰ تومان بود و از دومی ۱۵۴۰ تومان و از سومی ۲۱۸۰ تومان مطلوب سهم هر نفر است

اینجا چون سهام به نسبت سرمایهاست مبلغ ۱۸۰۰ تومان را باید به نسبت اعداد ۱۲۸۰ و ۱۵۴۰ و ۲۱۸۰ قسمت کرد یا به نسبت ۱۲۸ و ۱۵۴ و ۲۱۸ یا به نسبت ۶۴ و ۷۷ و ۱۰۹

در حل این نوع مسائل میتوان باین وجه پیش آمد

مبلغ ۱۸۰۰ تومان نفع در حقیقت بازاء مجموع این سرمایهها است ۲۱۸۰ + ۱۵۴۰ + ۱۲۸۰ که ۵۰۰۰ تومان باشد و چون نفع ۵۰۰۰ تومان ۱۸۰۰ تومان شد نفع یکتومان این مبلغ میشود $\frac{۱۸۰۰}{۵۰۰۰}$ یا $\frac{۱۸}{۵۰}$ و از این قرار نفع سرمایه اول ۱۲۸۰ تومان چنین میشود $\frac{۱۸×۱۲۸}{۵}$ و هکذا

۳۵۹ مسئله شخصی با مبلغ سرمایه ۱۲۰۰ تومان مشغول عملی شد ۸ ماه بعد شخص دیگر با مبلغ ۱۶۰۰ تومان سرمایه باو پیوست

و لکن خود دخیل نشد در عمل و ۱۲ ماه بعد شخص سوم مبلغ ۳۰۰۰ تومان
آورده و مثال شخص دوم شریک شد و جمیع تنخواه بتصرف شخص اول بود و او
در مدت ۶ سال تمام تجارت کرده و مبلغ ۴۸۰۰ تومان سود کرد
و با شرکا ضمن العقد شرط کرده بود که از بابت حق العمل خویش مبلغ ۶ به ٪
از تمام سود منظور دارد حال مطلوب سهم هر کدام از شرکا است

اول باید حق العمل ۶ به ٪ را از نفع موضوع کرده جداگانه بر سهم شخص اول فزود
پس گوئیم هرگاه که مبلغ ۴۸۰۰ تومان سود مرکب شود از صد تومان بما القدر حق العمل ترکیب
میشود چهار ۶ تومان پس این تساوی حاصل میشود $\frac{۴۸۰۰}{۱۰۰} \times ۶ = ۴۸ \times ۶ = ۲۸۸$
و مبلغ نفعی که باید میان شرکا قسمت شود این است $۴۸۰۰ - ۲۸۸ = ۴۵۱۲$
سرمایه شریک اول مدت ۶ سال تمام یا ۷۲ ماه در عمل بوده و از دوم ۶۸ − ۲۵ یعنی
۴۳ ماه و از سوم ۶۵ − ۱۶ یعنی ۴۹ ماه

و بحکم سوم نفع هر نفر باید به نسبت حاصل ضرب سرمایه اش باشد در مدت نظیر آن پس
۴۵۱۲ تومان را قسمت میکنیم به نسبت این سه حاصل ضرب ۲۰۰۰×۷۲ و ۶۰۰۰×۴۳
و ۳۰۰۰×۴۹ و اول همه را بیک نسبت تنزل میدهیم و بعد بقانون (۳۵۸) عمل را تمام
میکنیم و حق العمل ۲۸۸ تومان بر سهم شخص اول اضافه میکنیم

اصول علم حساب اینجا باخر رسید و تا ... ذکر فواید جداول لگاریتم و مسطره حساب و اکنون
این باب را نیز شرح دهیم و در خاتمه از مسائل رسمیه بسیار حل کرده ام بقواعد آسانی که ذکر
شد برای متعلمین

باب نهم

در استعمال جدول لگاریتم و فایدهٔ مسطره جیب

در تعریف و خصایص لگاریتم و آن در لغت یونان بمعنی عدد دست (درس ۳۳)

۳۱۵ لگاریتم اعداد سلسله ایست از اعداد دیگر که جمله بجمله نظیرند با اعداد اول و دارای این خاصیتند
لگاریتم حاصل ضرب چند عامل مساوی است با مجموع لگاریتمهای آن عاملها

مثال ۵ لگ + ۴ لگ + ۳ لگ = ۶۰ لگ

(در اینجا لگ علامت لگاریتم است و مساوی چنین خوانده میشود لگاریتم ۶۰ مساویست با لگاریتم ۳ باضافهٔ لگاریتم ۴ باضافهٔ لگاریتم ۵)

برای این خاصیت اصلیه لگاریتم خواص مفیدهٔ چند متفرع است

خاصیت اولی لگاریتم خارج قسمت مساویست با لگاریتم مقسوم منها لگاریتم مقسوم علیه
زیرا که چون خود مقسوم مساوی است با حاصل ضرب مقسوم علیه در خارج قسمت پس لگاریتمش مساوی است با لگاریتم مقسوم علیه باضافهٔ لگاریتم خارج قسمت و بنابراین لگاریتم خارج قسمت مساوی است با فلان

خاصیت دویم لگاریتم قوهٔ هر عدد مساوی است با حاصل ضرب لگاریتم آن عدد در نمایندهٔ قوه اش

مثال ۱۷ لگ . ۴ = $۱۷^{۴}$ لگ

زیرا که ۱۷ . ۱۷ . ۱۷ . ۱۷ = $۱۷^{۴}$ و بنابراین

۱۷ لگ ۴ = ۱۷ لگ + ۱۷ لگ + ۱۷ لگ + ۱۷ لگ = $۱۷^{۴}$ لگ

خاصیت سیوم لگاریتم ضلع اول هر عدد مساوی است با خارج قسمت لگاریتم آن عدد بر نمایندهٔ ضلع

مثال لگ $\frac{۳۰}{۳}$ = لگ $\sqrt[۳]{۳۰}$

زیرا که چون این جمله را $\sqrt[۳]{۳۰}$ مکعب کنیم چنین میشود $(\sqrt[۳]{۳۰})^{۳} = ۳۰$

ولی

وبعد ۳۵ لگ = $(\sqrt[3]{۳۵})^{۳}$ لگ و بنا بر خاصیت دوم $\sqrt[3]{۳۵}$ لگ ۳ = $(\sqrt[3]{۳۵})^{۳}$ لگ

پس ۳۵ لگ = $\sqrt[3]{۳۵}$ لگ ۳ و بنا براین $\frac{۳۵ \text{ لگ}}{۳}$ = $\sqrt[3]{۳۵}$ لگ فهو المطلوب

بنا براین شش خاصیت لگاریتم بسیاری از اعمال حساب آسان و مختصر میشود چونکه بوساطت لگاریتم عمل ضرب بجمع میشود و عمل قسمت به تفریق و ترقی درجه به ضرب و استخراج ضلع اول بقسمت

و نظر باینکه اعمال مذکوره حساب سهل تر میشود جداول چند وضع شده که در ستونی از آنها اعداد منتظم طبیعی را تا حدی مشخص ثبت کرده اند و در ستون دیگر لگاریتمهای همان اعداد را در مقابل نوشته اند

و چون خواهند که با چنین جداول عمل ضرب مثلا مجری دارند در ستون اعداد دو عامل را طلب میکنند و لگاریتمهای بازاء آنها را بیرون آورده جمع میکنند و بعد در ستون لگاریتم میزان را طلب نموده عددی که بازائش از ستون اعداد حاصل ضرب مطلوب است

سایر اعمال را نیز همچنان میتوان مجری داشت حاصل آنکه فایدهٔ جداول لگاریتم بسیار است و حاجت بآن بیشمار پس باید قاعدهٔ استعمالش را بیان کرد ولی قبل از شروع تقدیم مطالب لازم است

در شرح لگاریتم مشهور و آنرا لگاریتم رسمی و عام نیز گویند

۳۱۱ بباید دانست که لگاریتم را انواع مختلف غیر متناهی است زیرا که چون رشتهٔ اعدادی اختیار کنیم نظایر اعداد صحاح و کسور مختلفه بر وجهی که خاصیت اصلیهٔ مذکوره در آن موجود باشد چنین اعداد لگاریتم آن اعداد صحاح و کسور میشوند حال چون جمیع این لگاریتمها را در عددی مثل ۷ ضرب کنیم نوع تازهٔ لگاریتم بدست می آید زیرا که چون در نوع اول این رشته وی محقق باشد ۵ لگ + ۴ لگ + ۳ لگ = ۶۰ لگ ظاهر است که بعد از ضرب این رشته وی در ۷ باز همان نسبت مابین حاصل ضربها برجا و ثابت است از قرار

۵ لگ ۷ + ۴ لگ ۷ + ۳ لگ ۷ = ۶۰ لگ ۷

و چون معلوم شد که لگاریتم را انواع بیشمار است بهتر است که آن نوعی اختیار شود

که روابط و نوشتن اعشار مشهورتر از همه بیشتر باشد یعنی با شمار اعشاری

وجه استعاره میان انواع لگاریتمها مبنا و پایه آن لگاریتمهاست و پایه در هر نوع لگاریتم عددی باشد

که در همان نوع لگاریتمش واحد است

لگاریتم رسمی آن نوع لگاریتمی باشد که پایه‌اش عدد ۱۰ است

چون از اینقرار ۱ = لگ ۱۰ هر عدد بزرگتر از واحد را لگاریتمی است مخصوص خود

۰ = لگ ۱ باید چنین باشد زیرا که در این مثال ۲۷ × ۱ = ۲۷ بنا بر خاصیت اصلیه باید

لگ ۲۷ + لگ ۱ = لگ ۲۷ و این مساوی حقیقت پیدا میکند جز در صورتی ۰ = لگ ۱ ابتدا از لگاریتم دوم

آنکه صفر است لگاریتمها نیز ابتدا اعداد متزاید میشوند (زیرا که مثلاً در دو عدد ۷ و ۸ چون ۸ = ۷ × ۸/۷

بنا بر تعریف لگ ۸/۷ + لگ ۷ = لگ ۸)

و چون ابتدا از واحد اعداد متناقص گردند لگاریتمها نیز باید متناقص شوند ولی زیر دست صفر عددی نداریم

پس اینجا باید گفت که کسور کوچکتر از واحد را لگاریتم نیست لیکن در علم جبر و مقابله

برای این نوع اعداد اصطلاحی خاص لگاریتم مشخص کرده اند

۳۱۲ قوای متتالیه ۱۰ را که ۱۰ و ۱۰۰ و ۱۰۰۰ و ۱۰۰۰۰ و غیره باشند لگاریتم

بترتیب این است ۱ ۲ ۳ ۴ ......

(چون ۱ = لگ ۱۰ معلوم است که ۲ = لگ ۱۰^۲ و ۳ = لگ ۱۰^۳ و هکذا)

چون اعداد صحاح طبیعی ۱ و ۲ و ۳ و ۴ ...... لگاریتم شده اند برای قوای متتالیه ۱۰ اما

اعداد مندرجه مابین این قوی را لگاریتم اعداد کسری است و اصم و باید آنها را بکسور اعشاری تقریبی معلوم کرد

۳۱۳ لگاریتم عدد بیشتر مرکب باشد از دو جزو جزوی اعشار و جزوی صحیح را در لگاریتم

مفصل و مشخص گوئیم

۳۱۴ عدد آحاد مفصل لگاریتم هر عدد همیشه واحد کمتر از عدد ارقام

صحاح اعداد باشد

مثلاً فرض میکنیم که جزو صحیح عدد ع صاحب ۳ رقم باشد مثل این عدد
۸۴۲ر۵۳۷ چون ع مندرج است ما بین ۱۰۰ و ۱۰۰۰ لگاریتمش جزو ع
ما بین لگ ۱۰۰ و لگ ۱۰۰۰ یعنی ما بین ۲ و ۳ پس مرکب شد از رقم صحیح ۲
و از اعشاری حاصل که مفصل ۲ است چون جزو صحیح عدد در دست باشد مفصل
لگاریتمش بیک نظر معلوم میشود حاجت نوشتن نیست لهذا در جدول لگاریتم برسم
معهود مفصل را ثبت نمیکنند و اقل فایده اینست که در جدول ارقام غیر لازمه ضبط نشوند

۳۱۵ چون لگاریتم رسمی عددی معلوم باشد و آن عدد را ضرب
کنیم در قوتی از ۱۰ یا بر آن قوت قسمت نمائیم لگاریتم حاصل ضرب یا خارج
قسمت مساوی است با لگاریتم معلوم با اضافه یا منها نمایند قوت ۱۰ را و
تمام و نقصان این نماینده با عدد اصفار این قوت بعد از آنکه با ارقام
نوشته شود تعلق دارد بمفصل و خللی با ارقام اعشار لگاریتم ندارد

مثال

لگ (۱۳۹۵×۱۰۰) = لگ ۱۳۹۵ + لگ ۱۰۰ = ۳ر۱۴۴۵۷ + ۲ = ۵ر۱۴۴۵۷

لگ (۱۳۹۵ : ۱۰۰) = لگ ۱۳۹۵ − لگ ۱۰۰ = ۳ر۱۴۴۵۷ − ۲ = ۱ر۱۴۴۵۷

[illegible]

[illegible]

بر قوت ۱۰ نماینده آن را بر مفصل لگاریتم بیفزائید یا از آن تفریق کنید
نماینده عبارت از عدد اصفار همین است بعد از آنکه قوت ۱۰ را
با ارقام نویسند

۳۱۶ نتیجه چون از نسبت بین عدد صحیحی که لگارتیمش در دست باشد بهمه چند رقم اعشار جدا کنیم جزو اعشار لگارتیم این عدد اعشاری بعینه جزو اعشار لگارتیم عدد مفروض است

مثال ۲ + ۳۶۷٫۴۸ لگ = ۳۶۷۴۸ لگ

هرگاه دو عدد دارای اختلافی نباشند جز در حیثیت مکان ممیز پس دو لگارتیم آنها دارای اختلافی نیست جز در مفصل

مثال ۲ + ۳۶٫۷۴۸ لگ = ۳۶۷۴٫۸ لگ

و حال مقام ذکر قاعدهٔ استعمال جداول لگارتیم است و بعد امثله چند حل کنیم

در قاعدهٔ عمل بجداول لالاند (لالاند مهندسی بود که جداول مختصری در لگارتیم ترتیب داده)

۳۱۷ در جداول لالاند لگارتیمهای اعداد متوالیه از ۱ تا ۱۰۰۰۰ با ۵ رقم اعشار ثبت شده است تا کمتر از نصف واحد تقریباً از مرتبهٔ پنجم و ابتدا از ۹۰۰ در ستونی جداگانه تفاضلات مابین لگارتیمهای متوالی را بعنوان فضل نوشته‌اند (در جداول فرنگی عنوان این ستون D است و آن علامت تفاضل باشد)

و تفاضل را مابین دو لگارتیم متوالی قرار داده‌اند و آن از جنس مرتبهٔ پنجم اعشار است

با همین جداول مختصر عنوان لگارتیم هر عددی را معلوم کرد و بالعکس عددی را از لگارتیم معلومی را میتوان از آن جدول استخراج نمود و اکنون مقصود حل این دو مسئله است

۳۱۸ مسئلهٔ اولی عددی معلوم است و مطلوب یافتن لگارتیم آنست از روی جدول و این مسئله دو حالت دارد

حالت اول آنست که عدد مفروض کوچکتر از حد جدول باشد یعنی از ۱۰۰۰۰

مثال مطلوب لگارتیم این عدد است ۲۱۸۳

این عدد را در ستون نوّم از جداول طلب کنید که بعنوان عدد باشد (و در جداول فرنگی بعنوان N یعنی عدد) و چون یافتید در سمت یمینش بر خط افقی لکاریتم مطلوب را چنین ثبت کرد ۳۳۸۸۵ ، ۳ پس ۳۳۸۸۵ ، ۳ = ۲۱۸۲ لک

۳۱۹ حالت دوم آنست که عدد مفروض بزرگتر از ۱۰۰۰۰ باشد یعنی از حد جدول گذشته باشد

مثال مطلوب لکاریتم این عدد است ۲۱۸۲۷۶

با ممیز از یمین عدد آنقدر ارقام جدا کنید که جزو صحیح باقی در جدول یافت شود یعنی کوچکتر از ۱۰۰۰۰ باشد و کمال قرب با آن داشته باشد لکاریتم این عدد تازه را از جدول بیرون آورید در مثال ما باید دو رقم از یمینش جدا کرد و لکاریتم ۲۱۸۲٫۷۶ را معلوم کرد

پس اول از جدول لکاریتم ۲۱۸۲ را استخراج میکنیم (موافق حالت اول)

۳۳۸۸۵ ، ۳ = ۲۱۸۲ لک و بعد بر مقتضای این حکم رفتار میکنیم که در اضافات جزئیه لکاریتم به نسبت عدد ترقی میکند و بنا بر این از ستون تفاضل ما بین لکاریتم ۲۱۸۲ و لکاریتم ۲۱۸۳ را بر میگیریم و آن ۲۰ است و میگوئیم چون واحد بر عدد ۲۱۸۲ اضافه شود ۲۰ واحد از مرتبهٔ سوم اعشار بر لکاریتم اضافه میشود پس اگر ۰٫۱ بر عدو بیفزائیم بر لکاریتمش $\frac{20}{10}$ اضافه میشود و اگر بر عدد ۰٫۷۶ بیفزائیم بر لکاریتمش این مقدار $\frac{20 \times 76}{100}$ اضافه میشود یا ۰٫۷۶ × ۲۰

پس چون این حاصل ضرب که ۲۰ ر ۱۵ باشد اضافه کنیم بر ۳۳۸۸۵ ، ۳ لکاریتم عدد ۲۱۸۲٫۷۶ حاصل میشود و چون لکاریتم اعداد در این جدول از ۵ رقم بیشتر نیست باید همان ۵ را اضافه نمود و از این قرار عدد ۲۱۸۲٫۷۶ را لکاریتم است ۳۳۹۰۰ ، ۳

وصورت عمل اینجا نموده شده

٣٫٣٣٨٨٥	٢١٨٢ لگ	
١٥	٥٫٧٦	٥٫٧٦
٣٫٣٣٩٠٠	٢١٨٢٫٧٦	٢/١٥ ٥/٥ ٣٠

وچون عدد مفروض صد برابر ٢١٨٢٫٧٦ است باید بر مفصل این عدد ٢ واحد اضافه نمود

پس

لگ ٢١٨٢٧٦ = ٥٫٣٣٩٠٠

حاصل آنکه در حالت دوم دستور العمل از این قرار است

در تعیین لگاریتم عددی که بزرگتر باشد از ١٠٠٠٠ ممیز اعشاری را بیاورید بعد از رقم چهارم سمت یسار قرارش دهید و از جدول اول لگاریتم جزو صحیح این عدد را استخراج نمائید و جزو اعشاری را ضرب کنید در تفاضل جدولی واقع مابین آن لگاریتم و لگاریتم مابعد و صحاح حاصل ضرب را که از مرتبه پنجم اعشار است بیفزائید بر لگاریتم استخراج شده و کیفیت عمل را تعدیل مابین السطرین گوئیم و بعد مفصل لگاریتم را بدل کنید بمفصلی که مناسب او باشد

مثال دوم مطلوب لگاریتم این عدد است ٥٤٧٣٧٦٢

٥٤٧٣ لگ	٣٫٧٣٨٢٣	تفاضل جدولی ٧
٥٫٧٦٢ ماراک	٥	٥٫٧٦٢
٥٤٧٣٫٧٦٢ لگ	٣٫٧٣٨٢٨	

باید افزایش لگاریتم را بتعدیل مذکور تا کمتر از نصف
بر این اگر رقم اول اعشار حاصل ضرب سمت یمین ٥ باشد یا بزرگتر از ٥ باید واحدی
بر جزو صحیحش اضافه نمود و حاصل را بر لگاریتم جدول افزود
و باید دانست که اگر عده ارقام عدد مفروض از ٧ بیشتر باشد رقم هشتم و مابعد را در

جدول

جدول لا اند پسیح اثر در جزو اعشار لکاریتم دارند

۳۲۰ تنبیه حکمی که بنای تعدیل ما بین السطرین بود در خصوص تناسب افزایش
قلیل عدد و لکاریتم از روی دقت صحیح مثبت ولیکن در آن مقاماتی که این حکم را قرار دادیم
تقریب عمل محسوس نشود چنانچه اگر بجدول رجوع کنید می بینید که تفاضلات لکاریتمی
مثل تفاضلات عددی ثابت است و بسیار کم تغییر میکند بخصوص در حدود ۱۰۰۰۰
و نقطه بعد [illegible]

مثال مطلوب لکاریتم این عدد است ۲۱٫۸۲۷۶
اول باید لکاریتم ۲۱۸۲٫۷۶ را بطریق مذکور معلوم کرد

لک ۲۱۸۲   ۳٫۳۳۳۸۸۵   ۰۰۰۰   ۵٫۷۶
مادام ۰٫۷۶   ۱۵   ۲۰
لک ۲۱۸۲٫۷۶   ۳٫۳۳۹۰۰   ۱۵٫۲۰
لک ۲۱٫۸۲۷۶ = ۱٫۳۳۹۰۰۶

تنبیه مقصود ما اینجا از کلمهٔ اعداد اعشاری کسور بزرگتر از واحد باشد چونکه برای
اعداد کوچکتر از واحد لکاریتمی قائل نمی شویم

۳۲۲ در اعداد کسری در تعیین لکاریتم عددی که بزرگتر از واحد
چنانچه با این کسر صحیح باشد باید اول تجنیس نمود و بعد لکاریتم صورت
و لکاریتم مخرج را جدا جدا از جدول بیرون آورده دوم را از اول

تفریق کرد باقی لگاریتم عددی که مفروض است

مثال مطلوب لگاریتم این عدد است $101 + \frac{173}{2174}$

$101\ \frac{173}{2174} = \frac{219747}{2174}$

لگ $219747 = 5,34192$

لگ $2174 = 3,33726$

$\frac{219747}{2174} = 2,00466$

در خصوص لگاریتم کسور متعارفه و کسور اعشاریه کوچکتر از واحد چون این نوع اعداد از لگاریتم بی بهره اند مقام ذکر آنها اینجا مناسب نبود لیکن در عملیات لگاریتم عنقریب دستور برای آنها ذکر کنیم (۳۲۵)

سؤال چند

۳۲۳ لگاریتم عددی معلوم است مطلوب تعیین آن عدد است از دو

مثال ل لگ = ۲٫۳۳۹۰۰

باید در ستون لگاریتمها اعداد چهار رقمی جزو اعشار لگاریتم معلوم را طلب کرد و چنانچه یافت نشود لیکن از آن رقم شروط بر اینکه کمال قرب با آن داشته باشد در مثال ما این لگاریتم ۳۳۸۸۵ بدست آمد و این متعلق است بعدد ۲۱۸۲ پس معلوم میشود که چهار رقم سمت یسار عدد مطلوب ۲۱۸۲ است و برای تعیین سایر ارقامی که ممکن باشد معلوم کرد باید لگاریتم جدول را از لگاریتم مفروض تفریق کرد باقی ۱۵ است و تفاضل جدولی مابین لگاریتم تقریبی ۳٫۳۳۸۸۵ و مابعدش گرفت و آن ۲۰ است و بقدر مابین استطراین گفت که چون عدد ۲۰ تفاضل مابین ۲۱۸۲ لگ و ۲۱۸۳ لگ بازاء یکواحد تفاضل مابین این دو عدد است یکواحد تفاضل مابین دو لگاریتم بازاء $\frac{1}{20}$ تفاضل مابین دو عدد میشود و تفاضل ۱۵ مابین این لگاریتم ۳٫۳۳۸۸۵ و این لگاریتم

۳٫۳۳۹۰۰ باید بازاء تفاضل $\frac{۱۵}{۲۰}$ مابین دو عدد نظیر آنها باشد و چون
۰٫۷۵ = $\frac{۱۵}{۲۰}$ پس ۳٫۳۳۹۰۰ لگارتیم است از عدد ۲۱۸۲٫۷۵ و بنابراین
لگارتیم مفروض بازاء این عدد ۲۱۸٫۲۷۵ مطلوب است

و صورت عمل این است

۳٫۳۳۸۸۵	....	لگ ۲۱۸۲	
۱۵			$\frac{۲۰}{۰٫۷۵}$
۳٫۳۳۹۰۰	...	لگ ۲۱۸۲٫۷۵	
۲٫۳۳۹۰۰		لگ ۲۱۸٫۲۷۵	

حاصل آنکه دستور العمل در حل مسئله دوم از این قرار است

۳۲۴ در یافتن عدد ما بازاء لگارتیم معینی باید در ستون لگارتیمهای جدولی که صاحب مفصل سه باشد لگارتیمی یافت که جزو اعشاریش کمال قرب داشته باشد با لگارتیم معلوم ولی از آن تجاوز نکند و چون به دستهٔ عدد خارج منویسید و عدد ما بازائش را در پهلوی این لگارتیم و از لگارتیم معلوم تفریق کنید و تفاضل را قسمت نمائید بر تفاضل جدولی ما بین لگارتیمی که یافته شده و لگارتیم ما بعد آن و خارج قسمت را تا اره نقر مشخص کنید و بعد ممیز عدد نتیجه را در محلی قرار دهید که عدد ارقام صحاح سمت یسار یک واحد بیشتر باشد از مفصل لگارتیم مفروض تا عدد مطلوب بدست آید

مثال دوم مطلوب عدد ما بازاء این لگارتیم است ۱٫۶۳۸۷۶

۳٫۶۳۸۶۹	...	لگ ۴۳۵۲	۱۰ | ۷
۷			
۳٫۶۳۸۷۶	...	لگ ۴۳۵۲٫۷	
۱٫۶۳۸۷۶	...	لگ ۴۳٫۵۲۷	

تنبیه موافق این قاعده پیش از ه رقم اول سمت یسار عدد ما بازاء لگارتیم مفروض

بدست می آید و بطور کلی با جداول پنج رقمی بیش از این تحقیق ممکن نمیشود و اگر زیاده از این مطلوب باشد باید بجداول رجوع کرد که صاحب هفت رقم اعشار باشند یا بیشتر مثل جداول کالِه

در اجرای اعمال حساب بالگاریتم

۳۲۵ چون خواهیم عدد مجهول را از روی اعداد معلومه چند معین کنیم بعمل ضرب و قسمت و ترقی درجه و استخراج قطع قاعده اینست که لگاریتمش را از روی لگاریتمهای آن اعداد باعمال مختصره جمع و تفریق و ضرب و تقسیم بدست آوریم و آنوقت بقواعد (۳۲۳) و (۳۲۴) عدد ما بازایش را معلوم کنیم

۳۲۶ شرط آنکه عدد مجهول را بتوان بعمل لگاریتم معین کرد دو چیز است اول آنکه اعداد مستعمله هر یک بزرگتر از واحد باشند دوم آنکه خود عدد مطلوب نیز چنین باشد اما شرط اول حفظش خیلی آسان است چنانچه در ضمن این چند مثال معلوم میشود

اولاً $ع \times \frac{۲۵}{۴۳} = \frac{ع \times ۲۵}{۴۳}$ $\qquad ع : \frac{۲۵}{۴۳} = \frac{ع \times ۴۳}{۲۵}$

$ع \times ۰٫۰۳۷۹ = ع \times \frac{۳۷۹}{۱۰۰۰۰} = \frac{ع \times ۳۷۹}{۱۰۰۰۰}$

ثانیاً

میتوان [illegible] قواعد [illegible] کسور [illegible] اصطلاح مبدل ساخت و عمل [illegible]

و بین باب حفظ شرط ثانی هرگاه بدانیم که عدد مطلوب کوچکتر از واحد میشود ضربش میکنیم در یکی از قوای ۱۰ مثلاً در $۱۰^{ع}$ بر وجهی که بزرگتر از واحد شود و چون حاصل ضرب بلگاریتم مشخص شد قسمتش میکنیم بر همان قوت ۱۰ که سابق مضروب واقع شده بود

مثال $\sqrt[۷]{\left(\frac{۷}{۱۱}\right)^{۳}} = \left(۱۰^{ع} \times \sqrt[۷]{\left(\frac{۷}{۱۱}\right)^{۳}}\right) : ۱۰^{ع}$

و حال چند مثال مخصوص عمل بلگاریتم ذکر میکنیم و در آن ضمن دستور العمل حالات

محصوره مذکور معلوم میشود

مثال اول میخواهیم بلگارثیم این حاصل ضرب را ۰٫۹۹۳۸ × ۲(۳٫۱۴۱۹۳)

معلوم کنیم اول این را مساوی ازین می‌نویسیم ۲(۳٫۱۴۱۹۳) × ۹۹۳۸/۱۰۰۰۰ = ۲(۳٫۱۴۱۹۳) × ۰٫۹۹۳۸ = ل

پس بر مقتضای اصول فقره ۴ ــ ۹۹۳۸ لگ + ۳٫۱۴۱۹۳ لگ ۲ = ل لگ

۳٫۱۴۱۹۳ لگ ۲ = ۰٫۹۹۴۴۰	لگ ۳۱۴۱ ۳٫۴۹۷۵۷	۰٫۹۳
۹۹۳۸ لگ = ۳٫۹۹۷۳۰	۰٫۹۳ ۲۳	۱۴
	لگ ۳۱۴۱٫۹۳ ۳٫۴۹۷۲۰	۳۷۲
۳٫۹۹۱۷۰	لگ ۳٫۱۴۱۹۳ - ۰٫۴۹۷۲	۹۳
	لگ ۹۹۳۸ = ۳٫۹۹۷۳	۱۳٫۰۲
ل لگ = ۰٫۹۹۱۷۰	۳٫۹۹۱۶۷ لگ ۹۸۱	
ل = ۹٫۸۱۰۷	۳	۷۳۰
	۳٫۹۹۱۷۰	

میخواهیم بعمل لگارثیم خارج قسمت این عدد را ۰٫۹۹۳۸ برای

۱۳٫۷۸۶۴ معلوم کنیم: ۹۹۳۸/۱۰۰۰۰ = ۱۳٫۷۸۶۴ : ۰٫۹۹۳۸ = ل

۱۳۷۸۶۴/۱۰۰۰۰ : ۹۹۳۸/۱۳۷۸۶۴ = عدد مطلوب ل کوچکتر شد از واحد و چون در دو جمله کسر

نظر کنیم معلوم میشود که کافی است دو صفر بصورت اضافه کنیم تا بزرگتر از مخرج شود پس بنا بر این

۹۹۳۸۰۰/۱۳۷۸۶۴ : ۱۰۰ = ل

و مقدار ل و ۱۰۰ را بلگارثیم معلوم میکنیم

۱۳۷۸۶۴ لگ ــ ۹۹۳۸۰۰ لگ = ل و ۱۰۰ لگ

و صورت عمل اینست




لت ٩٩٣٨٥ = ٥ ٩٩١٣٠ | لت ٩٩٣٨ = ٣ ٩٩٧٣٠
لت ١٣٧٨٦٣ = ٥ ١٣٩٤٥ | لت ٩٩٣٨٠٠ = ٥، ٩٩٧٣٠

لت ١٠٠ ل = ٥ ٨٥٧٨٥ | لت ١٣٧٨ - ٣ ١٣٩٢٥

٢٠٠ ل = ٧ ٢٠٨٥ | ٠،٦٤ ٢٠

ل = ٠،٠٧٢٠٨٥ | لت ١٣٧٨٦٤ ٣، ١٣٩٤٥

٣ ٨٥٧٨١ لت ٧٢٠٨

٤ ٠،٥

٣ ٨٥٧٨٥ ٠ لت ٧٢٠٨،٥

٩ ٨٥٧٨٥٠٠ لت ٧،٢٠٨٥

٠،٦٤
٣١
٦٤
١٩٢
١٩،٨٤
٤٠ | ٧
٥ | ٠،٥

شرح عمل دو مسئله را نوشتیم و دستور العمل در ترتیب چنین اعمال همین است و حسن این وضع این است که وقت ضرورت بآسانی میتوان رجوع نمود و تحقیق کرد

و حال چند مثال دیگر ذکر میکنیم ولیکن تفصیل اعمال حسب بعین را حذف میکنیم به متعلمین که هر طور خواهند ترتیب دهند

مثال سوم مطلوب مقدار مل است در این تساوی $\sqrt[٧]{(\frac{٢}{١١})^{٣}}$ = مل

ظاهر است که مقدار مل از واحد کوچکتر میشود در این صورت چنین مینویسیم

$$١٠^{ع} \times \text{مل} = ١٠^{ع} \times \sqrt[٧]{(\tfrac{٢}{١١})^{٣}}$$

$$\text{لت}(١٠^{ع} .\text{مل}) = ع + \frac{٣\,\text{لت}\,٧ - ٣\,\text{لت}\,١١}{٧} = \frac{٧ع + ٣\,\text{لت}\,٧ - ٣\,\text{لت}\,١١}{٧}$$

٣ لت ١١ = ٣، ١٢٤١٧   ٣ لت ٧ = ٢، ٥٣٥٣٠

اینجا کافی است ع را واحد فرض کنیم تا عمل تفریق ممکن شود ١ = ع و ٧ = ٧ع

٧ + ٣ لت ٧ = ٩، ٥٣٥٣٠
٣ لت ١١ = ٣، ١٢٤١٧

لت ١٠ مل = $\frac{٦،٤١١١٣}{٧}$ = ٠،٩١٥٨٧

مل = ٠،٨٢٣٩   ١٠ مل = ٨،٢٣٩

مثال چهارم

مثال چهارم مطلوب مقدار ل ب در این تساوی $ل = \sqrt[3]{\frac{۴۳ \times ۲۳۷}{۸۷۹^{۴}}}$

در این مثال مقدار ل از واحد کوچکتر میشود پس چنین می‌نویسیم

$۱۰^{ع} . ل = ۱۰^{ع} \times \sqrt[3]{\frac{۴۳ \times ۲۳۷}{۸۷۹^{۴}}}$

$لك (۱۰^{ع} . ل) = ع + \frac{لك ۴۳ + لك ۲۳۷ - ۴ لك ۸۷۹}{۳}$

$= \frac{۳ ع + لك ۴۳ + لك ۲۳۷ - ۴ لك ۸۷۹}{۳}$

$لك ۴۳ = ۱٫۶۳۳۴۷$ ، $۴ لك ۸۷۹ = ۱۱٫۷۷۵۹۶$

$لك ۲۳۷ = ۲٫۳۷۴۷۵$

$۴٫۰۰۸۲۲$

در فرض بگیریم $ع = ۳$

پس $۳ ع + لك ۴۳ + لك ۲۳۷ = ۱۳٫۰۰۸۲۲$

$۴ لك ۸۷۹ = ۱۱٫۷۷۵۹۶$

$۱٫۲۳۲۲۶$

بعد از قسمت بر ۳ $لك ۱۰^{۳} ل = ۰٫۴۱۰۷۵۳$

$ل = ۰٫۰۰۲۵۷۴۸$ و بنا بر این $۱۰^{۳} \times ل = ۲٫۵۷۴۸$

بعد از آنکه ۴۳ لك و ۲۳۷ لك و ۸۷۹ لك را جدا جدا معلوم کردیم از وضع عمل معلوم شد که چون ۹ = ۳ ع فرض کنیم ۳ ع را برابر ۳ عمل تفریق ممکن شود

مثال پنجم میخواهیم بعلامت لگارتم این کسر را $\frac{۴۱}{۱۴۵}$ تحویل کنیم بکسر اعشاری

اول آنرا در ۱۰ ضرب میکنیم و چنین می‌نویسیم

$لك \frac{۴۱ \times ۱۰}{۱۴۵} = لك ۴۱ - لك ۱۴۵ + ۱$

$لك ۴۱ = ۱٫۶۱۲۷۸$ ، $لك ۱۴۵ = ۲٫۱۶۱۳۷$

$لك ۴۱ + ۱ = ۲٫۶۱۲۷۸$

$لك ۱۴۵ = ۲٫۱۶۱۳۷$

$لك ۱۰ ل = ۰٫۴۵۱۴۱$

$۱۰ ل = ۲٫۸۲۷۵$

$ل = ۰٫۲۸۲۷۵$

مثال ششم میخواهیم این کسر را $\frac{۱}{۳۶۷}$ تحویل کنیم بکسر اعشار

اول باید آنرا ضرب کرد در ۱۰۰۰ و چنین نوشت

$$\frac{۱۰۰۰}{۳۶۷} = ل ۱۰۰۰$$

$$لک ۱۰۰۰ ل = ۳ - لک ۳۶۷ = ۰٫۴۳۵۳۳$$

$$ل ۱۰۰۰ = ۲٫۷۲۴۸ \quad , \quad ل = ۰٫۰۰۲۷۲۴۸$$

بعد از خواندن این چند مثال بدقاعدهٔ کلیه دست آمده باشد مسلم بعد از آنکه چهار خاصیت اصلی لگاریتم را خوب دریافت و مسئلهٔ مذکوره را مشق نمود دیگر در حل مسائل متعلقه بلگاریتم معطل نخواهد ماند

۳۴۷ در استعمال متمم عددی متمم عددی لگاریتم یا باقی تفریق آن لگاریتم است از ۱۰ (بطور کلی متمم عددی هر عددی باقی تفریق آن عدد است از [illegible]

[illegible]

فاصل تعریف کردیم) و آنرا بدین صورت بنمائیم ۳۶۷ لک مع و بخوانیم متمم لگاریتم ۳۶۷ و تمیز در عمل کلمهٔ عددی را هم حذف کنیم

$$لک مع ۳۶۷ = ۱۰ - لک ۳۶۷$$

حال میخواهیم مجهول این کسر را $ل = \frac{۵۴۶۷ \times ۸۳۲}{۳۶۷ \times ۵۴۳۱}$ بواسطه متمم معلوم کنیم

$$لک ل = لک ۵۴۶۷ + لک ۸۳۲ - لک ۳۶۷ - لک ۵۴۳۱$$

یا آنکه $لک ل = لک ۵۴۶۷ + لک ۸۳۲ + لک مع ۳۶۷ + لک مع ۵۴۳۱ - ۲۰$

پس معلوم شد که میتوان عوض تفریق لگاریتمی متمم آنرا جمع نمود و تفریق ۲۰ از مفصل لگاریتم معلوم آنقدر آسان است که جزو عمل محسوب نمیشود و بنابراین

ماشاالله

باستعمال متمم عددی عمل تفریق منجر میشود بجمع و اما خود متمم باین طور بدست آید که رقم اول سمت یمین لکاریتم را از ۱۰ تفریق کنید و مابقی را از ۹ و این تفریق تدریجی بجهت
ازروی عملی که در تعیین مل لک بجا آوردیم این قاعده استنباط میشود

چون خواهیم لکاریتمهای چند را از لکاریتمها دیگر تفریق کنیم میتوان عوض این عمل متممات لکاریتمهای مفروق را بر لکاریتمهای مفروق عنه افزود بنا بر آنکه آخر عمل بعدد آن متممات عشرات از حاصل تفریق کنند

چون قاعدهٔ متمم را در مثال چهارم جاری کنیم صورت عمل چنین میشود

۴۵ - ۸۷۹ لث مح ۳ + ۳۳۷ لك ۴۲ + لك ۳۶ / ۳ = مل ۱۰٫۰ لك

و چون عمل باین صورت نوشته شود دور نیست زود تر بیابیم کوچکتر عددی را که سزاوار باشد عوض ع استعمال نمود و هر کس ملتفت است که باستعمال متمم اعمال حساب آسان تر میشود

در استعمال و فایده مسطره حسابیه برای عمل ضرب و قسمت و بیان مسطره لکاریتمی نیز گفته شد

در تعریف مسطره و بیان اجزای آن

این شرح بنا بر آن فرض است که متعلم مسطره حسابیه پیش نظر داشته باشد از آن نوع مسطره که منسوب است به لوئی گراده و طولش از قسمت اول تا قسمت آخر ۲۵ سانتیمتر است

۳۲۸ مسطره حساب آلتی است مرکب از دو جزو زبانه است متحرک و لغزنده در کاف مسطره دیگر که عریض تر است و تجویف دارد بطول خود زبانه و آن را مسطره گوئیم بر طرف زبانه تکمه کوچک قرار داده اند برای لغزانیدنش

یک ضلع مسطره مرکب است از دو مقیاس متساوی و آن را ضلع فوقانی گوئیم و ضلع مقابل را تحتانی مقیاس اول بسمت یسار افتاده و دوم بسمت یمین و اجزای این دو مقیاس از هر حیثیت برابرند در نصف طول تقسیم مسطره که ۲۵ سانتیمتر باشد واحد فرض شده است

در تقسیم اجزای مقیاس و این طول مخصوص مابین نمره صفر و بین ۱۰ نمایش ۱۰ لک است

و اما اجزای اصلیه چون طول ۱۰ عدد بدست آمد طول واقع مابین ۱ و ۲ مساوی است

با ۲ لک × ۱۲۵ ار ه متر و نمایش ۲ لک است و طول واقع مابین ۱ و ۳ مساوی است ۳ لک × ۱۲۵ ار ه متر

و نمایش ۳ لک است و طول واقع مابین ۱ و ۴ مساوی است با ۴ لک × ۱۲۵ ار ه متر و نمایش ۴ لک است و هکذا

و اما اجزای فرعیه طول واقع مابین ۱ و ۱ را مساوی است با (۱ر۱) لک × ۱۲۵ ار ه متر و نمایش

(۱ر۱) لک است و طول واقع مابین ۱ و ۲ر۱ مساوی است با (۲ر۱) لک × ۱۲۵ ار ه متر و نمایش ۲ر۱ لک است و هکذا

و فاصلهایی که صدم و نمایش صدم باشند نیز همچنان معلوم میشود مثلا طول واقع مابین ۱ و ۰۲ر۱ مساوی است

(۱۰۲) لک × ۱۲۵ ار ه متر و نمایش (۰۲ر۱) لک است و هکذا

ولی مسطره چون بلند نیست نمیتوان اجزا را به تفصیل نشان کرد صدمها واقع مابین نمره ۱ و ۲ را

دو دو نشان کرده اند و مابین نمره ۲ و ۵ را پنج پنج و در مسطرهایی که بطول ۳۵ سانتیمتر باشند

مابین نمره ۱ و ۲ را صدم صدم نشان کرده اند و مابین ۲ و ۳ را دو صدم دو صدم و مابین نمره

۴ و ۱۰ را پنج پنج صدم)

و اجزای تقسیم فوقانی با تحتانی زبانه سر در بست برابر است و مطابق با اجزای فوقانی مسطره خط تقسیم

نمره ۱ زبانه را استبانه گوییم

اجزای تحتانی مسطره مقیاسهای است بطول مجموع دو مقیاس فوقانی و آنرا خط مربعات گوییم

یکی از اضلاع مسطره را بسانتیمتر قسمت کرده اند تا بتوان در تقدیر خطوط آنرا بجای مقیاس ذو بل و سانتیمتر

استعمال نمود و در پشت مسطره بعضی مقادیر ثبت شده مثل تحویل بعضی مقیاسهای خارجه بمقیاسهای

فرانسه جدید و همچنین بعضی اعداد دیگر که در عمل بآنها بسیار حاجت میشود

ذو بل و سانتیمتر یعنی مضاعف دسیمتر است

در امتحان مسطره

۳۲۹ چون خواهیم تحقیق کنیم و بدانیم که اجزای فوقانی مسطره و اجزای زبانه

خوب بدقت قسمت شده باید چیزاول سیار را برا ولین ، مسطره منطبق نمود آنوقت باید جمیع اجزای زبانه مطابق شوند با اجزای فوقانی مسطره بعد آنرا (ب) در برابر اولین دوم مسطره قرار دهید و باید جمیع اجزای مقیاس اول زبانه منطبق شود بر اجزای مقیاس دوم مسطره و همچنان نیز مقیاس دوم زبانه را بر مقیاس اول مسطره منطبق کرد و اجزا همه باید متحد باشند باین وجه مطمئن میشویم از اینکه دو مقیاس فوقانی مسطره و دو مقیاس زبانه یک طولند و متشابه و متساوی قسمت شده اند

و چون سیار را برا ولین ۲ مسطره قرار دهیم باید این اعداد ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ وغیره زبانه واقع شوند بر اعداد ۴ و ۶ و ۸ و ۱۰ و ۱۲ وغیره مسطره چون سیار را برا ولین ۳ مسطره قرار دهیم همان اعداد ۲ و ۳ و ۴ و ۵ ... زبانه باید واقع شوند به ۶ و ۹ و ۱۲ و ۱۵ و ۱۸ مسطره و هکذا در نظر گیرید در هر ۱ باید ضرب عددی را (در ۲ و ۳ ...)

بالجمله چون سیار را برا تحتانی مسطره قرار دهیم باید اعداد ۲ و ۳ و ۴ ... ۵ و ۲ و ۳ وغیره از همین مقیاس تحتانی مسطره واقع شوند بر مربعات خود یعنی بر اعداد ۴ و ۹ و ۱۶ ... ۲۵ و ۶ و ۵ را وغیره از اجزای امتحان مقیاس را باید که با حال و گرفتید فوقانی باشد یا تحتانی در امتحان سابق اجزای مذکور متعلق بود بمقیاس متشابه و ولی در این امتحان باید اجزا را مسلسل دانست از مقیاس ۱ تا ۱۰۰

منحو اهیم از روی مقیاس مشخص کنیم محلی را که بنظر عدد معروض باشد

۳۳۵ قضیه کلیه جمیع اعدادی که مجزا اعشار شان را چون دهیم در قسم اول سمت یسار قرار دهیم منتاوی شوند در مسطره صاحب یک مکانند و یک مکان نظیر همه است

(این قضیه از آنجاست که چون نصف طول مسطره یعنی ۱۲۵ اشره واحد فرض شده طول واقع

تا مبین نمره ۱ و مبین ۲ از مقیاس اول سطره نمایش حسابی یکی از لگاریتمهای جدول میشود بنابراینکه مفصلش صفر
باشد (رجوع کنید بشرح ۳۲۸) واین درحقیقت جزو اعشار لگاریتمی است که از مفصلش صرف
نظر شده و اعشارش تنها محسوس شده واز خارج میدانیم که جمیع اعداد معینه در قضیه صاحب جزو
اعشاری واحد هستند

ولی اگر دو مقیاس سطره را یک مقیاس مسلسل فرض کنیم طولهای واقع مابین اولین ۱ و دومین ۱۰ نمایش
لگاریتمهای اعداد واقعه مابین ۱ و ۱۰۰ میشوند با مفصل صحیح وآن نکته بعی که در اختراع سطره حساب باید
ملتفت شد این است

اتصال طول سطره ممتد از اولین ۱ تا اولین ۱۰ نظیر اتصال جزو اعشار لگاریتم عددی است که
فی نفسه وبطور اتصال ترقی کند از ۱ تا ۱۰ و بعد تجدید میشود از ۱۰ تا ۱۰۰ و بعد از ۱۰۰ تا ۱۰۰۰
وکذا و چون فرض این است که آنعدد با اعشار تقدیر شده تا حد با اندازه از تقریب جمیع لگاریتمها
همچنان نموده شده غیر از مفصل که تعیینش ضمنی ندارد

ولیکن چنین خاصیت علمی بزرگ در عمل محصور و محدود شده چونکه محاسب با عاملی که بپایان سطره را
قسمت کند نمیتواند تمیز دهد و نماید دو طول را که بسیار کم اختلاف داشته باشد پس هرچند طول
سطره بیشتر باشد فایده اش زیادتر میشود چنانچه سطره ۳۵ سانتیمتری قدری مفیدتر است
از ۲۵ سانتیمتری و با سطره طویل میتوان عمل را در اعداد جاری کرد که ابتدا از رقم سمت یسار
بیش از سه رقم داشته باشد واین نوع سطره ها در مدارس فرنگستان معمول است)

مثلا این همه اعداد را ۳٫۴۷ ۳۴٫۷ ۳۴۷ ۳۴۷۰ ۳۴۷۰۰
وغیره ۰٫۳۴۷ ۰٫۰۳۴۷ وغیره در سطره یک مکان نظیر است
پس اول این قاعده کلی نتیجه میشود

۱۳۳ چون خواهیم در سطره مشخص کنیم موضعی را که نظیر عدد مفروض باشد

باید خیال یا بوقوع ممیز اعشاری داد معین برقم اول سمت یسار آن عدد قرار دهیم
و بعد بدستوری که اکنون برای حالات مختلفه ذکر میشود موضع نظیر عدد را
درک کرد

حالت اول آنکه عدد مفروض صاحب یک رقم باشد نه بیش مثلاً ۴ پس در مسطره
موضع نظیر اینجاست که اولین ۴ ثبت شده باشد (وآن در اولین مقیاس فوقانی سمت یسار است)
حالت دوم آنست که عدد مفروض صاحب دو رقم با معنی باشد مثل ۴ر۲
پس در مسطره موضع نظیر واقع است مابین ۴ و ۵ بر خط تقسیم ۲ عشر از مقیاس سمت یسار
حالت سوم آنست که عدد مفروض صاحب سه رقم با معنی باشد مثلا ۶ر۷۳
پس در مسطره موضع ۶ر۷ و موضع ۶ر۸ را موافق حالت دوم معلوم کنید و از روی دست
۳ ره عدد موافق ۳ ره فاصله مابین دو موضع مذکور را بگیرید آنجا موضع ۶ر۷۳ باشد (همین قدر که عدد
صاحب سه رقم شد یا بیشتر باید بقانون تعدیل مابین السطرین عمل نمود (۳۱۸) با آنکه صحیح نباشد
و گفت تفاضل مابین دو لگاریتم بر نسبت تفاضل مابین دو عدد نظیر آنها تغییر میکند

هرگاه اولین رقم با معنی عدد ۱ باشد از قاعده مستثنا است و از این قرار باید رفتار کرد
مثلا در عدد ۱ر۱۳ را طلب میکنیم خط ۲ر۱ که نشانه عشر است مابین ۱ و ۲ و در زیر دستش نشان ۱ر۳ از
نشانهای دستی را مابین نشان ۱ر۲ و نشان ۱ر۴ عشر (و رقم ۳ اینجا نصف آن ۶ است)
بالجمله این نشان ۱ر۳ موضع عدد ۱ر۱۳ است و اگر رقم سوم عدد فرد باشد مثل ۱ر۱۱
باید موضع ۱ر۱۰ را و موضع ۱ر۱۲ را طلب کرده بین این دو موضع ۱ر۱۱ را دانست
هرگاه اولین رقم عدد ۲ یا ۳ یا ۴ باشد و رقم سوم ۵ شد ۳ر۲۵ موضع مطلوب
بر نشان کوچکی است که واقع باشد مابین ۳ر۲ و ۳ر۳ موافق حالت دوم
مثال دوم این عدد است ۴ر۰۸ اول ۴ر۰۵ را طلب کنند و بعد اضافه نمایند ۳/۵

فاصله مابین ۵ و ۴ و ۶ و ۴ را

حالت چهارم آنست که عدد مفروض صاحب چهار رقم یا بیشتر باشد

مثل ۶۳۷۴ موافق حالت سوم موضع ۳ را و ۴ را موضع ۳ و ۴ را طلب کرده بعد از آنکه ۳ و ۴ موازی شوند با ۳ و ۵ فاصله مابین عین عدد و ۳ و ۴ را اگر بدانیم موضع مطلوب ۶ و منظور باشد با ۶۳۷۴

و همچنین دستور العمل را میتوان بی اندازه پیش برد و لیکن باید در صدی که تقسیم قرع سید که شنید ساییم یعنی تجاوز نکنیم بجایی که از قوه بفعل بیاید پس گوییم در مسطره مفروضه ۲۵ سانتیمتری مشکل است حفظ ارقامی که تا آخر ستون اول قسمت سمت یسار باشد که احتمال آن داده اعداد دیگر رقم سمت یمین آنها نشده

۳۳۲ به وفق همین دستور العمل باید در مسطره ۲۵ سانتیمتری موضع منظور هر عدد را معلوم کرد

و هر چند مسطره حساب بلندتر باشد اجرای قاعده خواندن و گوش کردن آسانتر شود و با این حساب

پس از آن جبر

۳۳۳ تنبیه آنچه نسبت بمقیاس اول گفتیم متعلق است بمقیاس دوم که ابتدا از اولین ۱۰ در سمت یمین واقع شده در این صورت باید از مقیاس سمت یسار صرف نظر کرد و ابتدا از این مقیاس بجای ۱۰ اول خواند

در مسطره موضعی معین است که هر عدد منظور را باید پیش از آن معلوم کنیم

۳۳۴ آنچه ذکر میشود کلیات اعم از آنکه موضع معین مسطره بر مقیاس اول قرار داشته باشد یا بر دوم یعنی اگر این مکان بر مقیاس دوم باشد یعنی مقیاس سمت یمین باید اینجا خوب نمره ۱۰ که نوشته شده آخر خواند و صرف نظر از مقیاس اول نموده ابتدا از این نمره اصطلاحی قاعده ذیل را در حل مسئله جاری می‌سازیم

و نظر با نتظام عمل سزاوار آنست که ممیزی قرار بدهید بعد از رقم اولی که از روی این قاعده
بدست می آید بر وجهی که همواره عدد سنجه واقع شود ما بین آ و ۱۰ و چون سنجه بدست آید
آسان میتوان آنرا بدل کرد بعدد دیگر مناسب مسئله باشد [استعمال ممیز ملاحظه ایست
که آنچه میگوئیم و میکنیم بهتر و زودتر ملتفت شوید (نظر کنید بشرح ن ۳۳۵) و در حل
مسئله سابق نیز همین ملاحظه آنرا استعمال کردیم و اینجا هم انتقالش بمکان اصلی خود بیان بودم

مثل ۳۴

حالت اولی آنست که در موضع مفروض مسطره نمره نوشته شده باشد

پس همان را خارج نویس میکنیم آن جزو با معنی عدد مفروض است و مقدار حقیقتش که
تم باشد یا ۳۵ یا ۳۰۰ و غیره یا ۳٫۰ یا ۰٫۰۳ و غیره از روی خصوصیات مسئله بدست
می آید (نظر کنید بضرب وقسمت)

حالت دوم آنست که در موضع مفروض نشانی علامت عشر بوده باشد

پس نمره از مقیاس را که بلا فاصله در یسار آن موضع نوشته شده باشد میخوانیم و در
یمین آن رقم عدد عشرهائی را که واقع باشد ما بین این نمره و موضع مفروض و این دو رقم
جزو با معنی عدد مطلوب است مثلا یافتیم ۳۷ پس بحسب خصوصیات مسئله میخوانیم ۳۷
یا ۳۷۰ یا ۳۷۰۰ و غیره یا ۳٫۷ یا ۰٫۳۷ یا ۰٫۰۳۷ و غیره (نظر کنید
بضرب وقسمت)

حالت سوم آنست که موضع مفروض واقع باشد ما بین نمره ۱ و ۲ از
مقیاس یمین یا یسار و در آن موضع نشان صدمی بوده باشد

پس اول آ را مینویسیم و در یمینش عدد عشرهای واقع ما بین ۱ و موضع مفروض را
و رقم سوم مضاعف عدد نشانهای کوچک صدمی است که تالی عشر اخیر باشد
تا موضع مفروض مثلا فرض میکنیم این عدد ۱۴۶ بدست آمده باشد نیز عدد

مطلوب بحسب خصوصیات مسئله ۱۴۶ باشد یا ۱۴۶۰ یا ۱۴۶۰۰ وغیره یا ۱۴٫۶ یا ۱٫۴۶ یا ۰٫۱۴۶ یا ۰٫۰۱۴۶ وغیره

حالت چهارم آنست که موضع مفروض واقع باشد مابین ۲ و ۵ مقیاس یعنی با یسار واینجا علامتی باشد از صدم

پس اول عدد را که بلا فاصله در یسار باشد می‌نویسیم و در یمینش عدد عشرهای واقع مابین همین رقم و موضع مفروض را و بالجمله بعد از آن رقم ۵ را فرض میکنیم باین وجه عدد ۳۴۵ بدست آمده باشد پس بحسب خصوصیات مسئله عدد مطلوب ۳۴۵ باشد یا ۳۴۵۰ یا ۳۴۵۰۰ وغیره یا ۳۴٫۵ یا ۳٫۴۵ وغیره

حالت پنجم آنست که در موضع مفروض هیچ نشانه مخفی نباشد پس نشانه را از علامه منظوره می‌آوریم که بلا فاصله در یسار باشد و موافق حالت دوم عدد دو رقمی را که نظیر این نشان باشد میخواهیم بعد بنظر تخمین میکنیم فاصله واقعه مابین خط عشر اخیر و موضع مفروض را نسبت بفاصله مابین دو نشان عشر

این عدد اعشار رقم سیمی است که باید بدو رقم سابق ملحق شود مثلا اگر این عدد را ۳۴۷ یافته باشیم عدد مناسب مسئله از آن بروی معلوم میشود واگر اتفاقا موضع مفروض واقع باشد بعد از سطره و اولین نشان عشری که تالی اوست در این صورت رقم دوم صفر خواهد بود واگر اولین رقمی که در این حالت پنجم بدست می‌آوریم ۱ باشد و موضع مفروض خیلی نزدیک باشد بوسط فاصله مابین دو نشان صدم در این صورت رقم سوم حاصل این جمله ۱+ع×۲ و حرف ع علامت نشانهای کوچک صدمی است که مابین موضع مفروض و آخرین خط دهم سمت یسار شمرده شده باشد

بعد از دو رقم سابق که اعشاری نیست می‌نویسیم مرکب از دو رقم که بحسب صدم فاصله

۱۰ موضع مفروض را مثال (۳۳۲
(۰٫۲۵ = $\frac{1}{4}$ و ۰٫۲ = $\frac{1}{5}$ وغیره)

وبهمین وجه میتوان فایده برد از شکن کوچکی که مابین هر دو عشر واقع شده اند از نمره ۲ میانش تا نمره ۵

چنانچه سابق نیز اشاره شد این نوع مسطره حساب ممکن نیست بیش از سه رقم بامعنی بتیسیر عددی را بدست آوریم مگر احتمالا در اعدادیکه بواحد ابتدا شده باشند در چنین اعداد ممکن است ... بعد از کسب عادت و تجدید دقت بصر رقم چهارمی از سمت یمین معلوم کرد

در مسطره طویل میتوان موافق لگاریتمهای اعداد سه رقمی تا صدم رسانشان کرد مثل ۲۷ را لگ با چنین مسطره اول بنظر و با کمال دقت تا سه رقم اول سمت یسارش معلوم میشود و بعد بدستور عالمت سوم رقم چهارم بدست می آید

و ما تکلیف میکنیم متعلمین را باینکه دو مسئله مذکوره را از روی مسطره مکرر حل کنند و زیاد مشق کنند چنانچه سابق از روی جداول لگاریتم حل نمودیم

در ضرب دو عدد از روی مسطره حساب

۳۳۵ قاعده اول دو عامل را بر وجهی که در ۳۳۱ ذکر شده ترتیب دهید بعد از آن ستاره را در مقیاس اول مسطره بر یکی از دو عامل قرار دهید و عامل دیگر را در مقیاس اول زبانه طلب کنید حاصل ضرب مطلوب را در مقابلش روی مسطره بخوانید

برهان طول مسطره از نمره ۱ تا موضع سیار مساوی است با لگاریتم عامل اول و طول همان مسطره از سیار تا موضع عامل دوم از روی زبانه مساوی است بالگاریتم عامل دوم و چون لگ عامل اول + لگ عامل ثانی باید = لگ حاصل ضرب را پس حاصل ضرب

بر طرف مجموع این دو طول ب ت از سطره یعنی مقابل ب ت با عامل دوم که روی ب ا نه اختیار شده با
مثال مطلوب حاصل ضرب ۲ × ۴ است سیار را بر نمرهٔ ۴ مقیاس اول سطره قرار
میدهیم و عامل دوم ۲ را بر مقیاس اول طب مینهیم حاصل ضرب ۸ در مقابل اوست و
صورت این عمل را چنین مینویسند

بر خط فوقانی سطره . . . . . . ۴ ——— مطلوب ۸
بر زبانه ۱ ——— ۲

و اگر سیار را بر نشان دو قرار دهیم حاصل ضرب مقابل میشود با ۴ زبانه

۳۳۶ قاعدهٔ دوم چون زبانه را سرازیر کنیم یعنی از طرف مقابل داخل کنیم و دو عامل را از روی مقیاس اول زبانه و مقیاس اول سطره مقابل و مطابق کنیم حاصل ضرب را باید در مقابل سیار طلب نمود .

و صورت عمل چنین نوشته میشود

بر خط فوقانی سطره	. . .	۴	مجهول = ۸
بر زبانه معکوس	. . .	۲	۱

برهان طول سطره از نمرهٔ ۱ تا موضع نظیر عامل ۴ مساوی ب ت با ۴ لگ و در
زبانه از این موضع تا محل سیار طول مساوی است با ۲ لگ پس در روی سطره از نمرهٔ ۱ تا محل
سیار طول مساوی است با ۲ لگ + ۴ لگ یعنی با ۲ × ۴ . لگ بنابراین حاصل ضرب در مقابل اوست

ولی ما قاعدهٔ اول را ترجیح میدهیم و بر طبق آن رفتار میکنیم

مثال دوم مطلوب ۳ × ۱,۳۶ است سیار را قرار دهید بر ۱,۳۶ و در مقابل ۳
زبانه بجوئید ۴۰۸ (موافق حالت سوم مسئلهٔ دوم (۳۳۵)) و حاصل مطلوب ۴,۰۸ است

بر خط فوقانی سطره	. . .	۱,۳۶	۴۰۸ = ل
بر زبانه	. . . . . .	۱	۳

پس ۱٫۳۶ × ۳ = ۴٫۰۸ را

مثال سوم مطلوب است ۳۸ × ۳ بخوانید ۳٫۸ × ۳ و موافق قاعدهٔ اول
سیار را قرار دهید بر ۳٫۸ مسطره و عدد ۱۱٫۴ را بر مقیاس دوم مسطره
در برابر ۳ سیار طلب کنید (حالت سوم مسئلهٔ دوم ۳۱۶) که بعینه حاصل ضرب است
و تغییر مکان ممیز لازم نیست

مثال چهارم مطلوب است ۷۸ × ۴ ره بخوانید ۴ × ۷٫۸ و موافق قاعدهٔ اول
عدد ۳۱٫۲ را بر مقیاس دوم مسطره در مقیاس ۴ زبانه طلب کنید (حالت پنجم مسئلهٔ
دوم ۳۳۵) و از روی دو عامل معلوم میشود که در حاصل ضرب یک رقم اعشار لازم است
پس حاصل ضرب مطلوب ۳۱٫۲ است و نظر بقاعدهٔ ۱۵۵ که محل ممیز را در حاصل ضرب
پیش از عمل بدست میدهد هیچ باک نیست که وقت ضرورت محل ممیز دو عامل را بقاعدهٔ
۳۲۸ تغییر دهید

۳۳۷ نتیجهٔ کلی هرگاه سیار و عاملی که بر مقیاس زبانه اختیار شده هر دو واقع شوند
بر یک مقیاس مسطره در اینصورت عدد ارقام حاصل ضرب واحدی کمتر از مجموع ارقام دو عامل است

مثال ۲۳ × ۴

و هرگاه سیار و عاملی که بر یک مقیاس زبانه گرفته شده واقع نشوند بر یک مقیاس مسطره یعنی یکی
بر مقیاس اول نشد و دیگر بر مقیاس دوم در اینصورت عدد ارقام حاصل ضرب برابر است
با مجموع ارقام دو عامل خود مثال ۶ × ۲۳

در این حکم از ممیز اعشار صرف نظر شده و حالات اتفاقیه همین دو تا است پس ملاحظه کنید
که از روی مسطره حساب چگونه ثابت شد حکمی که در نتیجهٔ ۲۵ ذکر شده بود و برهان کاست
فایده این نتیجه در عمل ظاهر میشود و نیز در امتحانات که منتها ارقام صحاح حاصل ضرب

همان باشد که از روی مسطره بدست آمده بلکه در آنحالت که پیش از آن ارقام چاپ داشته باشد در چنین حالت باید اصفار چند بر سه چهار رستی کی انتهایش از مسطره بدست آمده ملحق کنند و آنوقت چون از روی این نتیجه عدد ارقام حاصل ضرب قدرت است و از خارج هم عدد ارقام اعشار معلوم است در اینصورت میدانیم که باید صاحب چند رقم صحیح باشد و این عدد

مسطره بدقت مشخص میشود کافی است

و حال چند مثال ذکر میکنیم

۳٫۵ × ۵٫۵ = ۱۹٫۲۵	حفظ فرانسه / زیاد شده	۳٫۵ / ۱	۱۹۲۵ = ل / ۵٫۵
۳٫۵ × ۴٫۵ = ۱۵٫۷۵	حفظ فرانسه / زیاد شده	۳٫۵ / ۱	۱۵۷۵ = ل / ۴٫۵
۰٫۰۲۵ × ۶٫۵ = ۱٫۶۲۵	حفظ فرانسه / زیاد شده	۲۵ / ۱	۱۶۲۵ = ل / ۶٫۵

موافق قاعده ما باید اول نتیجه را در مقیاس اول یا دوم خواند از قرار ۱۹۲۵ و ۱۵۷۵ و ۱٫۶۷۵ و بعد بملاحظه و حال معلوم محل ممیز را مشخص کرد

در قسمت عددی بر عدد دیگر از روی مسطره حساب

۳۳۸ قاعده اول مقسوم و مقسوم علیه را بر وفق قاعده ۳۳۱ ترتیب بدهیم بعد از آن مقسوم علیه را بر مقیاس اول زبانه طلب نموده قرارش میدهیم بر مقسوم در مقیاس دوم مسطره طلب شده باشد خارج قسمت بر کنار زبانه واقع میشود

[بر وفق این قاعده دو حالت ممکن است اتفاق افتد اول آنکه چون مقسوم علیه در مقیاس را

بر زبانه طلب کردیم هر دو واقع شوند در طول یکی از دو مقیاس مسطره دوم انکه هر کدام بر مقیاسی واقع شوند

حالت اول طول واقع مابین اولین ۱۰ (که در مقیاس دوم اخوانده میشود) و مقسوم مساوی است بالکاریتم مقسوم (با مفصل صفر) وطول واقع مابین سیار و مقسوم علیهی که بر مقسوم مطابق شده مساوی است بالکاریتم مقسوم علیه (با مفصل صفر) پس تفاضل مابین دو طول یعنی طول واقع ما بین اولین ۱۰ و سیار مساوی میشود بالکاریتم خارج قسمت (با مفصل صفر) ولهذا بر طرف طول اخیر خارج قسمت را مقابل سیار طلب میکنیم

حالت دوم درا ینحالت باید دو مقیاس مسلسل یک مقیاس فرض نمود پس طول مسطره از ۱ اولین مقیاس تا مقسوم مساوی میشود بالکاریتم مقسوم (بنابر انکه این مقسوم صاحب مفصل ۱ باشد) وطول زبانه از مقسوم علیه تا معیار مساوی میشود بالکاریتم مقسوم علیه (که صاحب مفصل صفر باشد) پس تفاضل این دو طول یعنی فاصله مرئی آ اولین مقیاس از سیار مساوی میشود بالکاریتم خارج قسمت (که صاحب مفصل صفر باشد پس باید خارج قسمت را بر مقیاس اول مسطره بر طرف آن طول طلب نمود یعنی در کنار سیار)

مثال میخواهیم این خارج قسمت را معلوم کنیم ۸۴:۳ چنین مینویسیم ۸٫۴ :۳

خط فوقانی مسطره ل = ۲۸ . زبانه ۱ $\frac{۸٫۴}{۳}$ پس ۲۸ = ۸۴:۳

مثال دوم ۵٫۷۵ : ۳۵

خط فوقانی مسطره ل = ۴۵ زبانه ۱ $\frac{۱۵٫۷۵}{۳٫۵}$ پس ۰٫۴۵ = ۱۵٫۷۵:۳۵

چون خارج قسمت بدست آمد ملاحظهٔ دو ممیز مقسوم و مقسوم علیه موضع ممیز خارج قسمت بدست می آید (نظر کنید بدو مثال فوق و امثلهٔ بعد)

۳۳۹ هرگاه مقسوم علیهی را بخیال آنقدر ترقی یا تنزل دهیم که عدد ارقام صحاحش برابر صحاح مقسوم شود و آنوقت کوچکتر از مقسوم باشد میتوان در آن باین وجه عمل نمود

مقسوم علیه را در اینجا در اول زبانه طلب نموده و مقسوم را بر مقیاس اول مسطره

این دو موضع را مطابق کنید و در کنار ستاره خارج قسمت را طلب نمایید

این قاعده در مثال اول ۳ : ۸۴ جاری میشود ولی در مثال دوم ممکن نیست و دو ملاحظه

قاعده اول نیست ولی حسابدان بجای این قاعده را استعمال نمود

۳۴۰ قاعده چون زبانه را سرکنیم و مقسوم را بر مقیاس دوم مسطره طلب کنیم و ستاره را برابر او قرار دهیم خارج قسمت واقع میشود در کنار مقسوم علیه بر مقیاس اول زبانه طلب شده باشد

مثال اول مطلوب این خارج قسمت است ۳ : ۸۴

خط فوقانی مسطره	ل = ۲۸	۸۴	پس ۲۸ = ۱۳۰۲
زبانه	۳	۱	

مثال دوم مطلوب است ۱۵٫۷۵ : ۳۵

خط فوقانی مسطره	ل = ۴۵	۱۵٫۷۵	پس ۰٫۴۵ = ۳۵ : ۱۵٫۷۵
زبانه	۱۵	۱	

امتیاز این قاعده وقتی ظاهر میشود که بخواهیم یک مقسوم را بر چند مقسوم علیه قسمت کنیم

مثال میخواهیم ۳۶ را بترتیب قسمت کنیم بر این اعداد ۲ و ۳ و ۴ و ۶ و ۹

چون زبانه را سرکنیم و ستاره را بر مقسوم ۳۶ قرار دهیم و مقسوم علیه ها را بر زبانه طلب کنیم خارج قسمتهای مطلوب بترتیب واقع میشود در کنار آنها بر خط فوقانی مسطره

خط فوقانی مسطره	۴	۶	۹	۱۲	۱۸	۳۶
زبانه معکوس	۹	۶	۴	۳	۲	۱

۳۴۱ ستینه هرگاه ستاره و مقسوم علیه واقع بر یک مقیاس زبانه در دو او ... بر یک مقیاس مسطره در این صورت عدد ارقام مقسوم (حاصل ضرب) برابر ب یا مجموع ...

ارقام مقسوم علیه و خارج قسمت (و اینجا صرف نظر از ممیز شده) پس عدد ارقام خارج قسمت مساوی
میشود با عدد ارقام مقسوم منهای عدد ارقام مقسوم علیه باضافه ۱ و هرگاه بسیار و مقسوم علیه و شق
هر یک مقیاس را به مطابق بشوند هر کدام بر مقیاسی از سطره عدد ارقام مقسوم (حاصل ضرب)
مساوی میشود با عدد ارقام مقسوم علیه باضافه عدد ارقام خارج قسمت بنابراین عدد ارقام خارج
قسمت مساوی میشود با عدد ارقام مقسوم منهای عدد ارقام مقسوم علیه این نتیجه متفرع است بر نتیجه
۲۳ و در چنان حالت بکار آید

اصول علم حساب اینجا باخر رسید

تنبیه
سطره حساب را جفیر[illegible]
هرگاه کسی را وقت [illegible]
با آن حاجت افتد ممکن است
[illegible]

تمت

در استعمال و فایدهٔ علم حساب در تجارت و صنایع و علوم

در اصل کتاب از اصطلاحات و رسوم خارجه آنچه مربوط باشد بحساب خیری ذکر نشد پس من باب
اطلاع مهندسین مناسب دیدیم بعضی از آنها را که دانستنش بیشتر بکار آید اینجا ذکر کنیم

در ربح و ...

۱ مقصود از اعاده مسئله اینجا بیان اختصارات کلیه است که در صرافخانهها و تجارتخانهها
همواره در محاسبات ربحیه بعمل می آورند و در ضمن بیان آن اصول نکات کلیه ذکر می کنیم
که بتوان وجوه دیگر در اختصار بدست آورد و از این گذشته عادت در این اعمال خیلی در باب
دریافتن راه اختصار مانند سایر اعمال ممکنه

تنبیه سابق ذکر نمودیم که تنزیل کردن حجت آنست که ربح مبلغ آن را بازاء مدتی که قبل از
وعده مطالبه میشود مشخص کنند و آن را از مبلغ کاسته باقی را بصاحب حجت بدهند
پس آنچه در خصوص مرابحه ذکر میکنیم به تنزیل تجارتی نیز تعلق میگیرد و این دو کلمه را بتفاوت استعمال میکنیم

در تعیین ربح یکساله یا چندساله مبلغی ربح یکساله را معلوم کنند و ضرب کنند در
عدد سنین در ربح یکساله سابق این قاعده را بدست دادیم که سرمایه را در ربح ضرب
کنند و تمیز اعشاری حاصل را قسمت کنند بر ۱۰۰

این قاعده چنین بدست آید که در دستور $\frac{م \times ن \times ع}{۱۰۰}$ = ح فرض کنید ۱ = م

$\frac{ن \times ع}{۱۰۰}$

ربح را فرض میکنیم ۵ در ٪ یعنی ۵ = س و آنوقت ۱۰ : $\frac{سه}{۲} = \frac{سه}{۲۰} = \frac{۵ \times سه}{۱۰۰} = ح$

پس این قاعده بدست آید در تعیین ربح سرمایه که بنرخ ۵ در ٪ باشد سرمایه را نصف کنید و اعشار دش را یکرقم بیشتر از آنچه در سرمایه است جدا کنید

مثال سرمایه ۳۸۴۲,۲۰

ربح از قرار ۵ در ٪ ۱۹۲,۱۱

هرگاه ربح ۵ در ٪ را بازاء سنواتی بخواهیم که عدد دش زوج باشد مثل ع ۲ مساوی چنین میشود

$$ح = \frac{سه \times ۲ع}{۲۰} = \frac{سه \times ع}{۱۰}$$

یعنی ربح باین وجه معلوم شود که سرمایه را در نصف عدد سنین ضرب کنید و اعشار حاصل ضرب را یکرقم بیشتر از آنچه بود بگیرید

ربح ۱ در ٪ بعینه سرمایه است بنابر آنکه دو رقم اعشار از یمینش جدا کنید یا ممیز را دو مرتبه بسمت یسار نقل کنید ربح $\frac{۱}{۲}$ در ٪ نصف سرمایه است بنا بر آنکه اعشار دش را دو رقم بیشتر از سرمایه بگیرید

چون این مقدمات معلوم شد صورت حساب ربح یکساله را بنرخهای معمول در اینجا عمل کنیم

سرمایه ۳۸۴۲,۲۰

ربح ۶ در ٪

۵ در ٪	۱۹۲,۱۱	
$\frac{۱}{۲}$ در ٪	۳۸,۴۲۲	
	۲۳۰,۵۳۲	مجموع

ربح $۵\frac{۱}{۲}$ در ٪

۵ در ٪	۱۹۲,۱۱	
$\frac{۱}{۲}$ در ٪	۱۹,۲۱۱	
	۲۱۱,۳۲۱	مجموع

ربح $۵\frac{۳}{۴}$ در ٪ (*)

۵ در ٪	۱۹۲,۱۱	
$\frac{۱}{۲}$ در ٪	۱۹,۲۱۱	
$\frac{۱}{۴}$ در ٪	۹,۶۰۵	
	۲۲۰,۹۲۶	مجموع

نرخ ۴ ۱/۲ در ٪

۵ در ٪	۱۹۲٫۱۱
۱/۲ در ٪	۱۹٫۲۱۱
باقی	۱۷۲٫۹۰

نرخ ۴ ۳/۴ در ٪

۵ در ٪	۱۹۲٫۱۱
۱/۴ در ٪	۹٫۶۰
باقی	۱۸۲٫۵۱

نرخ ۶ ۱/۳ در ٪

۵ در ٪	۱۹۲٫۱۱
۱ در ٪	۳۸٫۴۲۲
۱/۳ در ٪	۱۹٫۸۵۷
باقی	۲۴۳٫۳۴

و در این محاسبات و محاسبات ذیل قاعده حصص صحیحه را اختیار نموده‌ایم

نرخ ۳ ۳/۴ در ٪ (ربع ۳ ۳/۴ است)

۳ در ٪	۱۱۵٫۲۶۶
۳/۴ در ٪	۲۸٫۸۱۶
مجموع	۱۴۴٫۰۸۲

۳ در ٪	۱۱۵٫۲۶۶
۱/۲ در ٪	۱۹٫۲۱۱
مجموع	۱۳۴٫۴۷۷

نرخ ۲ ۱/۲ در ٪ ...... باقی ۹۶٫۰۵۵

در نرخ اخیر تساوی این است $۱۰ : \frac{۳}{۴} = \frac{۳۰}{۴۰} = \frac{۳۰ \times ۲\frac{۱}{۲}}{۱۰۰}$ یعنی ربع سرمایه را یکبار دیگر و یک قسمت اعشاری پیش از آنچه در سرمایه است از او جدا کنید

نرخ از قرار ۲ ۳/۴ در ٪

۲ ۱/۲ در ٪	۹۶٫۰۵۵
۱/۴ در ٪	۹٫۶۰۵
مجموع	۱۰۵٫۶۶۰

(زیرا ۱/۴ عشر ۲ ۱/۲ باشد)

نرخ از قرار ۲ ۱/۴ در ٪

۲ ۱/۲ در ٪	۹۶٫۰۵۵
۱/۴ در ٪	۹٫۶۰۵
باقی	۸۶٫۴۵۰

ولازم نیست دیگر ربح ½ ۱ و ¾ ۱ را دیگر بنویسیم چونکه ربح مشتری بدست آید

در تعیین ربح از سنین و شهور و ایام

و در این عمل نیز بقاعده حصص صحیحه پیش رویم

مثال میخواهیم ربح مبلغ ۳۸۴۲۲۰۰ را از قرار ½ ۴ در ٪ در مدت ۷ سال ۱۰ ماه معلوم کنیم و این است صورت حساب

سرمایه ۳۸۴۲۲۰۰ و ربح از قرار ½ ۴ در ٪

ربح یکساله	۴ در ٪	۱۵۳۶۸۸
	½ در ٪	۱۹،۲۱۱
	جمع	۱۷۲،۸۹۹

ربح ۷ ساله	۱۲۱۰،۲۹۳
۶ ماه	۸۶،۴۴۹
۴ ماه	۵۷،۶۳۳
ربح ۷ سال ۱۰ ماه	۱۳۵۴،۳۷۵

و اگر شهور عوض ۱۰ ماه ۱۱ ماه بود تفصیل میکردیم آنرا به ۶ ماه ۳ ماه و ۲ ماه

و اگر تمام مدت ۴ سال ۸ ماه بود ربح ۸ ماه را ثلث ربح ۲ ساله میگرفتیم

و اگر نرخ تجارتی بالفرض در سال ۶ در ٪ بود چنین ملاحظه میکردیم که ماهانه اش ½ در ٪ بود و ۱۰ روزه اش ⅙ در ٪ و ۲ ماه یا ۶۰ روزه اش ۱ در ٪ و ۶ روزه ⅒ اده در ٪ و از این نکات بطریق ذیل فایده میبریم

میخواهیم ربح مبلغ ۳۸۴۲ر۲۵ را از قرار ۵ در ٪ در مدت ۳۸ روز معلوم کنیم

بازاء	۳۰	روز	۱۹ر۲۱۱
بازاء	۶	روز	۳ر۸۴۲
بازاء	۲	روز	۱ر۲۸
			۲۴ر۳۳۳

و مثال دیگر در محاسبهٔ ربح ذکر میکنیم بقاعده حصص صحیحه

میخواهیم ربح مبلغ ۳۸۴۲ر۲۰ را از قرار ۵ در ٪ در مدت ۳ سال ۸ ماه ۲۴ روز معلوم کنیم

ربح یکساله	۵ در ٪	۱۹۲ر۱۱
	۱ در ٪	۳۸ر۴۲
		۲۳۰ر۵۳
ربح ۳ ساله		۶۹۱ر۵۹
	۲ ماه	۳۸ر۴۲
	۶ ماه	۱۱۵ر۲۶
	۶ روزه	۳ر۸۴۲ (۱ از قرار ۵ در ٪)
	۱۸ روزه	۱۱ر۵۲۶
	۳ ساله ۸ ماه ۲۴ روزه	۸۶۰ر۶۴

و هرگاه بخواهیم ربح را از قرار ۳ در ٪ بازاء مدتی معلوم کنیم اول بازاء همان مدت از قرار ۶ در ٪ معلوم میکنیم و بعد حاصل را نصف میکنیم

در قاعدهٔ عدد و مقسوم علیه

۴ در معاملات بسیار محتاج میشویم باینکه ربح یا تنزیل را بازاء مدتی کمتر از سال معلوم کنیم مثلا میخواهیم حجت را در چند ماه یا در چند روز یا چند ماه و چند روز تنزیل کنیم در این صورت رسم و قانون این است که در هر تاریخ عدد ایام ماه را آنچه حقیقت است بنویسیم نه بطور وسط همه را سی روزه بگیریم مثلا در تاریخ مسیحی ماه آذر را ۳۱ روز و ماه فوریه را ۲۸ روز بگیریم (و شرح این ماه ها را حقیر در علم هیئت جدید بتفصیل ذکر نموده)

چون طول ماه مختلف است در بعضی ملت بعنوان آن را واحد مقیاس زمان گرفت و احد

در تحدید عدد ایا

ب نباید و در ایران برخلاف مقصود اینکه در صورت یکی از این دو روز باید محسوب شود نه هر دو

چون این مقدمات معلوم شد فرض میکنیم م سرمایه باشد و ع عدد ایامی که بازاء آن باید ربح یا تنزیل م معلوم شود و ن ربح یکتومان در یکروز

ربح ۱ تومان در ۱ روز ن باشد پس ربح م تومان در یکروز ن × م شود و در ع روز ع × ن × م بنابراین ن × ع × م = ح (۱)

در هر مسئله مبلغ سرمایه م معلوم است و عدد ایام را بطریق (۳۰۴) اصل کتاب معلوم کنیم یعنی بعمل جمع اگر تاریخ هجری معتبر باشد یا از روی جدول ۲ بعد اگر مسیحی معتبر باشد و مبلغ ن را باید از روی نرخ سالیانه ه در صد استنباط نمود

بدانکه تجار و صرافان عدد ایام را بدقت محسوب میدارند نرخ یکتومان را در ۱ روز $\frac{1}{360}$ نرخ سالیانه میگیرند یعنی سال را ۳۶۰ روز فرض گرفته‌اند نه ۳۵۴ قمری و نه ۳۶۵ روز شمسی چونکه عدد ۳۶۰ عاد بسیار دارد و استعمالش سهل تر است تا ۳۵۴ که صاحب سه عاد ۲ و ۳ و ۵۹ است و نیز از ۳۶۵ که صاحب دو عاد ۵ و ۷۳ است

این مقدمه معلوم شد گوئیم ه نرخ ربح یا تنزیل بود در یکسال پس میتوانیم چنین پیش رویم

ربح ۱۰۰ قران	در	۳۶۰ روز	میباشد	ه
ربح ۱۰۰	در	۱	میباشد	$\frac{ه}{360}$
ربح ۱	در	۱		

= ن فرض میکنیم

حال چون در ستاوی اخیر بجای ه نرخهای معمول ذیل را قرار دهیم

۱ و ۲ و ۳ و ۴ و $۴\frac{۱}{۲}$ و ۵ و ۶ و ۸ و ۹ و ۱۰ و ۱۲ و ۱۸ و ۲۴

که همه مأخذ ۱۰۰ تومانند و هر کسر را بصورت مختصر خود تحویل کنیم مبالغ نظایر ه چنین میشود

$\frac{۱}{۳۶۰۰۰}$ ، $\frac{۱}{۱۸۰۰۰}$ ، $\frac{۱}{۱۲۰۰۰}$ ، $\frac{۱}{۹۰۰۰}$ ، $\frac{۱۰}{۸۰۰۰}$

$\frac{۱}{۷۲۰۰}$ ، $\frac{۱}{۶۰۰۰}$ ، $\frac{۱}{۴۵۰۰}$ ، $\frac{۱}{۴۰۰۰}$ ، $\frac{۱۰}{۳۶۰۰}$

$\frac{۱}{۳۰۰۰}$ ، $\frac{۱}{۲۰۰۰}$ ، $\frac{۱}{۱۵۰۰}$

و مبلغ ربح یا تنزیل ح که بنظر هر کدام از آن نرخها باشد بر وفق ستاوی (۱) چنین میشود

نرخها	۱	۲	۳	۴	$۴\frac{۱}{۲}$
ربحها مقسوم علیه ها	$\frac{ع \times سه}{۳۶۰۰۰}$	$\frac{ع \times سه}{۱۸۰۰۰}$	$\frac{ع \times سه}{۱۲۰۰۰}$	$\frac{ع \times سه}{۹۰۰۰}$	$\frac{ع \times سه}{۸۰۰۰}$
نرخها	۵	۶	۸	۹	۱۰
ربحها مقسوم علیه ها	$\frac{ع \times سه}{۷۲۰۰}$	$\frac{ع \times سه}{۶۰۰۰}$	$\frac{ع \times سه}{۴۵۰۰}$	$\frac{ع \times سه}{۴۰۰۰}$	$\frac{ع \times سه}{۳۶۰۰}$
نرخها	۱۲	۱۸	۲۴		
ربحها مقسوم علیه ها	$\frac{ع \times سه}{۳۰۰۰}$	$\frac{ع \times سه}{۲۰۰۰}$	$\frac{ع \times سه}{۱۵۰۰}$		

در این همه مشاله هر نرخی را مقسوم علیهی از حاصل ضرب ع × سه بنظر است و این

مقسوم علیه متعلق است بهمان نرخ و جز آن متعلق نیست بهیچ نرخ

اشخاصی که شغل و علاقه‌شان محاسبهٔ تنزیل و ربح باشد جمیع آن مقسوم علیه ها را بخاطر سپرده اند

و در هر صورت میتوان جدولی از اینها ترتیب داد از آنچه ذکر شد ترتیب چنین جدول آسان است

مسئله در روز ۱۱ ماه مه ۱۸۵۵ تنزیل نمودند حجتی را که مبلغش ۳۲۴۵ بود و نرخش ۴ در ٪ و موعدش ۲۵ د سمبر همان سال مطلوب مبلغ تنزیلات

$ع = ۲۰ + ۳۰ + ۳۱ + ۳۱ + ۳۰ + ۳۱ + ۳۰ + ۲۴ = ۲۲۷$ و سه $= ۳۲۴۵$

۳۲۴۰×۲۲۷ = ع × سه و مقسوم علیه ۹۰۰۰ است

$$ح = \frac{۳۲۴۰×۲۲۷}{۹۰۰۰} = \frac{۳۶×۲۲۷}{۱۰۰} = ۸۱,۷۲۰ \text{ تومان}$$

قاعدهٔ کلیه — در حساب ربح یا تنزیل سرمایه آن سرمایه را ضرب کنند در عدد ایام و حاصل را قسمت کنند بر مقسوم علیهی که متعلق به نرخ مفروض باشد

در عمل مرابحه و تنزیل حاصل ضرب سرمایه را در عدد ایام (ع × سه) عدد گویند و این اصطلاح نزد صرافان خارج مستعمل است و وجه تسمیه اش اینجا لازم نیست

استعمال عدد و مقسوم علیه که بطور تقریب مشخص شد مفید است خاصه در آنحالت کثیر الوقوعی که صراف یا تاجر بخواهد با یک نفر مشخص حساب ربح و تنزیل چند فقره وجه را نماید

نرخ ربح بحسب اوقات و بحسب خصوصیات مدت ممکن است مختلف شود ولیکن در صورت اتحاد وقت و تاریخ اکثر معاملات بیک نرخ است و بنابراین استعمال دستور $\frac{ع×سه}{مق}$ = ح کمال سهولت دارد و نظر باینکه جمیع اعداد صاحب یک مقسوم علیه میشوند

مثال در روز ۶ ماه مارس ۱۸۵۵ زید تنزیل کرد نزد عمرو وجههای ذیل را که نرخ جمیع از قرار ۶ در صد بوده

	تومان			
	۵۰۰	پاریس	۲۵	ژون
	۱۲۰۰	»	۱۵	اوریل
	۹۵۰	»	۲۵	مه
	۱۳۲۵,۳۰	»	۲۰	اوریل

پاریس ششم مارس

صورت حساب

سرمایهها				روزها	اعداد
۱۲۰۰	پاریس	۱۵	اوریل	۴۰	۴۸۰۰۰
۱۳۲۵,۳۰		۲۰	اوریل	۴۵	۵۹۶۳۸,۵
۹۵۰		۲۵	مه	۸۰	۷۶۰۰۰
۵۰۰		۲۵	ژون	۱۱۱	۵۵,۵۰۰
۳۹۷۵,۳۰					۲۳۹۱۳۸,۵
۳۹,۸۵					

$$\frac{۲۳۹۱۳۸}{۶۰۰۰} = \frac{۲۳۹,۱۳۸}{۶} = ۳۹,۸۵ \text{ تنزیل}$$

۳۹۳۵,۴۵ (وجه نقد)

قاعده خیلی آسان و مختصر در تعیین تنزیل کل عده ایام تنزیل هر حجت را بشمارید واز روی عدد متعلق بهر حجت را معلوم کنید و مجموع ان اعداد را قسمت کنید بر مقسوم علیهی که مقطع نرخ مفروض باشد

از این قرار $\frac{ع''' \times سه'' + ع'' \times سه'}{مق}$

در هنگام حساب حجتها را ابتدا از انکه نزدیکتر باشد بترتیب عدد ایام تنزیل مرتب میکنند از این قرار چون ایام تنزیل حجت اول که اینجا ۴۰ روز است بدست آمد عدد شمار ایام ۴۵ و غیره زودتر بدست می آید (و علاوه بر آن میتوانید بجدول ما بعد رجوع کنید).

۳۰ جدولی ترتیب داده اند مشتمل بر ایام مابین دو تاریخ معین و آن چون آسان است و سهل الاستعمال در محاسبات ربح بسیار مفید و درکار است صورتش در صفحه ما بعد است و طریق استعمالش از این قرار

مثال اول مطلوب عده ایام گذشته است از دوم ماه مه تا ۳۰ سپتمبر سیر کنید در طول سطر افقی که بعنوان ۲ ماه مه است تا برسید بستون قائمی که عنوانش ۳۰ سپتمبر است پس عدد ۱۲۳ که در محل تلاقی آن دو ستون نوشته شده عدد ایام مطلوب است

مثال دوم مطلوب عدد ایام ماضیه است از ۵ ژوئن تا ۲۵ سپتمبر

جدول عدد ایام واقعه مابین دو تاریخ

	فوریه	مارس	آوریل	مه	ژوئن	ژوئیه	اوت	سپتامبر	اکتبر	نوامبر	دسامبر	ژانویه (سال مابعد)	
ژانویه	٣١	٥٩	٩٠	١٢٥	١٥١	١٨١	٢١٢	٢٤٣	٢٧٣	٣٠٤	٣٣٣	٣٦٥	ژانویه
فوریه	٢٨	٥٩	٨٩	١٢٥	١٥٥	١٨١	٢١٢	٢٤٢	٢٧٣	٣٠٣	٣٣٤	٣٦٥	فوریه
مارس	٣١	٦١	٩٢	١٢٢	١٥٣	١٨٤	٢١٤	٢٤٥	٢١٥	٣٠٦	٣٣٧	٣٦٥	مارس
آوریل	٣٠	٦١	٩١	١٢٢	١٥٣	١٨٣	٢١٤	٢٤٤	٢٧٥	٣٠٦	٣٣٤	٣٦٥	آوریل
مه	٣١	٦١	٩٢	١٢٣	١٥٣	١٨٤	٢١٤	٢٤٥	٢٧٦	٣٠٤	٣٣٥	٣٦٥	مه
ژوئن	٣٠	٦١	٩٢	١٢٢	١٥٣	١٨٣	٢١٣	٢٤٥	٢٧٣	٣٠٤	٣٣٤	٣٦٥	ژوئن
ژوئیه	٣١	٦٢	٩٢	١٢٣	١٥٣	١٨٤	٢١٥	٢٤٣	٢٧٤	٣٠٤	٣٣٥	٣٦٥	ژوئیه
اوت	٣١	٦١	٩٢	١٢٢	١٥٣	١٨٤	٢١٢	٢٤٣	٢٧٣	٣٠٤	٣٣٤	٣٦٥	اوت
سپتامبر	٣٠	٦١	٩١	١٢٢	١٥٣	١٨١	٢١٢	٢٤٢	٢١٣	٢٥٣	٣٣٤	٣٦٥	سپتامبر
اکتبر	٣١	٦١	٩٢	١٢٣	١٥١	١٨٢	٢١٢	٢٤٣	٢٧٣	٣٠٤	٣٣٥	٣٦٥	اکتبر
نوامبر	٣٠	٦١	٩٢	١٢٥	١٥١	١٨١	٢١٣	٢٤٢	٢٧٣	٣٠٤	٣٣٤	٣٦٥	نوامبر
دسامبر	٣١	٦٢	٩٥	١٢١	١٥١	١٨٢	٢١٢	٢٤٣	٢٧٤	٣٠٤	٣٣٥	٣٦٥	دسامبر

محل تقاطع خط افقی ژون و ستون ثالث سپتمبر را طلب کنید رقم ۹۲ که آنجا نوشته شده عدد ایام ماضیه از ۵ ژون تا ۵ سپتمبر است پس ۲۵ روز دیگر بر آن اضافه کنید تا از ۵ برسید به ۳۰ سپتمبر

مثال سوم مطلوب عدد ایام ماضیه از ۳۰ سپتمبر ۱۸۵۲ است تا ۱۲ مه ۱۸۵۳ طلب کنید محل تقاطع سطر افقی سپتمبر و ستون قائم مه از سال آینده را رقم ۲۴۲ که آنجا نوشته عدد ایام ماضیه از ۳۰ سپتمبر است تا ۳۱ ... مه و از آن قرار عدد مطلوب ۲۲۳

در محاسبات رسمیه و متداوله تجار

۴۰ شخص صرافی که از قدیم معامله با تاجری است چند فقره تنخواه از جانب آن شخص تاجر دریافت نموده اول ۴۲۶ تومان بتاریخ ۱۱ مارس ۱۸۵۲ دوم ۴۰۲ تومان بتاریخ ۱۹ اوریل سوم ۱۸۰ تومان بتاریخ ۷ مه و همین شخص صراف ۸۴۵ تومان بآن تاجر مدیون بود بوعده ۳۱ دسمبر ۱۸۵۱ و از طرف مقابل در وجه آن تاجر چند فقره تنخواه کارسازی کرده است اول ۳۸۰ تومان بتاریخ ۲۵ ژانویه دوم ۸۵۲ تومان بتاریخ ۲۲ مارس سوم ۲۶ تومان ۵ بتاریخ ۱۰ اوت و میخواهند در ۳۰ سپتمبر ۱۸۵۲ تفریغ محاسبات نمایند و ضمن العقد میان آنها شرط شده که شخص صراف هر وقت از جانب آن تاجر تنخواهی دریافت کند حق و خدمتی از قرار ۳ در صد از آن تنخواه دریافتی بردارد و نرخ مرابحه میان این دو نفر از قرار ۴ در صد بوده است در سال

ظاهر است که نمیتوان این مسئله را بطریق رسمی حل نمود بطوری که از طرفی معلوم کنیم مبلغ تنخواهی را که صراف بتاجر مدیون میشود و چه از بابت وجوهی که دریافت نموده است و چه از بابت ربح آنها و از طرفی مبلغ تنخواهی را که خود طلبکار میشود و چه از بابت مبالغی که در وجه

تاجر داده است وچه از بابت ربح آنها وچه از بابت حق زحمت خود ولیکن در حق این نوع مسائل طریق بدیعی در دست است که تقریبا بدون محاسبه تفریق محاسبات میشود در همان روز مطلوب و در تفریق حساب مذکور همین طریق را معمول داریم چنانچه ملاحظه میشود

صورت تفریق محاسبات زید صراف با عمرو تاجر

داده با حساب ج | سند با جمع

ماه	روز	بخواهی که از جانب صراف به تاجر	تومان		اعداد	ماه	روز	طلب تاجر	تومان		اعداد
ژانویه	۲۵	گذار	۳۸۰	۲۵	۹۵۰۰	دسمبر	۲۱	تجدید	۵۰ ۷۸۴		
مس	۲۲	گذار	۸۵۲	۸۲	۶۹۸۶۴	مه	۱۱	دریافت	۴۲۰		۳۰۲۴۰
اوت	۱۵	گذار	۵۲۶	۲۲۲	۱۱۶۷۲۲	او		دریافت	۴۶۲		۵۰۸۲۰
سپتمبر	۳۰	تفاوت میزان						دریافت	۱۸۵	۱۲۸	۲۳۰۴۰
		دوره ۹۴۵۰		۲۷	۲۵۱۹۳						
		حق زحمت از قرار ۱/۴ در ۱٪ ۳۵۶									
		میزان تجدید ۱۰۴۰۴									۱۸۲۵۶۰
					۱۸۲۵۶۰				۱۰۴۰۴		

در این مسئله هرچه باشد تواریخ معاملات مختلفه صراف با تاجر از بخواه و دریافتی داده در تفریق محاسبات موافق این قاعده ببیع رجحان را از یک مبدأ گیرند و یک مقدار بنا از روز مشخص تا روز مشخص اما مبدأ تا تاریخ معامله است که قدیم‌تر از همه واقع شده باشد اعم از اینکه بخواه دریافتی باشد یا گذار و مقدار روز تفریق محاسبه است

در مثال ما معامله اول ضبط تتمه حساب سابق است که مبلغ ۵ ر۷۸۴ تومان بوده است بوعده ۳۱ دسمبر ۱۸۵۱ و روز تفریق حساب ۳۰ سپتمبر ۱۸۵۲ اخارجه بوده

پس منافع جمیع وجوهی که در معامله آمده است باید از ۳۱ دسمبر ۱۸۵۱ خارجه محسوب شود تا ۳۰ سپتمبر ۱۸۵۲ داخله (مقصود از کلمهٔ خارجه آنست که روز مبدأ محسوب نمیشود و داخله معنی آنست که حساب میشود)

اما در خصوص تواریخ مختلفه که از آن در دفترهای متداوله حساب بطریقی مرتب شده که رعایت جمیع اختلافات میشود از قرار تفصیل ذیل

چون صراف روز ۲۵ ژانویه ۱۸۵۲ مبلغ ۳۸۰ تومان وجه تاجر کارسازی نمود این گذار اول را در محل دیون تاجر ضبط میکنند و از بابت ربح این مبلغ نظر باینکه از ابتدای ۲۵ ژانویه خارجه حق آن صراف است نه مقدم پس ربح از ۳۱ دسمبر خارجه تا آن تاریخ حق تاجر است و مناسب است که بعد از این بتواند نفع آن بخواهد یا در این مدت جزو مطالبات او محسوب دارد در ستون مطالبات تاجر که اعداد و سمت یمین باشد ضبط میکنند این عدد ۲۵ × ۳۸۰ یا ۹۵۰۰ را که نظر ربح ۳۸۰ تومان است در ۲۵ روز و این تدبیر بکافی عمل میشود

و چون بابت ربح ۱۱ مارس ۱۸۵۲ مبلغ ۴۲۶ تومان از جانب تاجر دریافت نمود این مبلغ را جزو مطالبات آن شخص مینویسند و لیکن نظر باینکه ربح آن را از تاریخ ۳۱ دسمبر خارجه تا تاریخ دریافت بخرج تاجر آورد در جزو مطالبات خود ثبت میکنند عدد ۷۱ × ۴۲۶ یا ۳۰۲۴۶ را که نظر ربح ۴۲۶ تومان باشد در مدت ۷۱ روز از ۳۱ دسمبر خارجه تا ۱۱ مارس و آن در ستون یسار است بعنوان اعداد (ماه فوریه ۱۸۵۲ بیست و نه روز محسوب شده)

و حکم سایر معاملات بعد نیز چنین است

و چون میخواهند در ۳۰ سپتمبر بتفریق محاسبات مذکور نمایند شخص صراف سرمایهائی

نوار و صندوقش شده جمع میکنیم میزانش ۱۸۵۲٫۵۰ تومان شد و همچنین سوابهائی
که از صندوق رو به تاجر خارج شده میزانش ۱۷۵۸ تومان باشد و اینها تفاضل صرفه
تاجر است از این قسم قرار

۹۴٫۵۰ = ۱۷۵۸ − ۱۸۵۲٫۵۰ و عدد این صرفه یعنی ۹۴٫۵۰ × ۲۷۴ =
۲۵۸۹۳ بنظر ۲۷۴ روز ربح است (از اول ژانویه تا ۳۰ سپتامبر) و باید در جزو مطالبات
تاجر نوشته شود و افزوده شود بر اعدادی که سابق بهمین عنوان (اعداد دیمین) نوشته
شده پس اعداد مطالبات تاجر را جدا جمع میکنیم (در ستون اعداد دیمین) میزانش
۲۲۱۹۷۶ باشد و همچنین اعداد مطالبات صراف را (در ستون لیا) و میزانش ۱۰۴۱۰۶
باشد و تفاضل میزان دو عدد این است

۲۲۱۹۷۶ − ۱۰۴۱۰۶ = ۱۱۷۸۷۳

و این صرفه تاجر است پس این تفاضل را قسمت کنیم بر مقسوم علیه ۹۰۰۰ که بنظر نرخ ۴ درصد است شد
خارج قسمت این است ۱۳٫۰۹۷ تومان یا ۱۳٫۱۰ تومان و آن تفاضل اعداد است
بصرفه تاجر پس آنرا هم اضافه کنیم بر مجموع وجوه مطالبات او و حال صراف باید بنابر
قرارداد از آنچه دریافت نموده حق زحمتی ۱/۳ درصد سهم خود قرار دهد در ۱۰۴۸ تومان
۱/۳ درصد چنین میشود ۳٫۵۰ تومان این مبلغ را هم بر این حساب می افزائیم و در آخر
که تفریق مطالبات طرفین بنمائیم چنین میشود ۹۶۵٫۶۰ − ۱۱۶۱٫۵۶ = ۱۰۴۲٫۰۴
طلب تاجر است در تاریخ ۳۰ سپتامبر که باید بخواهد نقد دریافت کند یا حساب تازه بگیرد
نظر باینکه میزان طرفین معادل شود مبلغ فضل ۱۱۲۸٫۷۳ را بر مجموع اعدادی که میزانش کمتر است
اضافه کنیم و تفاضل طلب و دین تاجر را بر دو بدهد و هرگاه متعلم این قاعده را دریافت
نماید می بینیم که چه قدر آسانتر شد از آنکه بجای حساب وجوه را از تاریخ معین که قسمتم

تا تاریخ معین یعنی مدت همه را برابر فرض نمودیم و بعد تلافی کردیم

برهان منظر با آنکه این قاعدهٔ بدیع خوب واضح شود و میتوان از قوه بفعل آورد بهتر است که نکته‌اش را ذکر کنیم در این مسئله چهار فقره نخواه را باید معلوم کرد تا تفریق معاشه شود

اول تفاوت خودی صراف و آنچه داده است دوم منافع وجوهی که صراف بتواریخ مختلفه داده است و باید بازاء مدتهای مختلفی که نزد تاجر بوده عاید او بشود سوم منافع وجوهی که صراف بتواریخ مختلفه دریافت کرده و باید بازاء مدتهای مختلفی که نزد او بوده عاید تاجر بشود

چهارم حق زحمت صراف از بابت دریافت وجوه

اما فقرهٔ اول از این تساوی معلوم میشود

$$\underset{\text{دریافتی صراف}}{1853.5} - \underset{\text{دریافتی تاجر}}{1758} = \underset{\text{طلب تاجر}}{94.5}$$

اما فقرهٔ دوم مجموعش این است

$$\frac{380 \times (274 - 25) + 852 \times (274 - 82) + 526 \times (274 - 222)}{9000} =$$

$$= \frac{(380 + 852 + 222) \times 274 - (380 \times 25 + 852 \times 82 + 526 \times 222)}{9000} =$$

$$= \frac{1758 \times 274 - (380 \times 25 + 852 \times 82 + 526 \times 222)}{9000}$$

و بهمین وجه ثابت میشود که فقرهٔ سوم حاصلش این است

$$\frac{1852.5 \times 274 - (426 \times 71 + 463 \times 110 + 185 \times 138)}{9000}$$

و وصل فقرهٔ سوم بر دوم چنین میشود

$$\frac{94.5 \times 274 + 146016 - 104106}{9000} = \frac{221979 - 104106}{9000} =$$

$$= \frac{117873}{9000} = 13.1$$

و حق زحمت سابق معلوم شد ۳٫۵۶ تومان است پس خلاصهٔ عمل چنین است

$$\underset{\text{خلاصه طلب تاجر}}{94.5} + \underset{\text{حق العمل صراف}}{13.1} - \underset{\text{تفاضل مرابحه از طرف تاجر}}{3.56} = \underset{\text{صاف طلب تاجر}}{104.04}$$

شرح جدول سابق از روی این تفصیل خوب معلوم میشود

در تعیین موعد وسطی

۵ گاه چنان اتفاق می افتد که شخص عوض اینکه سندهای مختلفة المواعید خود را تنزیل نماید یا معامله
کند میخواهد معاوضه نماید آنها را با یک سند که مبلغ اش مساوی میزان سایر سندها باشد
ولیکن موعد وسطی داشته باشد مثال با آن مواعید مختلفه در اینحالت باید موعد وسطی بدست آورد
مثال در ۱ ماه مارس زید سندهای ذیل را نزد عمرو آورده و خواهش نمود
که آنها را قبول نموده در عوض سندی بدهد بموعد وسطی یعنی که نظر بمبلغ و موعد
هر کدام از آنها واسطه باشد مابین موعدهای مذکوره

۱۰۸۸	پاریس	۱۵	آوریل
۸۰۰	"	۲۵	آوریل
۱۰۰۰	"	۵	مه
۴۰۰	"	۱۵	مه
۱۲۰۰	"	۳۱	مه

پس روز مطلوب باید چنان باشد که زید هر وقت بخواهد آنرا تنزیل کند وجه نقد که بر او
همان مبلغ عاید او شود که گویا همان روز و همان نرخ یکمرتبه سندهای قدیم خود را تنزیل میکرد
قاعده تاریخی اختیار کنید و آسان تر این است که از میان موعدهای معلوم
نزدیکتر را اختیار کنید مثل ۱۰ آوریل و اعداد سندها معاوضه کرده
حساب کنید بنابر آنکه بخواهید همه را یکمرتبه در آن روز مشخص تنزیل کنید
و میزان اعداد را بر میزان مبالغ وجوه سندها قسمت نمائید و آیا می

بعد از اتحاد خارج قسمت اضافه نماید بر تاریخ روز تنزیل محسوب که مثلا ۱۰
آوریل بود تا موعد وسطی بدست آید پس عمرو باید در عوض سندهای زید
سندی بدهد بآن موعد وسطی که مبلغ نخواهش برابر میزان وجوه سندهای
قدیم باشد

وصورت حساب اینست

			ایام	اعداد
۱۰۰۸	۱۰	آوریل	۰	۰
۸۰۰	۲۵	آوریل	۱۵	۱۲۰۰۰
۱۰۰۰	۵	مه	۲۵	۲۵۰۰۰
۴	۱۵	مه	۳۵	۱۴۰۰۰
۱۲۰۰	۳۱	مه	۵۱	۶۱۲۰۰
۴۴۸۸				۱۱۲۲۰۰

۱۱۲۲۰۰	۴۴۸۸
۲۲۴۴۰	۲۵
۰۰۰۰	

معلوم شد که وعده وسطی ۲۵ روز بعد از ۱۰ آوریل است یعنی روز ۵ ماه مه
پس عمرو یک سند به زید را بمبلغ ۴۴۸۸ تومان و بوعده ۵ مه کارسازی شود و تصحیح
این حساب خیلی آسان است اول فرض میکنیم که جمیع سندهای زید و سند واحد عمرو یکمرتبه
تنزیل شوند در ۱۰ آوریل از اعتبار
ظاهر است که در آن وعده حاصل حساب حجت زید این مبلغ را $۴۴۸۸ - \frac{۱۱۲۲۰۰}{ص}$ ورقه میکند
(و ص اینجا مفهوم علیحده است که ببیند نرخ باشد) و حاصل آن حجت واحده عمرو این مبلغ را

$$۴۴۸۸ - \frac{۴۴۸۸ \times ۲۵}{ص} = ۴۴۸۸ - \frac{۱۱۲۲۰۰}{ص}$$

و این دو مبلغ درست برابر شدند

حجت در عدد ۸ و کل اضافه تنزیل آن حجتها این مبلغ میشود

$(۱۰۸۸+۸۵۰+۱۰۰۰+۴۰۰+۱۲۰۰)\times۸ = ۴۴۸۸\times۸$

(ملاحظه کنید که از روی تنزیل حجتها بگه بازاء تاریخ معین حساب شده باشد چگونه وجه را استنباط نمودیم مبلغ تنزیل همان حجتها را بازاء تاریخی دیگر که مقدم باشد بر تاریخ سابق یا مؤخر)

واضافه تنزیل حجت عمرو بحساب جداگانه این است ۸×۸۸=۷۰۴ پس هر دو یک عدد اضافه شد و هر دو برابر شدند در ۲ آوریل چون دو نفر عامل حجتهای خویش را تنزیل کنند دو مبلغ دریافت شان مساوی همدیگر میشود

و حال اگر بخواهیم موعد تنزیل را عقب تر از ۱۰ آوریل قرار دهیم هر دو مبلغ دریافتی آن دو نفر عامل چیزی اضافه میشود ولی در هر دو مساوی

از آنچه ذکر شد معلوم میشود که اگر مبدأ حساب را عوض موعد فرضی ۱۰ آوریل ۲ آوریل میگرفتیم خارج قسمت چنین میشد ۸+۲۵ یعنی ۳۳ روز بعد از ۲ آوریل و آن درست روز ۵ ماه میشود پس قاعده ما صحیح است و محقق

در تجارتخانهای خارج بحساب موعد زیاد محتاج میشوند آن وقت که بخواهند چندین حجت مختلفة الموعد را بحجت واحد بدل کنند

در تعیین ربح یکی از قرض دولت و آنرا اساس سود اصطلاح گوئیم

۶ هر دولتی مثل رعیت ممکن است بقرض محتاج شود و برای هر کدام شروط این معامله بحسب اعتبار شخصی خویش مختلف میشود

دوق

و وثوق عامه نسبت بدولت و در معامله‌یان اعتباری است که یافته نظر باثار و ابنیه و غیره از ضعیفاتی که برای دولت و ملت بکار آید و همچنین نظر بوجوده مداخل صنفی و زراعتی و علتیش که مالیات سالیانه بآنها تعلق میگیرد

و از این حیثیت دولت فرانسه را اعتباری است تمام و عموم ملت را بآن وثوقی کامل و نظر بقوانینی که وضع نموده مقام اعتبار تجارتیش در استقراض خیلی عالی است چونکه کتابچه دستور العمل مالیاتی را همه ساله باید انجمن قانون نویسان صحه بگذارند و چنانچه لازم باشد در آن تغییری بدهند

و آن کتابچه دو باب است یکی دستور العمل دخل و دیگر دستور العمل خرج در باب اول تفصیل وصول مالیات است بجزء و در دوم تفصیل مصارف آن مالیات و میزان کتابچه خرج در سال ۱۲۷۵ بمبلغ یکهزار و پانصد میلیون فرنگ رسیده بود یعنی قریب سیصد کرور تومان (در سال ۱۸۵۲ مسیحی مبلغش ۱۵۰۳۳۹۸۳۴۶ فرنک بود)

اولین خرجی که در دستور العمل مصارف نوشته میشود قرض دولت است و هر ساله قریب ۴۷۵ میلیون فرنگ از این قرض ادا میشود (قریب ۹۴ کرور تومان) و از این جمله مبلغ ۲۸۱ میلیونش (قریب ۵۶ کرور و نیم) ربح سالیانه مبلغ قرض دولت فرانسه است و در سال ۱۲۶۸ قرض فرانسه قریب ۱۰۷۵ کرور تومان بود

امروز ربح سالیانه دولتی بر سه نوع است ۴ $\frac{1}{2}$ در ۱۰۰٪ و ۴ در ۱۰۰٪ و ۳ در ۱۰۰٪ و از آن مبلغ ربح سالیانه ۲۷ میلیونش (قریب ۵ کرور و نیم) از قرار ۴ در ۱۰۰٪ است و نرخ ۴ $\frac{1}{2}$ در ۱۰۰٪ بدل از آنست که سابق ۵ در ۱۰۰٪ بود و بحکم ۱۴ مارس ۱۸۵۲ مسیحی (۲۲ جمادی الاولی ۱۲۶۸) تنزل نموده ۴ $\frac{1}{2}$ در ۱۰۰٪ شد و نرخ ۳ در ۱۰۰٪ در سال ۱۸۲۵ بحکم دیگر مقرر شد

تنبیه
چه دگر شد حالت فرانسه بود و قبل از جنگ با روس و بعد از جنگ البته تغییر کرده است و چون از حالت بعد اطلاعی ندارد

در قانون استقراض دولت

۴ رسم قرض خواهی دول بطریق رعیت نیست رعیت سرمایه مشخص قرض میکند
نرخی بلند یا پست برای ربحش قرار میدهد ولی دول برخلاف آن سود سالیانه مشخص میکنند

در دولت فرانسه تاکنون بدو طریق بخواه قرض میگرفتند
طریق اول از جانب دولت اطلاع میدهند که خیال قرضی در پیش است و این معامله

و ادا اعلی درجه قیمت سود معینی را که مثلا ۴٫۵ تومان باشد تسلیم میکنند و این مطلب
نباید پست تر باشد از آن میزان اصلی که دولت پیش از وقت مشخص نموده
کمپانی چون سود در خرید متدرجا بحسب ضرورت جزو عمل صرافخانه خود میکنند و یا آنکه
در همان مجلس قسمت میکنند میان اشخاصی که قبول نامه داده باشند و ملتزم شده اند که سعی
کنند در فراهم آوردن کل سرمایه که بهای آن با سود معاوضه نمود پس مبلغ قرض
بدرجات چند قسمت و مرتب میشود و آن سودها مندرج میشود در سلک سایر سودهای
دولتی که در دست جمعی کثیر از فرانسویان و خارجیان بمعامله بوده
طریق دوم آنست که تعهدنامه کلی ابراز میشود از وزارتخانه مالیات پاریس و در
جمیع ولایات نزد تحویلداران کل و جزو و جمیع افراد ناس میتوانند آنرا امضا کنند
و ملتزم شوند بشروطی چند مانند ذیل و نظر باینکه این مسئله خوب معلوم شود تعهدنامه

سال ۱۸۵۵ مسیحی را که برای قرض جدید ابراز شد اینجا می‌آوریم

مبلغ استقراضی ۵۰۰ میلیون فرنک (قریب یکصد و پنجاه کرور تومان) در ۱۸ ماه ژوییه ۱۸۵۵ دولت نرخ را از قرار $4\frac{1}{2}$ در صد معین کرد مبلغ ۹۲ فرنک و ۲۵ و از قرار ۳ در صد مبلغ ۶۵ فرنک و ۲۵ (یعنی که نرخ $4\frac{1}{2}$ است بازاء ۱۰۰ فرنک است ولی بها بازاء ۹۲ و ۲۵ و همچنین در نرخ ۳ در صد) و هر کس بخواهد ممکن است از سود ۱۰ فرنک ابتدا نموده مأخذ بگیرد تا اضعافش هر چند باشد (یعنی اقل سرمایه که ممکن است بدهد آن قدر است که به نرخهای مذکور در روش در یکسال ۱۰ فرنک بشود یا اضعاف آن) و سرمایه سودی را که ملتزم شده باید بپردازد اکنون عشر مبلغ در وقت امضا تعهد و مابقی در هیجده قسط متساوی که ماه به ماه کارسازی شود از ابتدا ۷ ماه سپتمبر ۱۸۵۵ و آنانکه سودی کمتر از ۱۰۰۰ فرنک امضا کرده باشند ممکن است (فرصت) که سرمایه‌ها بازاء آن را پیش از قسط و موعد تسلیم کنند و در این صورت برای مبلغ پیش از موعد تسلیم شده تنزیل منظور میشود از قرار سالیانه ۴ در صد و بالجمله سرمایه که از قرار $4\frac{1}{2}$ در صد امضا شده باشد بخشش از تاریخ ۲۲ مارس ۱۸۵۵ محسوب میشود و آن که از قرار ۳ در صد امضا شده باشد بخشش ۲۲ ژوئن همان سال محسوب است

۸ هر مبلغ سود دولتی بدست هر کس که باشد داخل است بجمله چیزها مانند متاع تجارتی بیع و شری بآن تعلق میگیرد یعنی هر وقت خواهد ممکن است آن را فروخته سرمایه را به پول نقد بر نگیرد کند پس آن سود را بشخصی که عامل تعویض گویندش تسلیم میکنند و او برده در صرافخانه بنرخ دایر و رواج روز میفروشد و آن وقت عامل تعویض فروشنده قایم مقام دولت است و عمال خریداران قایم مقام صرافان و واسطه مابین آن دو جانب است که مابین ایشان و گذشت

یعنی کم

یعنی که شخص فروشنده بابا، هر مبلغی مشخص از سود بهای میکرد کم باید و که مقدار عرض بسته است بدرجه اعتبار دولت نزد سوداگران

۹ و ما اینجا در جدول نمونه آوریم از صورت نرخهای عام فرانسه ما فقره که پیوسته رواج دستداول است در میان ایشان و شرح آنرا هم ذکر کنیم و لعدانه بعد از این اعداد جدول حل نمائیم مسائل رسمیه را که در خرید و فروش سودهای دولتی مستعمل باشند :

صورت معامله رواج صرافخانه پاریس

در چهارشنبه ۱۵ سپتمبر ۱۸۵۲ (۳۸ ذیقعده ۱۲۶۸)

نرخ سرمایه‌های عامه	بهای نقد	بوعده	رواج اول	بلند	پست	رواج آخر
فرانسه ۳ در ٪ نصف ۲۲ ژوئن	۷۷ . ۷۶٫۹۵ . ۷۷٫۱۰	تنظیم وعده				
	۷۷٫۱۰	آخر شهر حال	۷۷٫۲۵	۷۷٫۶۰	۷۷٫۲۵	۷۷٫۶۰
		دریافت آخر شهر حال			۷۷٫۱۰	۷۸٫۵۰
۴ در ٪ نصف ۲۲ سپتمبر		دریافت آخر		۷۸٫۵۰		
۴½ در ٪ از سال ۱۸۲۵ نصف ۲۲ سپتمبر						
۴½ در ٪ از سال ۱۸۵۲ نصف ۲۲ سپتمبر	۱۰۳٫۵۰ . ۵۵ . ۶۰	تنظیم وعده				
این قرض را نشده است	۸۰ . ۷۵ . ۷۰ . ۶۵	آخر شهر حال	۱۰۳٫۸۰	۱۰۴٫۲۰	۱۰۳٫۷۵	۱۰۴٫۲۰
تا مدت ده سال		دریافت آخر شهر حال			۱۰۴٫۶۰	۱۰۴٫۸۰ ۵۰

چون در این جدول رسمی صرافخانه پاریس نظر افکنیم اول می‌بینیم که هر سه نوع سود فرانسه که سابق ذکر شده بود اینجا ضبط شده یعنی نرخ ۳ در ٪ و ۴ در ٪ و ۴½ در ٪ و در برابر اسم مقابل است آنجا مبلغی از سود که اگر دولت میخواست سرمایه‌اش را ادا کند بایستی ۱۰۵ فرانک

لودمار

سود یا ربح ۴ یا ۴ ½ درصد نصفش در تاریخ ۲۲ سپتمبر ادا میشود و نصفش در ۲۲ مارس و سود ۳ درصد نصفش در تاریخ ۲۲ ژون ادا میشود و نصفش در ۲۲ دسمبر

پس از اعتبار سود خوری که هم ۳ درصد داشته باشند و هم ۴ ½ ۴ در هر شش ماه یکمرتبه بخواهی وصول میکنند

در جدول این کلمات بضب ۲۲ ژون بضب ۲۲ سپتمبر یعنی است که شخصی که ۱۵ ژانویه ۱۸۵۲ مثلا سودی خرید منافع منقضیه سود ۳ درصد را از تاریخ ۲۲ ژون ۱۸۵۲ دریافت میکند و سایر سودها از تاریخ ۲۲ سپتمبر ۱۸۵۲ دریافت میکنند

واگر معامله چند روز قبل از ۲۲ سپتمبر واقع شده باشد مثلا در ۶ همانماه سهمی از سود ۴ یا ۴ ½ موضوع میکنند یعنی که از ۶ تا ۲۲ سپتمبر فروخته شده و سود خریدار نفع ۶ ماه از ۲۲ مارس تا ۲۲ سپتمبر را دریافت میکند و آنوقت در جدول بضب ۲۲ مارس را بدل کنند به بضب ۲۲ سپتمبر و همچنین در سود ۴ و ۴ ½ سهم چند روزه قبل از ۲۲ مارس اجرا کنند و در سود ۳ چند روزه قبل از ۲۲ ژون یا ۲۲ دسمبر را

وچون در جدول دقت کنیم می بینیم که سودهای مذکوره بطریق فروخته میشوند اول آنکه نقد دوم بخواهی که آخر شهر حال دریافت شود یعنی آخر ماهی که در آنماه معامله واقع شده سوم توضیحی که در سنه بهای آخر بنظر میرسد ولیکن در صرافخانها جز بهای نقد مقبول باشد و در قانون هم همین وجه قید شده و ما نیز در همین بکوچه گفتگو کنیم

۱۵ مسئله در ۱۵ سپتمبر ۱۸۵۲ بهای ۳ درصد از این قرار تعبیر کرد

۷۰٫۷ ۶۹٫۵ ۷۰٫۶ ۷۰٫۵ ۷۰٫۱۵ ۷۰٫۲ و حال مطلوب بهای وسطی است

باید چهار بها را جمع کرد و میزان را قسمت نمود بر ۴ جواب ۷۰٫۵۸

در ۱۵ سپتمبر ۱۸۵۲ بهای ۴ ½ از اینقرار تعبیر شد ۱۰۳٫۵۰ ۱۰۳٫۵۵ ۱۰۳٫۶۵ ۱۰۳٫۶۵ ۱۰۳٫۷۵

۱۰۳٫۷۵ ف ۱۰۳٫۸۰ ف وحال مطلوب رواج متوسط روزانه است جواب ۱۰۳٫۶۵

در معلوم کردن اینگونه وسطها رواج اقل را بگیرید مثلا ۱۰۳٫۵۰ را و بعد فضل سایر را بر آن معلوم کنید (مثل ۵ سانتیم + ۱۰ سانتیم + ۱۵ سانتیم وغیره) پس مجموع رواجها مختلف ۴½ چنین میشود ۱٫۰۵ ف + ۷ × ۱۰۳٫۵۰ ف آن را قسمت کنید در ۷ جواب ۱۰۳٫۶۵ ف

هیچ سوداگر مأذون نیست سودی را خرید و فروش کند جز بوساطت عامل معاوضه که دلالش خوانیم و حق دلالی او در بهای سود خریداری شده یا فروخته شده این است ⅛ در ٪

مسئله سوداگری بدلالش چنین اذن داد که بهای نقد برای او خریداری کند مبلغ ۸۴۰ فرنک سود ۳ در ٪ و مبلغ ۱۸۰۰ فرنک سود ۴½ در ٪ حال مطلوب صورت حساب دلال است یعنی مبلغی که باید سوداگر تسلیم کند بنا بر آنکه بدانیم سود بهای متوسط روز خریداری میشود در تاریخ ۱۵ سپتمبر ۱۸۵۳

سود ۳ در ٪ رواجش این است ۷۷٫۰۵ ف یعنی که بازاء نرخ ۳ فرنکی سود شخص دلال باید مبلغ ۷۷٫۰۵ ف به بایع بدهد و از این قرار

بازاء ۱ فرنک سود مبلغ این است ۷۷٫۰۵/۳ ف و بازاء ۸۴۰ فرنک این مبلغ

(۷۷٫۰۵ × ۸۴۰)/۳ یا ۷۷٫۰۵ × ۲۸۰ یا ۲۱۵۷۴ فرنک

و همچنین بازاء ۴٫۵۰ سود (۴½) دلال باید کارسازی کند این مبلغ را ۱۰۳٫۶۵ ف

و بازاء ۱ فرنک ۱۰۳٫۶۵ : ۴٫۵۰ و بازاء ۱۸۰۰ ف سود این مبلغ را

(۱۰۳٫۶۵ × ۱۸۰۰)/۴٫۵۰ = ۱۰۳۶۵ × ۴ = ۴۱۴۶۰

پس صورت حساب دلال چنین میشود

	فرنک
۸۴۰ فرنک سود بنرخ ۳ در ٪ در ۷۷٫۰۵	۲۱۵۷۴
۱۸۰۰ فرنک سود بنرخ ۴½ در ٪ در ۱۰۳٫۶۵	۴۱۴۶۰
	۶۳۰۳۴
دلالی	۷۸٫۷۹
	۶۳۱۱۲٫۷۹

پس سود اگر باید در معاوضه نرخها سود مبلغ ۶۳۱۱۲٫۸۰ فرنک تسلیم کند

مسئله مبلغ ۳۶۰۰۰ فرنک تنخواه را میخواهیم بسود بدهیم و مطلوب آنست که در تاریخ ۱۵ سپتمبر ۱۸۵۲ از قرار ۳ درصد سود چه مبلغ خواهد بود و از قرار ½ ۴ چه مبلغ (در رواج روز مبادله وسطی است)

اولا اگر شخص سود خواهد حق دلالی را جداگانه بپردازد معلوم است که در نرخ اول سودیکه عاید او میشود تضاعیف ۳ است برابر آنکه ۳۶۰۰۰ فرنک مشتمل شود ۷۷٫۰۵ را یعنی مبلغ $\frac{۳ \times ۳۶۰۰۰}{۷۷٫۰۵}$ و همچنین بحسب نرخ ½ ۴ این مبلغ میشود $\frac{۴۵۰ \times ۳۶۰۰۰}{۱۰۳٫۶۵}$

ثانیا اگر حق دلالی جزو ۳۶۰۰۰ محسوب باشد فرض میکنیم ل خلاصه تنخواهی باشد که در بازاء سود میدهد آنوقت این نسبت وی حاصل میشود

$$۳۶۰۰۰ = ل + \frac{۱}{۸۰۰} ل = ل \left(۱ + \frac{۱}{۸۰۰}\right) = ل \left(\frac{۸۰۱}{۸۰۰}\right)$$

وبعد

$$ل = \frac{۳۶۰۰۰ \times ۸۰۰}{۸۰۱}$$

وچون مبلغ ل بدست آمد قائم مقام ۳۶۰۰۰ میشود و باقی عمل را اتمام میکنیم

مسئله سود خورده در اوقات مختلفه از این قرار سود خریدا اول ۳۸۰ فرنک سود بنرخ ۳ درصد برواج ۷۵٫۵۰ دوم ۴۵۰ فرنک از نوع همان نرخ برواج ۸۰٫۲۰ سوم ۸۲۰ فرنک برواج ۸۰٫۳۰ و میخواهد همه سود خود را در تاریخ ۱۵ سپتمبر ۱۸۵۲ بفروشد و میخواهند در این معامله خسران کرده است یا فائده

در جواب این مسئله اول باید بهای وسطی ۳ فرنک سود را برواجهائیکه معلوم کرد و سنجید آنرا برواج وسطی بازار در تاریخ ۱۵ سپتمبر یعنی با این مبلغ ۷۷٫۰۵ فرنک و آنوقت بحسب آنکه بهای وسطی آن بلند تر باشد یا پست تر از ۷۷٫۰۵ معامله سود خورده خسران دارد یا فائده

بهای این مبلغ میشود ۳۸۰ + ۴۵۰ + ۸۲۰ = ۱۶۵۰ فرنک از قرار ۳ درصد برواجهای مذکور این میشود

$$\frac{75{,}50 \times 380 + 74{,}80 \times 450 + 80{,}30 \times 820}{3} = \text{ع}$$

و بهای وسطی ۱ فرنک سود این میشود ۱۶۵۰ : ع و برای ۳ فرنک سود این میشود

$$\frac{\text{ع} \times 3}{650} = \frac{75{,}50 \times 380 + 74{,}80 \times 450 + 80{,}30 \times 820}{1650}$$

و حاصل این عمل را می‌سنجیم به بهای ۷۷٫۵۰ فرنک

کاه بعضی سودخوران از این دو نرخ اصلی ۳ درصد و ½ ۴ تجارت میکنند یعنی هر وقت که بپسندند یکی از آن دو را میفروشند و از دیگری میخرند این شیوه را تاکو میسد و اجرای موقوف بر رعایت چند فقره است ما فقرۀ از همه آسان تر را رعایت میکنیم این است که در ازای ۳ درصد یا ½ ۴ درصد چه مبلغ باید داد تا حاصل مدخلش قدری معین باشد

مسئله در ۱۵ سپتمبر ۱۸۵۲ از نرخ ۳ درصد برواج وسطی ۷۷٫۰۵ فرنک است و از نرخ ½ ۴ برواج وسطی ۱۰۳٫۵۵ حال میخواهیم بدانیم در کدام یک فایده و مدخل بیشتر است

در نرخ ۳ درصد مبلغ ۳ فرنک سود سالیانه از این قدر مبلغ حاصل میشود ۷۷٫۰۵

۱ .... $\frac{77{,}05}{3}$

و در نرخ ½ ۴ درصد مبلغ ۴٫۵۰ سود سالیانه از این قدر نخواه حاصل میشود ۱۰۳٫۶۵

$\frac{103{,}65}{4{,}50}$

فایده در آن معامله است که برای تحصیل ۱ فرنک سود مبلغ سرمایه کمتر باشد پس باید کسرها را به همدیگر سنجید و یا یک مخرج تحویل نمود و دو صورت را سنجید

$$77{,}05 \times 4{,}50 = 346{,}725$$

$$103{,}65 \times 3 = 310{,}95$$

پس از این قرار در نرخ ½ ۴ فایده بیشتر است

۱۱ در مسائل رسمیه متعلقه به تعهدنامهٔ ملتی شخصی که وجه استقراضی ملتی را امضا داشته بود در تاریخ ۳۱ ژوئن ۱۸۵۵ تسلیم نمود تمام تنخواه سرمایه سودی که قبول کرده بود حال میخواهیم بدانیم که از روی حقیقت سود ۳ فرانکی چه رواج باو تمام شده ممکن است فرض کنیم که آن شخص مبلغ ۱۵ فرانک سود خریداری کند بنرخ ۶۵ و ۲۵/۱۰۰ و موافق شروط و قیودی که در طریق دوم ... ذکر شد پس بوا بدیکه عاید او میشود یکی ترتیل ۱۸ قسطی است که تمام را پیش از وقت پرداخته و دیگر ربح سرمایه اوست در مدت ۳۸ روز (از ۲۲ ژوئن تا ۳۱ ژوئیه)

در قسط اول تقدیم موعد تنخواه ایندت است ۱ ماه ۷ روز
در قسط دوم ۲ ۷
در قسط سوم ۳ ۷

و هکذا تا قسط هیجدهم که تقدیم موعدش ۱۸ ماه و ۷ روز میشود

هر قسطی مبلغ ۱۵/۸۷ فرانک است (چونکه در سال بازاء ۳ باید ۶۵/۲۵ بدهد پس بازاء آن مبلغ ۶۵/۲۵ بر ۳ و بازاء ۱۵ که فرض نموده‌ایم این مبلغ ۶۵/۲۵ × ۵ بر ۳ که مساوی است با ۳۲۶/۲۵ ... و آن تمام تنخواهی است که باید بدهد و چون عشر آنرا ... بقیه را در ۱۸ تقسیم کنیم بر ۲۰ خارج قسمت ۱۵/۸۷ است مبلغ هر قسط است) و چون جمع قسطها مساوی شدند باید حساب آن ماهها را جمع کرده مجموع ۱۷۱ ماه و ۱۲۵ روز میشود (این عدد یک سلسلهٔ اعداد متناسب است که جملهٔ اولش ۱ ماه ۷ روز باشد و جملهٔ آخر ۱۸ ماه ۷ روز و قدر نسبت یکماه و عدد جملهها (۱۸)

سرمایه که باید بازاء ۱۵ فرانک سود در رواج ۶۵/۲۵ بدهد این مبلغ است ۳۲۶/۵۰.
شخص سودخوار از این مبلغ میکاهد ربح ۱۵/۸۷ فرانک را در مدت ۱۷۱ ماه ۱۲۵ روز از قرار

۱۶ دیگر در سال مبلغ این ربح ۳۲ ر ۶ فرنک است پس سود خواهد بالغ ۱۵ فرنک سود این
مبلغ را ۱۳ ر ۱۰۰ کارسازی میکند و از ازاء ۲۵ فرنک این مبلغ را ۴۲ ر ۳۴۳ ر ۶
و بازاء ۳ فرنک سود این مبلغ را ۳۴ ر ۳۴ و ربح ۸ ر ۳۰ روزه از ۲۲ ر ذن ۳۱
بهر نفر باید منظور شود این مبلغ ۳۲ ر ۳ پس اصل این باشد سود ۳ فرنک برای شخص
در حقیقت بهای ۲ ر ۵ ر ۳ ر ۶ تمام شده

این حساب مطلوب بود و اگر سود را از صرافخانه بخرید محاسبه حق داده پس از این قرار مصارف
کننده سرمایه که داد کمتر از آنست که از صرافخانه بخرد به بهای ۳۲ ر ۶

مسئله ... سود خواه ۳ در صد را امضا نمود ۷ نوامبر ۱۸۵۵
حاضر شده مبلغ هشت قسط را که ... تسلیم نمود پس مداخل وارد بابت ... چه قدر
میشود (بمانقد ۱۰ فرنک سود)
پنج قسط دیگر را در ۲۴ ژانویه ۱۸۵۶ کارسازی نمودن بایش چه قدر میشود
ما بقی را در ۱۰ مارس را نمودن بایش چه مبلغ میشود
و این شخص قسطها اولش را موافق شروط کلیه تعهد تمام کارسازی نموده پس میخواهیم
بدانیم که در واقع ۳ فرنک سود را به بهای چه مبلغ خریده

در معاوضه و حساب ... نقود

۱۳ میان دو دولت که راه معاوضه نسبت بهم مفتوح داشته باشند یکی مبلغ مشخص از وجوه
نقدیه خود را بدولت دیگر میدهد و در عوض بهائی دریافت میکند که قدرش بحسب اوقات و
خصوصیات مختلف شود
مبلغ نقود مشخص که دولت اول تسلیم میکند معین اصطلاح کرده اند و مبلغ تغییرپذیری را
که دیگر در عوض میدهد غیر معین گویند

شهر پاریس معیّن را بالبار محلات واگذاشته و غیر معین را برای خود اختیار نموده مثلاً
پاریس تسلیم هولاند میکند (امستردام) مبلغ ۲۱۰ فرنک و اندک کمتر یا بیشتر در عوض
مبلغ مشخص ۱۰۰ فلورینهای هلاندی و همچنین پاریس تسلیم لندن میکند مبلغ ۲۰ ر۲۵ فرنک
و کمتر یا بیشتر را در عوض یک لیور سترلنگ که مبلغیست مشخص و ما لیره انگلیس گوئیم
مبلغ تغییرپذیری را که پاریس ادا میکند در عوض مبلغ مشخص پول هولاند بهای تعویض
گوئیم یا مثل الثمن هولاند صرافان و تجار صورت این بهای رواج معاوضه را نزد همدیگر
بفروشند و در روزنامجات نیز چاپ کنند تا بتوان ضرر و نفع معاوضه را با فلان و فلان
ولایت تخمین کرد ولیکن در چنین صورتیکه از دو جمله بهای تعویض را ضبط کنند و آن
بهای تغییرپذیر باشد یعنی غیر معیّن و هیچوجه از بهای معین یاد نکنند. چونکه مبلغش را
تجار و صرافان خوب بخاطر دارند و بلکه از نوع پول غیر معین نیز چیزی خبر نفرستند تنها غیر
و از این مقدمات چیزی استنباط میشود که صورت رواج معاوضه معمّا است نزد
اشخاصی که از معیّن آگاه نباشند (چونکه او محذوف است) و همچنین از نوع پول اخیر معین
و من باب انموذج صورت رواج معاوضه خارجه را در برابر صورت صرافخانه پاریس
مینویسیم بتاریخ ۱۳ اوت ۱۸۵۲ (۲۵ شوال ۱۲۶۸) و معین را نیز در برابر
غیر معین مینویسیم و باین وجه بر خواننده دستورالعمل کلی معلوم میشود
معین را همین قدر که یکمرتبه بشناخت کافیست و میتوانند آنرا درج کنند در کنار صورت
معاوضه هر روز که بآن محتاج است
جدول رواج معاوضه اغلب صاحب ۳ ستون مختلف است باین ۳ عنوان برؤیت
بیک ماه وعده بسه ماه وعده و در اینجا بهای معیّن بلدی مشخص ضبط شده
به نوع مبلغ یکی بمحض رؤیت باید ادا شود دیگر بیک ماه وعده که ۹۰ روز باشد و از انقرا
۲ و دیگر بسه ماه وعده

اختلاف این سه بهای مضبوط در سه ستون بر خط افقی معلوم میشود مثال بر خط لندن نوشته شده بروبیت مبلغ ۲۵،۲۷ ½ و به ۹۰ روز مبلغ ۲۵،۲۰ و به سه کدام از این سه ستون هم بدو ستون دیگر قسمت شده باین دو عنوان کاغذ نقد عنوان اول کاغذ باین معنی است که کاغذ فلان محل در پاریس بفلان بها داده میشود (غیر معین) در ازاء معین که همواره مبلغی است مشخص و عنوان نقد باین معنی است که کاغذ فلان محل در پاریس مطلوب است بفلان بها

مقصود ما از این اشارات مختصره مقدمه بود در درک اعمال رسمیه که بعضی از آنها را اینجا ذکر میکنیم

جدول معاوضه صرافخانه پاریس از قرار رواج ۱۳ اوت ۱۸۵۲ مسیحی

		غیر معین که مذکور میشود بوعده سه ماه	معین مذکور	انواع نقود خارجه
	امستردام	۲۱۵	بازاء ۱۰۰ فلورن	۱ فلورن = ۴۰ دنیر یا ستوئیور
۲	هامبورگ	۱۸۶ ۳/۸	بازاء ۱۰۰ مارک	۱ مارک = ۱۶ سولو و ۱ سولو = ۱۲ دنیر
۳	برلن	۳۶۷ ½	بازاء ۱۰۰ ریکستال	۱ ریکستال = ۲۴ بن گرو و ۱ بن گرو = ۱۲ فنین
	لندن	۲۵،۲۰	بازاء ۱ لیور استرلنگ	۱ لیور استرلنگ = ۲۰ سو استرلنگ = ۲۰ شلنگ ۱ سو استرلنگ = ۱۲ دنیر استرلنگ
۵	مادرید	۵۲۱ ½	بازاء ۱۰۰ پیاستر	۱ پیاستر = ۲۰ ریال وین مستثنی چند سال قبل در معاوضه اسپانیول ۹۵ فرانک یا اندکی کم و بیش معادل بوده ۱ پیستول معاوضه = ۳۲ ریال پلاتا و ۱ ریال پلاتا = ۳۴ مراودی ۱۷ ریال پلاتا = ۳۲ ریال وین ۱
۶	کادیکس	۵۲۱ ½		
۷	بیلباؤ	۱۲۰		

۱ شهر معتبری است از ممالک هولاند
۲ شهری است از آلمانی
۳ پایتخت پروس
۵ پایتخت اسپانیول
۶ شهر معتبری است از اسپانیا
۷ شهری است از اسپانیا

[illegible] ۱۲ اوت ۱۸۵۳

			غیر معین	معین	انواع نقود خارجه
۸ پایتخت پرتغال	۸	لیسبون	۵,۵۷ ½	بازاء ۱۰۰۰ ره	در پرتغال پول را بمیزره حساب کنند (۱۰۰۰ ره)
۹ شهریت از پرتغال	۹	پورتو	۵,۵۷ ¾	بازاء ۱۰۰۰ ره	پایه کروزادکه ۴۰۰ ره است
۱۰ شهریت از ایتالیا	۱۰	لیورن	۸۴ ½	بازاء ۱۰۰ لیور	۱ لیور = ۲۰ سو و ۱ سو = ۱۲ دنیر
۱۱ پایتخت دوسیسیل از ایتالیا	۱۱	ناپل	۴۳۲ ½	بازاء ۱۰۰ دوکا	۱ دوکا = ۱۰۰ گرن
۱۱ شهریت از دوسیسیل	۱۲	پالرم	۱۳	بازاء ۱ انس	۱ انس = ۳۰ تارن ۱ تارن = ۲۰ گرو پس ۱ انس = ۶۰۰ گرو
۱۲ پایتخت نمسه	۱۳	وین	۲۰۸	بازاء ۱۰۰ فلورن	۱ فلورن = ۶۰ کرزر
۱۲ شهریت از نمسه	۱۴	تریست	۲۰۷	بازاء ۱۰۰ فلورن	
۱۵ ایضا	۱۵	ونیز	۸۳ ¾	بازاء ۱۰۰ لیور نمسه	۱ لیور نمسه = ۱۰۰
۱۶ شهریت از ایتالیا	۱۶	میلان	۸۴	بازاء ۱۰۰ لیور نمسه	
۱۷ شهریت از [illegible] در المانیا	۱۷	اکوست یا اکسبورغ	۲۰۱	بازاء ۱۰۰ فلورن	مانند وین
۱۸ شهریت از المانیا	۱۸	فرانکفور	۲۰۸ ¾	بازاء ۱۰۰ فلورن امپیر	۱ فلورن امپیر = ۶۰ کرز امپیر = ۱۵ باز امپیر ۱۶۵ فلورن امپیر = ۱۳۸ فلورن وین
۱۹ پایتخت روس	۱۹	پطربورغ	۳۹۶ ½	بازاء ۱۰۰ روبل	۱ روبل = ۱۰۰ کوپک از تاریخ جاده ۱۲۵۰ روبل نقره بحکم دولت دامصدر رسمی پول شده

[illegible]

پول محاسبه ایست که جمیع محاسبات از آن رو شود و در آخر بحسب آن پول مبالغ تنخواه بنقد
شود و آن واحد اصلی نقود باشد و سایر پولهای واقعی اضعاف یا اجزای آن باشند مثل
دینار در میانه ما و فرانک در فرانسه

و پولهای واقعی عبارتست از قطعات طلا یا نقره و مس که در مملکت رواج و معمول باشد
مثل پول سیاه مسی و شاهی و پنجشاهی سفید و صناباد و قران و پنجهزاری و اشرفی
در میانه ما و پول یک فرنکی و ۲ فرنکی و ۵ فرنکی و ۱۰ فرنکی و ۲۰ فرنکی و ۵۰ فرنکی
و ۱۰۰ فرنکی و غیره در فرانسه

و بالجمله پول معاوضه ایست و آن کار پول واقعی باشد ولی بسیار اتفاق می‌افتد
که آن پول اسمی باشد بر سبیل رسمی و همین در معاوضه استعمال شود پس اگر این پول معاوضه
همان اسمی تنها باشد قدرش بحسب پول محاسبه به خوبی معلوم باشد مثل پول
در میانه ما و در فرانسه فرنک از هر سه نوع است یعنی هم پول محاسبه است و هم واقعی و
هم معاوضه

و بی‌فایده نیست ما مقدار پولهای معاوضه را که در جدول رواج پاریس ثبت کرده بحسب
فرنک بدانیم و این است تفصیلش

جدول مقابله پولهای ممالک مختلفه نسبت بفرانک

		فرنک
فلورن هسروان	بتقریب معادلست با	۲٫۰
فلورن امپیر	هکذا	۲٫۱۰
فلورن اکرت	هکذا	۲٫۰۵
لیور ایتالیا	هکذا	۰٫۸۵

تتمهٔ جدول سابق

		فرنک
ادنس ها مبرم	بتقریب معادل ست با	۱۳٫۰۰
مارکوب هامبورک	ایضا	۱٫۸۵
ریکس دال پروس	ایضا	۳٫۷۰
لیور سترلنک	ایضا	۲۵٫۰۰
سو سترلنک یا شیلنک	($\frac{1}{20}$ لیور)	۱٫۲۵
دنیر سترلنک	($\frac{1}{12}$ سو)	۰٫۱۰۴
پیاستر اسپانیول	ایضا	۵٫۳۰
دوکا ناپل	ایضا	۴٫۳۰
روبل روسی	ایضا	۳٫۹۵

در معاوضهٔ مستقیم شخص تاجری در پاریس معامله داشت با تاجری در سن پطرزبورغ این تاجر اجناسی برای وحمل کرده و فرستاد با صورت حساب اجناس که مبلغش ۱۵۹۶ روبل شده بود بوعدهٔ سه ماهه پس از آن تاجر پاریسی حواله داد که آن مبلغ را بتاجر پطرز برساند و حال مطلوب مبلغی نخواهی است که باید بصراف بدهد بنابر آنکه معاوضهٔ پطرز این مبلغ است $396 \frac{1}{2}$

وصورت حل این ست $\text{روبل } 100 = 396,50$ فرنک

$\text{فرنک } ل = 1596$ روبل

وچون طرفین را در هم ضرب کنیم

$$396,50 \times 1596 = 100 \times ل$$

وبنابراین فرنک

$$ل = \frac{396,50 \times 1596}{100}$$

در استنباط این عمل بخیال تصور نمود که کلمهٔ روبل بدل شده باشد بعدد که مبلغ

روبل را بحسب فرانک نموده باشد و چون این عدد در هر دو طرف موجود است عامل

میشود مشترک در هر دو حاصل ضرب و صحیح است بکلی محذوف شود و بنابراین بشناختن ضرورت ندارد

حال فرض میکنیم که کاغذ سن پطرزبورغ بپاریس داده شده باشد در اینصورت صراف

حق زحمتی از تاجر مطالبه میکند مثلا از قرار ½ در صد در تمام مبلغ محول علیه پس این شخص

باید ½ در صد مبلغ حاصل را بر آن بیفزاید

در مسئلهٔ عالی که قاعده ازدواج گوئیم

۱۳ ممکن است چنین اتفاق افتد که معاوضه مستقیم با پاریس در محلی که بخواهد باید ادا شود

صرفه و نفعی برای تاجر نداشته باشد

در اینصورت تاجر در صدد معلوم کردن این فقره برمی آید که آیا ممکن است بمعاوضه معوج صرفه

عمل منظور شود مثال تاجری در پاریس مبلغ ۱۲۴۸ لیور سترلینگ به لندن قرض دارد

و از پاریس به لندن عدد معاوضه این است ۲۵٫۲۰ فرانک و به هامبورگ این عدد

۱۸۶٫۵۰ فرانک و در لندن عدد هامبورگ بازاء ۱ لیور سترلینگ این است ۱۳

مارک لوب حال میخواهیم بدانیم که کدام یک برای ما صرفه دارد آیا بلاواسطه

از پاریس به لندن برات کنیم یا از پاریس به هامبورگ و صراف آنجا برات کنیم

بلندن حواله دهد

معاوضه مستقیم

فرنک ۲۵٫۲۰ = ۱ لیور سترلینگ پس ۱۲۴۸ × ۲۵٫۲۰ = ۱۲۴۸ لیور سترلینگ

معاوضه معوج که قاعده ازدواج است

ل ۱۰۰ = ۱۸۶٫۵۰ فرنک

۱ لیور سترلنگ = ۱۳ مارکو

فرنک ل = ۱۲۴۸ لیور سترلنگ

پس ۱۸۶٫۵۰ × ۱۳ × ۱۲۴۸ = ۱۰۰ × ل

و بنا بر این ل = ۱۸۶٫۵۰ × ۱۳ × ۱۲۴۸ فرنک / ۱۰۰

برای درک این عمل باید چنین تصور کرد که کمیات مارکو و لیور سترلنگ بدل شده باشند یعنی عددهائی که مقادیرشان را بحسب فرنک نموده باشند و معادلات را بطوریکه ترتیب دادیم قرار دهند این اعداد عامل مشترک میشوند و از طرفین محذوف میشوند پس شناختن آنها لازم نیست

و چون هر دو نوع حساب را تمام کنیم معلوم میشود که ۱۲۴۸ لیور سترلنگ را بکدام ارز روانه کنیم تا عدد فرنکهای معاوضه کمتر شود و چنین عمل را ادوطاج گوئیم

و بلکه میتوان پیش از این تحقیق کرد یعنی ببینیم عوض هامبورگ محل دیگر اختیار کنیم صرفه بیشتر است یا نه و یا اعوجاج طریق را بیشتر قرار دهیم

مثال معاوضهٔ پاریس با برلن باین عدد است ۳۷۶٫۵۰ فرنک و مبلغ ۱۵۳٫۰۴ ریکستال پروس معادل است با ۳۰۰ مارکبانکو هامبورگ و ۱۰۰ ماربانکو با لیور سترلنگ

از طریق مستقیم

داکیم از پاریس به برلن و از برلن به هامبورگ و از هامبورگ به لندن چه مبلغ فرانک صنابت کار بسازی نمائیم

مثلاً ریکستال ۱۰۰ = ۳۶۷٫۵۰ فرنک

مارابنکو ۳۰۰ = ۱۵۲٫۰۴ ریکستال

مارلو ۱۲۳ = ۱۰۰ مارابنکو

لیورسترلنگ ۱ = ۱۳ مارلو

فرنک ل = ۱۲۴۸ لیورسترلنگ

پس ل × ۱۰۰ × ۳۰۰ × ۱۲۳ = ۳۶۷٫۵۰ × ۱۵۲٫۰۴ × ۱۰۰ × ۱۳ × ۱۲۴۸

بنابراین فرنک ل = (۳۶۷٫۵۰ × ۱۵۲٫۰۴ × ۱۰۰ × ۱۳ × ۱۲۴۸) / (۱۰۰ × ۳۰۰ × ۱۲۳) فرنک

و مانند سابق باید دو عامل ریکستال مارابنکو مارلو لیورسترلنگ ملاحظه چنان نمود که مقادیرشان بحسب فرنک معلوم است

حال باید حاصل اخیر مقدار ۱۲۴۸ لیورسترلنگ را بدو مقدار سابق سنجید

و قبل از اجرای اعمال ضرب بهتر آنست که عامل مشترکه در یمین و یسار را حذف کنید مثلاً ۱۰۰ را که عامل مشترک است میان ۱۰۰ و ۳۰۰ خط محوی بر این دو عدد بکشید و اولی را بدل کنید به ۱ و دومی را به ۳ چنانچه در خصوص تناسب مرکب ذکر شده

در مرابحهٔ مرکب

۱۴۱ ربح را مرکب گوئیم هرگاه در آخر هر سال بر سرمایه ربحش را اضافه کنیم و مجموع را سرمایه تازه قرار دهیم برای سال دوم (عموماً مرابحه نفع در نفع را سالیانه قرار دهند ولی ممکن است واحد زمان را مدتی غیر از سال اختیار کنیم)

مسئله سرمایه است مبلغ ۱۲۰۰ تومان و از قرار ۵ درصد بربح مرکب معامله شده میخواهیم بدانیم بعد از انقضای مدت ۸ سال اصل و فرع

مجموعاً چه مبلغ میرسند ربح یکتومان در یکسال این است ۱۰۰/۵ یعنی ۵ ده‌ صدم دارا

قرار مبلغ یکتومان سرمایه در مدت یکسال با اضافه ربحش چنین میشود ۱٫۰۵ و مبلغ ۱۲۰۰

سرمایه ۱۲۰۰ برابر یکتومان سرمایه در مدت یکسال چنین میشود ۱۲۰۰×۱٫۰۵ یا

(۱٫۰۵) × ۱۲۰۰ و این مبلغ را سه۱ فرض میکنیم سرمایه سه۱ در سال دوم بحکم بردارد

هر تومانش با اضافه ربح یکتومان این میشود ۱٫۰۵ و بنابراین مبلغ سه۱ با فرعش در سال دوم

چنین میشود سه۲ = ۱٫۰۵ × سه۱ حال در این تساوی بجای سه۱ مقدار عددیش را

قرار میدهیم و چنین میشود

سه۲ = ۱۲۰۰ × (۱٫۰۵) × ۱٫۰۵ = ۱۲۰۰ (۱٫۰۵)^۲

سرمایه سه۲ چون سال سوم معامله بشود چنین میشود (۱٫۰۵) × سه۲ و بدلیل مذکور چنین

سه۳ = سه۲ × ۱٫۰۵ = ۱۲۰۰ × (۱٫۰۵)^۲ × ۱٫۰۵ = ۱۲۰۰ (۱٫۰۵)^۳

و بعد از انقضای چهار سال سرمایه ۱۲۰۰ تومان بمبلغ میرسد ۱۲۰۰ × (۱٫۰۵)^۴ و کذا

تا سال هشتم و آخر آن سال مجموع اصل و فرع چنین میشود ۱۲۰۰ × (۱٫۰۵)^۸

دلیل مذکور کلی است و باید از روی دستور ساخت پس فرض میکنیم اصل سرمایه سه

و ربح یکتومان در یکسال نه و عدد سنین مراجعه ع و اصل و فرع مبلغ سع بعد از

ع سال سع حال چون آنچه را که در خصوص ۱۲۰۰ تومان بیان کردیم در باره سه تکرار

کنیم این دستور نتیجه میشود سع = سه (۱ + نه)^ع (۱)

و عمل چنین دستور را اغلب با لگاریتم جاری نمایند بدین صورت

لگ سع = لگ سه + ع لگ (۱ + نه)

و در مثال مفروض چنین میشود لگ سع = لگ ۱۲۰۰ + ۸ لگ (۱٫۰۵)

مسئله سرمایه است مبلغ ۱۲۰۰ تومان که از قرار ۵ در صد بربح مرکب و

معادل

معامله شده میخواهیم بدانیم که بعد از مدت ۸ سال و ۳ ماه ۲۵ روز
تا چه مبلغ میرسد

بنابر آنچه سابق ذکر شد سرمایه بعد از ۸ سال تمام چنین میشود $(۱٫۰۵)^{۸}$ ۱۲۰۰ و حال
این مبلغ باید بربح مفرد مدت ۳ ماه و ۲۵ روز یا ۱۱۵ روز دیگر معامله شود
ربح یکتومان از قرار ۵ در ٪ در مدت ۱۱۵ روز موافق دستور قدیم چنین میشود
$\frac{۰٫۰۵ \times ۱۱۵}{۳۶۰}$ پس اصل یکتومان و فرعش در مدت ۱۱۵ روز چنین میشود $۱ + \frac{۰٫۰۵ \times ۱۱۵}{۳۶۰}$
و چون هر تومانی با آن مبلغ رسید سرمایه اخیر $(۱٫۰۵)^{۸} \times ۱۲۰۰$ مبلغی میشود مساوی
حاصل ضرب آن نتیجه در این مقدار $(۱٫۰۵)^{۸}$ ۱۲۰۰ و بنابراین مبلغ ۱۲۰۰ تومان
بعد از انقضای مدت ۸ سال ۳ ماه ۲۵ روز باین مبلغ میرسد

$$سع = ۱۲۰۰ (۱٫۰۵)^{۸} \times \left(۱ + \frac{۰٫۰۵ \times ۱۱۵}{۳۶۰}\right)$$

و عمل این تساوی را بلگاریتم تمام کنند
دلیل مذکور کلی است و دستورش چنین میشود

$$(۲) \quad سع = سه (۱ + نه)^{ع} \left(۱ + نه \times \frac{ك}{ل}\right)$$

و $\frac{ك}{ل}$ کسر سالیست که عبارت صحاح سنین ملحق شده و در مثال ما این است $\frac{۱۱۵}{۳۶۰}$

مسئله بعکس سابق چه مبلغ را باید از قرار ۴ در ٪ بربح مرکب داد تا بعد از
انقضای مدت ۸ سال تمام مجموع اصل و فرع ۱۵۰۰ تومان شود
سرمایه مجهول را سه فرض میکنیم و بدلیل اول مذکور و باید دستور (۱) این نتیجه را
بدست می آوریم $(۱٫۰۴)^{۸}$ سه = سع و بفرض ما ۱۵۰۰ = سع

پس $(۱٫۰۴)^{۸} \times$ سه = ۱۵۰۰ و بقاعده لگاریتم

$$۱۵۰۰\ لگ = لگ\ سه + ۸\ لگ\ ۱٫۰۴$$

و بعد از آن ۱۰۴ ل ا کمک ۱ − ۰٫۰۵ = اس = سه ک

مسئله میخواهیم بدانیم بعد از انقضاء چه مدت سرمایه که از قرار
۵ در صد بربح مرکب معامله شده مضاعف میشود

بنابر فرض سه باید ۲ سه شود پس در دستور (۱) حرف سع را بدل کنیم به
۲ سه تا چنین شود سه (۱٫۰۵)^ع = ۲ سه یا (۱٫۰۵)^ع = ۲
بآنکه تا معلوم شود که مقدار ع باید عدد صحیح باشد (۱۳۸) یعنی که مبلغ سرمایه
در سنین صحاح مضاعف میشود پس فرض میکنیم که در فاصله مابین سال ل و سال
(۱+ل) مضاعف شود و بنابراین (۱٫۰۵)^{۱+ل} > (۱٫۰۵)^ع = ۲ > (۱٫۰۵)^ل
پس (۱٫۰۵) لگ (۱+ل) > (۱٫۰۵) لگ ع > (۱٫۰۵) لگ ل
و خلاصه ۱+ل > ع > ل
حاصل آنکه جزء صحیح مدت مطلوب بحسب سنین همان جزء صحیح است که برای عدد ع
از این تساوی (۱٫۰۵)^ع = ۲ استخراج میشود
و چون این تساوی را بلگاریتم حل کنیم عدد سنین مطلوب ع تا واحدی تقریباً
می آید فرض میکنیم که عدد سنین مطلوب ۱۴ بیرون آید پس ع را در تساوی
(۲) بدل کنیم به ۱۴ و آنوقت تساوی چنین میشود

سه (۱٫۰۵)^{۱۴} (۱ + ۰٫۰۵ ک/ل) = ۲ سه

و بعد از اختصار عمل مقدار ک/ل که کسر مدت سنین ۱۴ باشد معلوم میشود
و بهمین وجه میتوان معلوم کرد مدتی را که سرمایه ۳ برابر شود یا چهار برابر و غیره یا بمبلغی
معین رسد

در قاعده تعیین حاصل جمع جملهای تناسب هندسی

۱۵ در حل مسائل قسط السنین و دنبه حیات و غیره دستوری لازم شود و بنا بر این اصول علوم تحلیلیه تعلقی نداشته باشند بعلم حساب در جبر و مقابله ذکر کنند ولی بنا بر ضرورت اینجا آوردیم

تناسب هندسی سلسله اعدادی است که هر جمله اش مساوی باشد بحاصل ضرب جمله ماقبل خود در عدد مشخص که آنرا نسبت گویندش

مثال چنین سلسله اعداد را ۵:۱۵:۴۵:۱۳۵ ∴ تناسب هندسی گوییم و قدر نسبتش ۳ است

در تعیین حاصل جمع جملهای معدودی از تناسب هندسی دستور مختصری در دست است که آنرا ذکر می‌کنیم و بعد از این بکار میبریم

در همه جا جملهٔ اول تناسب را م فرض کنیم و قدر نسبت را ح و عدد جملهای مفروض را ع و حاصل جمع آن جملها را ج

پس بنا بر تعریف مذکور سلسله تناسب چنین نوشته شود

$$\therefore\ \text{م} : \text{ح}\,\text{م} : \text{ح}^{2}\text{م} : \cdots : \text{ح}^{\text{ع}-1}\text{م}$$

ومجموعشان باین صورت

$$\text{ج} = \text{م} + \text{ح}\,\text{م} + \text{ح}^{2}\text{م} + \cdots + \text{ح}^{\text{ع}-1}\text{م}$$

وبنا براین

$$\text{ح}\,\text{ج} = \text{ح}\,\text{م} + \text{ح}^{2}\text{م} + \text{ح}^{3}\text{م} + \cdots + \text{ح}^{\text{ع}}\text{م}$$

وچون ج را از $\text{ح}\,\text{ج}$ تفریق کنیم چنین میشود

$$\text{ح}\,\text{ج} - \text{ج}\ \text{یا}\ \text{ج}(\text{ح}-1) = \text{ح}^{\text{ع}}\text{م} - \text{م} = \text{م}(\text{ح}^{\text{ع}}-1)$$

وبنابراین

$$\text{ج} = \frac{\text{م}(\text{ح}^{\text{ع}}-1)}{\text{ح}-1} \qquad (1)$$

و دستور مقصود بسهولت بدست آمد

در مسئلهٔ قسط السنین

۶١ مسئله شخص اجیری هر سال مبلغ ۶٠ تومان اجرت خود را از ذخیره
میسپرد و از قرار ۵ در صد بربح مرکب با او معامله میکرد چون مدت
۲۵ سال بر این سیاق گذشت و از اجاره بیرون آمد تنخواه خود را از صراف
مطالبه نمود اجرت سال اخیری را بر آن افزود و بر بهای خانه‌ای داد حال مطلوب
بهای خانه است با مجموع ذخیرهٔ او از اصل و فرع

ربح یکتومان در سال این است ۰٫۰۵ و تنخواه اول مدت ۲۴ سال نزد صراف
مانده پس بنا بر دستور (۱) ص ۱۴ مبلغش این میشود $۶۰(۱٫۰۵)^{۲۴}$
و تنخواه ثانی مدت ۲۳ سال در معامله بوده و باین مبلغ میرسد $۶۰(۱٫۰۵)^{۲۳}$
و تنخواه سوم مدت ۲۲ سال بوده و باین مبلغ میرسد $۶۰(۱٫۰۵)^{۲۲}$ و همچنین در سایر
سنین و سرمایه ما قبل اخیره ۶۰ تومان چون پیش از یکسال در معامله بوده چنین میشود $۶۰(۱٫۰۵)$
و تنخواه اخیر بی منفعت بماند مبلغ ۶۰ تومان

پس بعد از ۲۵ سال مجموع آن مبالغ بعکس ترتیب چنین میشود

$$۶۰ + ۶۰(۱٫۰۵) + ۶۰(۱٫۰۵)^{۲} + \cdots + ۶۰(۱٫۰۵)^{۲۴}$$

یا چنین

$$۶۰\{۱ + ۱٫۰۵ + (۱٫۰۵)^{۲} + (۱٫۰۵)^{۳} + \cdots + (۱٫۰۵)^{۲۴}\}$$

و آنچه در علامت جامعه محصور شده حاصل جمع جملهای تناسب هندسی است که اولش آ باشد
و قدر نسبتش ۱٫۰۵ را و عدد جملهایش ۲۵ پس در این دستور $ج = \frac{آ(ح^{ع} - ۱)}{ح - ۱}$ بجای
حروف این اعداد را قرار دهیم ۱ = آ و ۱٫۰۵ = ح و ۲۵ = ع
و چنین میشود $ج = \frac{(۱٫۰۵)^{۲۵} - ۱}{۰٫۰۵}$ پس شخص اجیر مالک این مبلغ تنخواه میشود
$۶۰ \times \frac{(۱٫۰۵)^{۲۵} - ۱}{۰٫۰۵}$ و جملهٔ $(۱٫۰۵)^{۲۵}$ را باید بلگاریتم معلوم کرد
مسئلهٔ ذیل از نوع مذکور است و بهمان وجه حل میشود

پدری تا وقت وفاتش هر ساله مبلغ ۵۰ تومان دخترانش را میپردید تا بخزانه کمپانی تحویل میکرد تا آنکه این مبالغ باضافه ربح مرکبشان از قرار ۵ در ۱۰۰ بعد از وفات عاید اطفالش شود سرمایه کسب قرار دهند و این عمل مدت ۱۹ سال بر آن سیاق گذشت حال مطلوب مبلغ تنخواهی است که شخص صراف باید تسلیم اولاد متوفی کند

در مسئله استهلاک دین

۱۷ و آن عبارت از این است که شخص مدیون مبلغ دین را متدرجاً از روی نظمی معین بپردازد تا بکلی مستخلص شود

طرز استهلاک دین که منظم تر و معمول تر باشد این است که شخص بر خود لازم کند که بفاصلهای متساویه زمان مثلا سال بسال چنانچه رسم است مبلغ معینی را وقف ادای ربح گذشته نماید و تنزل اصل تنخواهی که اول قرض کرده یعنی آن مبلغ معین را که مبلغ بعضش از بابت ربح باشد و بعضش از بابت ادای قرض

این مبلغ معین را قسط السنین گوئیم و میزانش بسته به چیز است مبلغ دین و بر ربح و مدتی که مقصود نابود ساختن قرض است در عرض آن و ما در ضمن چند مثال نحوه یافتن مبلغ قسط السنین را معلوم میکنیم

۱۸ مثال شخصی مبلغ ۱۰۰۰ تومان از قرار ۵ در ۱۰۰ مقروض است و میخواهد قرضش در مدت ۱۲ سال مستهلک نماید حال مطلوب مبلغ تنخواهی است که باید همه ساله کارسازی کند

مبلغ قسط السنین باید مرکب باشد از ربح سالیانه ۱۰۰۰ تومان قرض (و آن ده ۵ تومان میشود) پس مبلغی را که هر سال علاوه بر ربح ادا میکند سه فرض میکنیم

و حال همین مبلغ سه را که از بابت اصل دین آخر هر سال ادا میکند منظور میداریم

شخص وامدار علاوه بر آن مبلغ چون آخر سال دوم ربح ۱۰۰۰ تومان را بعینه میدهد (یا اگر ۸۰ تومان چیزی بکاهد) پس ربح همین مبلغ س را که از قرض کاسته شده نیز ضمناً کارسازی کند پس این ربح $0٫05 \times س$ تخفیف تازه میشود از قرض و باید اضافه نمود به مبلغ س یا

$$(۱)\quad س + س \times 0٫05 = س(1٫05) = س(1٫05)^{2}$$

و فرض میکنیم $س_{3} = س(1٫05)^{2}$ و در آخر سال چهارم نیز شخص وامدار ربح این مبلغ $س_{3}$ را که از قرض کاسته شده میدهد و لهذا تخفیف قرض این مبلغ میرسد

$$(۳)\quad س_{3} + س_{3} \times 0٫05 = س_{3}(1٫05) = س(1٫05)^{3}$$

و همچنین پیش میرویم تا آخر سال دوازدهم آنوقت بعد از ادای مبلغ س و منافعش که تخفیف قرض شده است شخص وامدار این مبلغ را $(1٫05)^{11}$ س را از قرض ادا نموده

حال چون بهمان وجه پیش آییم در خصوص مبلغ ثانی س که در آخر سال دوم ادا میکند با منافعش که در سالهای بعد کارسازی میشود و اضافه میگردد بر آن سرمایه معلوم میشود که آخر سال دوازدهم مبلغی را که در ثانی از اصل قرض کاسته این میشود $(1٫05)^{10}$ س و مبلغ سوم که در آخر سال سوم ادا میکند با اضافه منافعش که در مدت ۹ سال متراکم میشود دیگر است از قرض این مبلغ $(1٫05)^{9}$ س تخفیف

و بهمین وجه کشف میکنیم در خصوص سایر مبالغ س پس در آخر محاسبه سال دوازدهم مجموع تنخواهی که بشد ربح کارسازی کرده اصلاً و فرعاً و از قرض کاسته میشود این است

$$س + (1٫05)س + \cdots + (1٫05)^{9}س + (1٫05)^{10}س + (1٫05)^{11}س$$

و آنوقت باید حساب مبلغ ۱۰۰۰ تومان قرض بکلی پرداخته شده باشد پس باید س مبلغی باشد که در این تساوی صدق کند

$$1600 = \text{سه} + (1.05)\,\text{سه} + \dots + (1.05)^{9}\,\text{سه} + (1.05)^{10}\,\text{سه} + (1.05)^{11}\,\text{سه}$$

جزو اول این تساوی را چون بعکس ترتیب تحریر ملاحظه کنیم می بینیم تناسبی است هندسی که جمله اولش سه است و عدد جملها ۱۲ و قدر نسبت ۱٫۰۵ پس حاصل جمع آنها از قرار دستور (۱) ل ۱۵ چنین میشود

$$1600 = \frac{\text{سه}\{(1.05)^{12} - 1\}}{0.05} = \frac{(1.05)^{12}\,\text{سه} - \text{سه}}{0.05}$$

و بعد از آن چنین

$$\text{سه} = \frac{1600 \times 0.05}{(1.05)^{12} - 1}$$

و در این دستور همان مقدار $(1.05)^{12}$ سهابایدبکار ببریم معلوم شود و باقی بحساب رسمی و چون مبلغ سه بدست آمدهی افزایش بر ۸۰ تومان که ربح سالیانه ۱۶۰۰ باشد از قرار ۵ در ٪ پس سه + ۸۰ مبلغی است که همه ساله باید بخشی و ادا ر بدهد تا بعد از ۱۲ سال بکلی از قرض وا رهد

و چون دلیل مذکور کلی است فرض میکنیم که مبلغ استقراضی سع باشد و ربح خشش از قرار هر تومانی نه در واحد زمانی که فاصله مابین هر دو قسط باشد و ع عدد قسطها و سه مبلغی که در هر قسط علاوه بر ربح سع کارسازی میشود

پس

$$\text{سه} = \frac{\text{نه} \times \text{سع}}{(1+\text{نه})^{\text{ع}} - 1} \qquad (\text{ح})$$

و ربح سع در هر قسط این است نه × سع و از این قرار مبلغی که در هر دفعه باید کارساز شود این است

$$\frac{\text{نه} \times \text{سع}\,(1+\text{نه})^{\text{ع}}}{(1+\text{نه})^{\text{ع}} - 1} = \frac{\text{نه} \times \text{سع}}{(1+\text{نه})^{\text{ع}} - 1} + \text{نه} \times \text{سع} \qquad (\text{ط})$$

۱۹ مسئله استهلاک را بعنوان تقسیم و بکر بعنوان کرد از این قرار

مثال شخصی همه ساله مبلغ ۱۲۰ تومان وقف کرده است از بابت اصل و فرع مبلغ ۱۲۰۰ تومان قرض که سالیانه از قرار ۵ در ٪ معامله شده حال میخواهیم بدانیم که بعد از چند سال از این قرض بکلی میرهد

منافع سالیانه ۱۲۰۰ تومان از قرار ۵ در ۱۰۰ این است ۶۰ تومان پس آنچه در هر قسط علاوه بر منافع خواهند پرداخت ۶۰ تومان است

عدد سنین مطلوب را ن فرض میکنیم پس چون در این ع وارد و ۶۰ تومان تکرار کنیم آنچه را که تاکنون در خصوص بیمه یکشنبه‌ها بر دستور (ح) این مقادیر را قرار دهیم

سع = ۱۲۰۰   ۳ = ۶۰   ه = ۰٫۰۵ چنین میشود

$$(1) \qquad ۶۰ = \frac{۱۲۰۰ \times ۰٫۰۵}{(۱ + ۰٫۰۵)^{ع} - ۱}$$

طرفین را ضرب میکنیم در ۱ − $(۱٫۰۵)^{ع}$ تا چنین شود

$$۶۰(۱٫۰۵)^{ع} - ۶۰ = ۱۲۰۰ \times ۰٫۰۵$$

و بعد

$$۶۰(۱٫۰۵)^{ع} = ۱۲۰۰ \times ۰٫۰۵ + ۶۰$$

و بعد

$$(۱٫۰۵)^{ع} = \frac{۱۲۰۰ \times ۰٫۰۵ + ۶۰}{۶۰} = \frac{۱۲۰۰}{۶۰} = ۲$$

حال بعمل لگاریتم ع را معلوم میکنیم

$$ع \,لگ\, (۱٫۰۵) = لگ\, ۲$$

و بنابراین

$$ع = \frac{لگ\, ۲}{لگ\, ۱٫۰۵}$$

و بعد از حساب ع واقع میشود ما بین ۱۴ و ۱۵ و باید معلوم کرد که در مدت ۱۴ سال موافق شروط مسئله چه مبلغ از قرض کاسته شده این است $\frac{۶۰\{(۱٫۰۵)^{۱۴} - ۱\}}{۰٫۰۵}$ و این مبلغ کمتر است از ۱۲۰۰ تومان و باید تفاضل آنها را معلوم کرد و آن جزئی است که شخص وام‌دار بعد از قسط چهاردهم باید بدهد تا بکلی از قرض آزاد شود و مبلغش البته کمتر است از ۶۰ تومان

در امثال چنین حالات باید همین وجه پیش رفت چونکه دستور $(۱٫۰۵)^{ع} ۳ = سع$ ربح مرکب صدق پیدا میکند فقط در الصورت که عدد سنین یعنی ع صحیح باشد

۲۵ دستور مذکور قسط السنین در ممالک خارجه وقتی مجری است که مردم رسمی از نفع

خود بخواهی قرض کرده باشند ولیکن اگر بخواهد را با انصراف با از جماعت قرض گرفته باشند
باید بر مبلغ قسط السنین که بدستور مذکور معین میشود مبلغ مشخص دیگری افزوده بعنوان اضافه معلوم
که بر این مبلغ ربحی تعلق نمیگیرد

۲۱ در ذکر جماعت راجحین فرانسه این جماعت بخواهد را بابت قرض میدهند از
قرار شروط ذیل قسط السنین مشتمل بر چند فقره است اول ربح دوم استهلاک که مبلغش نسبت
بنرخ ربح و بمدت قرض سوم رسوم سالیانه بعنوان حق العمل و مصارف اداره و آن ممکن نیست
که نسبت باصل مبلغ از ۳/۵ در صد تجاوز کند

قسط السنین باید ششماه بششماه ادا شود در اوقاتیکه از جانب اداره مشخص شده باشد
و جماعت در وقت دادن قرض از اصل مبلغ میکاهند ربح و رسوم ششماهه را که تا اولین موعد
سه ماه باقی مانده باشد

ما در جدول ذیل قسط السنین مبلغ یکصد تومان قرض را درج کرده ایم با انضمام رسوم بنا بر اینکه
قرض که شخص مدیون بخواهد آن مبلغ را در عرض ده سال ادا کند یا بیشتر برود تا ۶۰ سال
یعنی مدت استهلاک یکصد تومان قرض را از ده سال فرض نموده ایم تا ۶۰ سال و این جدول
از کتابچه قوانین جماعت نقل شده

سنین	قسط السنین که در هر شش ماه نصف آن باید داده شود	سنین	قسط السنین که باید در هر شش ماه نصف آن داده شود
نرخ قسط السنین مبلغ یکصد تومان قرض ذخیره ربح ۵ در ۱۰۰			
سنین	تومان	سنین	تومان
۱۰	۱۳,۴۲۹۴۲۶	۳۶	۶,۶۱۶۸۳۴
۱۱	۱۲,۵۲۹۳۲۰	۳۷	۶,۵۵۸۴۴۶
۱۲	۱۱,۷۸۲۵۶۴	۳۸	۶,۵۰۳۹۱۲
۱۳	۱۱,۱۵۳۷۵۰	۳۹	۶,۴۵۲۹۲۸
۱۴	۱۰,۶۱۷۵۸۶	۴۰	۶,۴۰۵۲۱۰
۱۵	۱۰,۱۵۵۵۳۸	۴۱	۶,۳۶۰۵۱۰
۱۶	۹,۷۵۳۶۶۲	۴۲	۶,۳۱۸۵۹۶
۱۷	۹,۴۰۱۳۵۰	۴۳	۶,۲۷۹۲۶۶
۱۸	۹,۰۹۰۳۱۶	۴۴	۶,۲۴۲۳۳۲
۱۹	۸,۸۱۴۰۳۴	۴۵	۶,۲۰۷۶۱۸
۲۰	۸,۵۶۷۲۴۸	۴۶	۶,۱۷۴۹۷۴
۲۱	۸,۳۴۵۷۵۲	۴۷	۶,۱۴۴۲۵۲
۲۲	۸,۱۳۶۰۷۴	۴۸	۶,۱۱۵۳۲۴
۲۳	۷,۹۶۵۳۵۲	۴۹	۶,۰۸۸۵۷۰
۲۴	۷,۸۰۱۲۰۰	۵۰	۶,۰۶۰۰۵۰
۲۵	۷,۶۵۱۶۱۲	۵۱	۶,۰۳۸۱۴۴
۲۶	۷,۵۱۴۸۹۴	۵۲	۶,۰۱۵۲۷۸
۲۷	۷,۳۸۹۵۹۸	۵۳	۵,۹۹۳۶۹۲
۲۸	۷,۲۷۴۴۸۶	۵۴	۵,۹۷۳۳۵۶
۲۹	۷,۱۶۸۴۹۰	۵۵	۵,۹۵۴۸۴۴
۳۰	۷,۰۷۰۶۸۰	۵۶	۵,۹۳۵۸۳۹
۳۱	۶,۹۸۰۲۵۲	۵۷	۵,۹۱۸۶۴۵
۳۲	۶,۸۹۶۴۹۸	۵۸	۵,۹۰۴۳۴۳
۳۳	۶,۸۱۸۷۹۸	۵۹	۵,۸۸۶۹۳۹
۳۴	۶,۷۴۶۶۰۲	۶۰	۵,۸۷۰۰۵۵
۳۵	۶,۶۷۹۳۲۴		

در استعمال این جدول مبلغی را که میخواهید قرض کنید بر ۱۰۰ قسمت کنید و خارج قسمت را ضرب نمائید در قسط السنین که نظیر عدد سنواتی باشد که میبایست در آن مدت قرض مستهلک شود

۲۲ باید با عداد این جدول مانوس شد و من باب مشق مبلغ هر قسط السنین را نصف کنند و عدد سنین نظیرش را مضاعف نمائید تا حساب ششماهه معلوم شود و من باب مثال قسط السنین سوم را اختیار میکنیم

شخص مدیون چون چنین ۴ در ۱۲ سال از مبلغ یکصد تومان قرض مستخلص شود در هر ششماه مبلغ
۸۹۱۲۸۲ر۹ تومان بجماعت کارسازی بکند و این مبلغ مرکب از سه فقره است ۵۰ر۲ تومان از
بابت ربح ۱۰۰ تومان و ۳۰۰ر۰ تومان از بابت صرف ابواره و ۸۹۱۲۸۲ر۳ تومان ششماهی مبلغ ثابت
که باضافه نفع در نفع ششماهه موافق ل ۱۷ صفحات در مدت ۱۲ سال یا در ۲۴ قسط
ششماهه قرض را بکلی رفع کند

و این مبلغ اخیر را میخواهیم از روی دستور (ج) ل ۱۸ معلوم کنیم بنا بر آنکه

۰ر۰۲۵ = ر و ۲۴ = ن و ۱۰۰ = س

۲۴۳ هرگاه مبلغ استقراضی از مردم رسمی گرفته شود یا از صراف یا از جماعت شخص مدیون
معین کرد

اشخاص در تغییر و تبدیل اند بسیار مشکل است بلکه محال که شخص مبلغ استهلاک را میان
حق داران سهام متناسب قسمت کند علاوه بر آن شاید جمیع ارباب تمسک
نخواهند که طلبشان بطور استهلاک پرداخته شود در اینصورت باید بوجهی دیگر دین مستهلک شود

۲۴۴ در استقراض دولت دولتی میخواهد مبلغ ۲۰۰ ملیون فرانک
قرض را (چهل کرور تومان) که ربحش سالیانه از قرار ۳ در صد است و سالیانه
از قرار هر هفتاد و پنج تومان ۴ تومان بطور استهلاک بپردازد
در چنین قصدی غالب آنست که برای ادای ربح رسیده و استهلاک قرض قسط استثنی موقوف
میدارد مرکب از ربح سالیانه مبلغ تمام قرض باضافه مبلغ ثابتی که بهر یکصد تومان سر

سنی معین داشته باشد (بخصوص فلان قدر ٪ سرمایه) در مثال مذکور مبلغ اضافی را در هر یکصد تومان سرمایه ۳ تومان فرض میکنیم ربح ۴۰ کرور تومان بشروط مثله این است

$\frac{20000000 \times 3}{75}$ تومان یا ۸۰۰۰۰۰ تومان و در ۲۰۰۰۰۰۰۰ تومان از قرار ۱٪ این مبلغ میشود ۲۰۰۰۰۰ تومان

پس دولت همه ساله مبلغ ۱۰۰۰۰۰۰ تومان صرف میکند در ادای ربح موعود و استهلاک قرض معهود و طریق ادای آن قسط السنین از این قرار است

در آخر سال اول مبلغ ۸۰۰۰۰۰ تومان از بابت ربح بحق داران میدهد و بصرافخانه میسپارد که مبلغ ۲۰۰۰۰۰ تومان تمسک برای او بخرند

و در آخر سال دوم ربح تمسکاتی را که در دست مردم مانده و در رواج بازار است ادا میکند و ربح تمسکاتی را که سابق مدیون بود و باز خریده اضافه میکند بر مبلغ ۲۰۰۰۰۰ تومان و عین قدر میکند که تازه بهمین مبلغ تمسکات خریداری کنند

و همچنین در آخر سال سوم بعد از ادای ربح ذمی آنچه ربح از تمسکات خریده شده باقی میماند منضم میکند بر ۲۰۰۰۰۰ تومان و تمسکات تازه میخرد و همچنین همه ساله تا آنگاه که مجموع تمسکات باز خریده برسد بمبلغ ۴۰ کرور تومان و یا نفع آنها رسیده باشد به هشتصد هزار تومان

و دستور استهلاک چنین قرضها در شهر و دولت و جماعات ازین قرار بود

۲۵ هرگاه بخواهند که مبلغ استقراضی در سنین مشخص مستهلک شود باید قسط السنین را بطریق (۱۵) معلوم کرد و آن مبلغ مرکب میشود از ربح سرمایه استقراضی باضافه مبلغ معینی که سابق ﻫ فرض نمودیم پس در این مبلغ ﻫ و در ابتیاع تمسکات استهلاکیه تدریجیه باید همان طور رفتار کرد که در خصوص دویست هزار تومان مثال سابق رفتار کردیم

۶۳ در تمسکات جماعت راه آهن

مثال جماعت راه آهن جنوب فرانسه (در ممالکی که راه آهن زیاد داشته باشد هر خط را نسبت میدهند بسمتی که ممتد شده مثلا گویند راه آهن شمالی و راه آهن جنوب و امثال آن) در سال ۱۸۵۵ مسیحی ۶۰۰۰۰۰ ظهر تمسک سپرده اند نزد مردم هر کدام بمبلغ پنجاه تومان رسمی و ربح هر کدام در سال ۱۵ قران و شرط شد که آن تمسکات در عرض ۹۴ سال شمسی بطور استهلاک متدرجاً پرداخته شود و قسط السنین ابتدا از سال ۱۸۵۸ همه ساله از اول ماه ژولیه ادا بشود تا سال ۱۹۵۱ ختم شود و نمرهای تمسکات مستهلکه همه ساله بطور قرعه بیرون آید

و حال مقصود یافتن این راه استهلاک است

اول باید معلوم کنیم مبلغ مقرری را که جماعت باید همه ساله وقف کند برای ادای ربح سود و استهلاک قرض معهود

این قسط السنین چنانچه سابق ذکر شده مرکب باشد از دو فقره اول از ربح سرمایه استقراضی که مبلغش ۹۰۰۰۰۰ تومان میشود (یعنی ۹۰۰۰۰۰ برابر ۱۵ قران) دوم از مبلغ ثابت سعه که از روی دستور (ح) ل ۱۸ معلوم میشود $\text{سعه} = \frac{\text{سع} \times \text{ة}}{1-(1+\text{ة})^{-\text{ع}}}$ میزان ۶۰۰۰۰۰ ظهر تمسک ۵۰ تومانی سرمایه میشود مبلغ ۳۰۰۰۰۰۰۰ تومان و در ۵۰ تومان ۱۵ قران ربح معادل ۳ تومان ربح میشود در ۱۰۰ تومان یا ۰٫۰۳ در ۱ تومان و عدد سنین هم ۹۴ است و معلومات مسئله این سه فقره است

$$\text{ع} = 94 \qquad \text{ة} = 0{,}03 \qquad \text{سع} = 30000000$$

پس

$$\text{سعه} = \frac{30000000 \times 0{,}03}{(1{,}03)^{94}-1} = \frac{900000}{(1{,}03)^{94}-1}$$

و در این صورت به مقدار $(۱٫۰۳)^{۹۴}$ بلگاریتم معلوم شود

$(۱٫۰۳)^{۹۴} = ۱۶٫۰۹۵۳۲$

پس ۹۰۰۰۰۰ را بر ۱۶٫۰۹۵۳۲ قسمت میکنیم و خارج قسمت ۵۵۹۲۱٫۱ تومان
مقدار سهم است پس هر ساله ابتدا از سال ۱۸۵۸ و از ماه ژولیه تا مدت ۹۴ سال
جماعت غربچه باید سهم + ۹۰۰۰۰۰ تومان یعنی ۹۵۹۲۱٫۱ تو کارسازی کنند برای تاریخ
گذشته قرض و استهلاک هر چند طغرا تمسکی که ممکن باشد و معلوم است در آخر آن مدت
بکلی از قرض و امیرسد

در ظهر هر تمسک تواریخ ۹۴ ساله را نوشته اند و بازاء هر تاریخ عدد تمسکاتی را که در آن سال
مستهلک شده و طریق یافتن آن عدد از این قرار است

در سال ۱۸۵۸ مبلغ ۹۰۰۰۰۰ تومان باید برای ادای منافع سابق جماعت داد
باقی از ۵۹۲۱٫۱ تومان مستهلک میازد اگر عدد طغرا تمسکاتی را که ممکن باشد پس این مبلغ را
بر ۵۰ قسمت میکنیم خارج قسمت صحیح این میشود ۱۱۹۲ و باقی میماند از ۲۱ تومان از
این قرار در سال ۱۸۵۸ جماعت مبلغ ۱۱۹۲ طغرا تمسک را مستهلک میکنند
و از ۲۱ تومان غیر مستعمل باقی میماند برای او

در سال ۱۸۵۹ بعد از ادای ربح تمسکاتی که در دست مردم رواج است برای استهلاک کردن
تمسکات تازه این سه مبلغ را کارسازی میکنند اول از ۵۹۲۱٫۱ تومان دوم از ۲۱ تومان
غیر مستعمل سال ۱۸۵۸ سوم ربح مبلغ ۱۱۹۲ طغرا تمسک مستهلک شده
$(۱٫۵ \times ۱۱۹۲ = ۱۷۸۸)$ تومان و مجموع آنها ۷۷۳۰٫۱ تومان میشود این مبلغ را
بر ۵۰ قسمت میکنیم خارج قسمت صحیح ۱۳۲۸ باشد و باقی ۳۰٫۱ پس در سال ۱۸۵۹ ۱۳۲۸
طغرا تمسک مستهلک میشود و ۳۰٫۱ تومان غیر مستعمل میماند

در سال ۱۸۶۰

در سال ۱۸۶۰ شرح اسهلاک ترتیبه محسوب است ۱ را ۶۴۲ ۵۹ تومان و ۲ ر ۳۰ تومان ربح
که تعلق میگیرد به ۲۴۲۵ طغرا تمسک مستهلک (۲۴۲۵ × ۱۰۵ ر ۱) و مجموع را به ۵۰ قسمت
منکنیم حاصل عدد صحیح طغرا تمسکاتیست که آن سال مستهلک میشود
و همچنین سال بسال تا آخر سال ۱۹۵۱

و در استهلاک انواع چنین تمسکات بهمین درجه بدید شمار نمود و ولی باید ملتفت این نکته بود که
در این عمل همیشه باید ربحی را که بازاء هر تمسک ادا میشود نسبت داد بسرمایه رسمی آن تمسک
و از آن نه بوی ربح را بدست آورد چنانچه ما نیز همین طور کردیم مثال در تمسکات که اسماً ۵۰ تومانی
باشند و به ۵ ر ۴۲ تومان رسمی مستهلک شوند و ربح هر تمسک ۵ ر ۲ تومان باشد باید
این ربح را نسبت داد بسرمایه ۵ ر ۴۲ و گفت در ۵ ر ۴۲ تومان ۲/۵ ربح معادل ۱ تومان است
در ۲۵ یا ۴ بعشر

در مقابله تمسکات مختلفه

۴۷ ولی هرگاه بخواهیم صرفه خود را بدانیم در خریدن یا نگاهداشتن چنین تمسکات تکلیف
دیگر است این صرفه بسته است به چیز یکی قیمت تمسک حین معامله دیگر بربحی که باو تعلق میگیرد
و سوم به سرانه استهلاک .. اما قیمت یکی از تمسکات مذکور را فرض بکنیم در ۲۵ ژونیه
۱۸۵۴ فرض میکنیم ۲۸٫۸۷۵ تومان باشد و چنین تمسک در استهلاک ۵۰ تومانی
محسوب میشود و ربحش در سال ۱۵ قران است پس ما ربح یکتومان یا ۱۰۰ تومان سرمایه را
در هر دو حالت معلوم کنیم و بعد بکری بسنجیم تا مقصود بدست آید
ربح ۲۸٫۸۷۵ تومان ۵ ر ۱ قران است پس ربح یکتومان این مبلغ میشود $\frac{۱٫۵}{۲۸٫۸۷۵}$ تومان و ربح ۱۰۰ تومان
این مبلغ $\frac{۱۵۰}{۲۸٫۸۷۵}$ یا ۵٫۱۹۵ تومان

حال باید سرانه استهلاک را منظور آوریم پس گوئیم چون جماعت باید بعد از این مبلغ ۵۰ تومان

بدهد در عوض چیزیکه اکنون ۲۸٫۸۷۵ تومان ارزش دارد و میتوان چنین فرض کرد که برای هر تمسک سرانه سالیانه قرار داده است مبلغ سه که پیش خود نگاه میدارد و بعد از این با ربح مرکبش از قرار صدی ۵ در هر سال مستهلک کند و آن سرانه سالیانه باید مبلغی باشد که با ربح مرکب در آخر وقت استهلاک ۲۱٫۱۲۵ تومان شود و اضافه گردد به ۲۸٫۸۷۵ تومان یعنی درست ۵۰ تومان شود پس باید مقدار سه را معلوم کنیم و آن در حقیقت ربحی است اضافی از تمسک چون تاریخ استهلاک تمسکات غیر معین است و جمیع تمسکات باید ابتدا از ۱۸۵۸ بتدریج مستهلک شوند در عرض ۹۴ سال و عدد تمسکات مستهلکه سال بسال در تزاید است باید از روی اصح ملاحظات واسطه موقتی اختیار نمود مثلاً فرض میکنیم که استهلاک تمسکات در سال ۶۰ باشد پس از این مقدمه باید سرانه سالیانه سه را از روی این دستور $\frac{نه \times سه}{1-(1+نه)^{-ع}} =$ سه معلوم کرد بنابر آنکه فرض کنیم ۲۱٫۱۲۵ = سه

۰٫۰۵ = نه و ۶۰ = ع لهذا $سه = \frac{21.125 \times 0.05}{(1.05)^{60}-1} = 0.0597$ تومان

پس سرانه موقتی استهلاک بتقریب معادل شد با ربح اضافی ۰٫۰۵۹۷ تومان سالیانه که نسبتش بدهیم بسرمایه ۲۸٫۸۷۵ تومان و آن ۰٫۲۰۷ تومان میشود در هر صد و آنرا اضافه کنیم بر ۵٫۱۹۵ تومان مجموع ۵٫۴۰۲ تومان میشود

پس چنین تصور میکنیم که تمسک هر سال از قرار ۵٫۴۰۲ تومان در صد ربح دارد و چون ربح ۱۰۰ در هر دو حالت مشخص شد صرفه عمل بدست می آید

د — در معاملات مدت الحیات و سودهای دائم الحیات و مسئله تونتین و امثال آنها

۴۸ مسائل متعلقه بمدت الحیات و سودهای دائم الحیات و به تونتین جمیعاً از روی دو جدول ذیل حل شوند

جدول اول منسوب است به دو ویلار نام فرانسوی که در سال ۱۲۲۱ هجری برای مملکت فرانسه

وضع نموده و دیگری با لات کنونی مملکت موافقت نکند چونکه نسبت ممات بیش از آن شده و نه کنون
در جمعیت فرانسه وقوع دارد و اما جدول دوم منسوب است به واپرسیو نام که سال ۱۱۵۹
وضع نموده از روی مشخصه نسبت اموات خیلی کمتر است از جدول دو ویلار
این دو جدول را در فرانسه جماعات ذمة الحیات استعمال کنند ولی جدول دو ویلار را وقتی
استعمال کنند که بخواهند ذمه الحیات بعد از فوت اشخاص می ادا کردنی باشد و جدول
دپارسیو را وقتی استعمال کنند که بخواهند وجهات ادا کردنی باشد

در استعمال جداول ممات

۴۹ هرگاه بخواهیم بدانیم اشخاص معینه السن مثلاً ۴۲ ساله بچه نسبت فوت میشوند باید در
جدول طلب کنیم عدد اموات همان اشخاص را در سال بعد یعنی فضل زنده های آن سن بر عدد
عدد زنده ها سال آینده (۴۳ ساله) و عدد اول را بر آن نفاضل قسمت کنیم خارج قسمت
عدد اشخاصی است که در آن سال یک نفر از آن خواهد مرد یعنی نسبت اموات بعدد اشخاص مفروض
مثل واحد است بآن خارج قسمت
شخص ۴۲ ساله را میخواهیم بدانیم که احتمال حیاتش و احتمال مماتش بچه نسبت است
سن ۴۲ و سن ۴۳ را در جدول مستقل طلب میکنیم مثلا در جدول دو ویلار معلوم میشود
که از جمله ۴۰۰ ۳۵۵ نفر ۴۲ ساله بعد از یکسال ۳۴۸۳۴۲ نفر باقی خواهند ماند
پس عدد امواتش ۷۰۵۸ نفر است عدد ۳۵۵۴۰۰ را بر ۷۰۵۸ قسمت میکنیم خارج
قسمت این است ۵۰٫۳۵ پس معلوم میشود که در جمله ۵۰۳ نفر یک نفر میمیرد و از آنجهت
احتمال مرگش $\frac{1}{503}$ است و احتمال زندگیش $\frac{493}{503}$

۵۰ از جمله ۴۰۰ نفر ۴۰ ساله مطلوب عدد اشخاصی است که احتمالاً
بسن ۶۰ سالگی برسند از روی جدول دو ویلار در جمله ۴۰۲ ۳۶۹ نفر ۴۰ ساله

۲۱۳۵۶۷ نفر بهمان نسبت را دارد عدد مطلوب اشخاصی که از جمله ۴۰۰ نفر بسن ۵۰ سالگی برسند بعدد ۲۱۳۵۶۷ از این قرار

$$\frac{ل}{۲۱۳۵۶۷}=\frac{۴۰۰}{۳۶۹۴۰۴} \quad و \quad ل=\frac{۴۰۰\times۲۱۳۵۶۷}{۳۶۹۴۰۴}$$

و خارج قسمت را تا واحد تقریب معلوم کنید (این حساب را از روی جدول دوم نیز بعمل آورید)

۱۴۱ هرگاه بخواهیم بدانیم که شخص معلوم السنی چند سال دیگر ممکن است امید زندگانی داشته باشد باید در جدول حیات عدد زندهای آن سن را طلب کرده و نصف نموده و از جدول سن بازاء آن نصف را بیرون آورد زیرا که چون نصف عدد اشخاص معلوم السن زیست کنند و بمیرند سنی که از جدول بیرون آید ظاهر است که در اینصورت احتمال حیات و ممات برای شخص معهود یکی است و هیچکدام بر دیگری رجحان ندارند

جدول شماره ۱ [illegible] بحساب دوپارسیو

عمر	بازماندگان	عمر	بازماندگان	عمر	بازماندگان
۰	۱۰۰۰۰۰۰	۳۷	۳۹۰۲۱۹	۷۴	۸۰۴۲۳
۱	۷۶۷۵۲۵	۳۸	۳۸۳۳۶۰	۷۵	۷۱۷۴۵
۲	۶۷۱۵۳۴	۳۹	۳۷۶۳۶۳	۷۶	۶۳۴۲۴
۳	۶۲۴۶۶۸	۴۰	۳۶۹۴۰۴	۷۷	۵۵۵۱۱
۴	۵۹۸۷۱۳	۴۱	۳۶۲۴۱۹	۷۸	۴۸۰۵۷
۵	۵۸۳۱۵۱	۴۲	۳۵۵۴۰۰	۷۹	۴۱۱۰۷
۶	۵۷۳۰۲۵	۴۳	۳۴۸۳۴۲	۸۰	۳۴۷۰۵
۷	۵۶۵۸۳۸	۴۴	۳۴۱۲۳۵	۸۱	۲۸۸۹۶
۸	۵۶۰۲۴۵	۴۵	۳۳۴۰۷۲	۸۲	۲۳۶۸۰
۹	۵۵۵۴۸۶	۴۶	۳۲۶۸۴۳	۸۳	۱۹۱۰۶
۱۰	۵۵۱۱۲۳	۴۷	۳۱۹۵۳۹	۸۴	۱۵۱۱۵
۱۱	۵۴۶۸۸۸	۴۸	۳۱۲۱۴۸	۸۵	۱۱۸۹۶
۱۲	۵۴۲۶۳۰	۴۹	۳۰۴۶۶۲	۸۶	۹۲۲۴
۱۳	۵۳۸۲۵۵	۵۰	۲۹۷۰۷۰	۸۷	۷۱۶۵
۱۴	۵۳۳۷۱۱	۵۱	۲۸۹۳۶۱	۸۸	۵۶۷۰
۱۵	۵۲۸۹۶۹	۵۲	۲۸۱۵۲۷	۸۹	۴۶۸۶
۱۶	۵۲۴۰۲۰	۵۳	۲۷۳۵۶۰	۹۰	۳۸۳۵
۱۷	۵۱۸۸۶۳	۵۴	۲۶۵۴۵۰	۹۱	۳۰۹۳
۱۸	۵۱۳۵۰۳	۵۵	۲۵۷۱۹۳	۹۲	۲۴۶۶
۱۹	۵۰۷۹۴۹	۵۶	۲۴۸۷۸۲	۹۳	۱۹۳۸
۲۰	۵۰۲۲۱۶	۵۷	۲۴۰۲۱۴	۹۴	۱۴۹۹
۲۱	۴۹۶۳۱۷	۵۸	۲۳۱۴۸۸	۹۵	۱۱۴۰
۲۲	۴۹۰۲۶۷	۵۹	۲۲۲۶۰۵	۹۶	۸۵۰
۲۳	۴۸۴۰۸۳	۶۰	۲۱۳۵۶۷	۹۷	۶۲۱
۲۴	۴۷۷۷۷۷	۶۱	۲۰۴۳۸۰	۹۸	۴۴۲
۲۵	۴۷۱۳۶۶	۶۲	۱۹۵۰۵۴	۹۹	۳۰۷
۲۶	۴۶۴۸۶۳	۶۳	۱۸۵۶۰۰	۱۰۰	۲۰۷
۲۷	۴۵۹۲۸۲	۶۴	۱۷۶۰۳۵	۱۰۱	۱۳۵
۲۸	۴۵۱۶۳۵	۶۵	۱۶۶۳۷۷	۱۰۲	۸۴
۲۹	۴۴۴۹۳۲	۶۶	۱۵۶۶۵۱	۱۰۳	۵۱
۳۰	۴۳۸۱۸۳	۶۷	۱۴۶۸۸۲	۱۰۴	۲۹
۳۱	۴۳۱۳۹۸	۶۸	۱۳۷۱۰۲	۱۰۵	۱۶
۳۲	۴۲۴۵۹۳	۶۹	۱۲۷۳۴۷	۱۰۶	۸
۳۳	۴۱۷۷۴۲	۷۰	۱۱۷۶۵۶	۱۰۷	۴
۳۴	۴۱۰۸۳۶	۷۱	۱۰۸۰۷۰	۱۰۸	۲
۳۵	۴۰۴۵۱۲	۷۲	۹۸۶۳۷	۱۰۹	۱
۳۶	۳۹۷۱۲۳	۷۳	۸۹۴۰۴	۱۱۰	۰

جدول اشخاص ما فوق السنه که [illegible]

عمر	بازماندگان	عمر	بازماندگان	عمر	بازماندگان
۰	۱۲۸۶	۳۲	۷۱۸	۶۴	۴۰۹
۱	۱۰۸۳	۳۳	۷۱۰	۶۵	۳۹۵
۲	۱۰۲۲	۳۴	۷۰۲	۶۶	۳۸۰
۳	۹۹۰	۳۵	۶۹۴	۶۷	۳۶۴
۴	۹۶۶	۳۶	۶۸۶	۶۸	۳۴۷
۵	۹۴۷	۳۷	۶۷۸	۶۹	۳۲۹
۶	۹۳۵	۳۸	۶۷۱	۷۰	۳۱۰
۷	۹۱۵	۳۹	۶۶۴	۷۱	۲۹۱
۸	۹۰۲	۴۰	۶۵۷	۷۲	۲۷۱
۹	۸۹۰	۴۱	۶۵۰	۷۳	۲۵۱
۱۰	۸۸۰	۴۲	۶۴۳	۷۴	۲۳۱
۱۱	۸۷۲	۴۳	۶۳۶	۷۵	۲۱۱
۱۲	۸۶۶	۴۴	۶۲۹	۷۶	۱۹۲
۱۳	۸۶۰	۴۵	۶۲۲	۷۷	۱۷۳
۱۴	۸۵۴	۴۶	۶۱۵	۷۸	۱۵۴
۱۵	۸۴۸	۴۷	۶۰۷	۷۹	۱۳۶
۱۶	۸۴۲	۴۸	۵۹۹	۸۰	۱۱۸
۱۷	۸۳۵	۴۹	۵۹۰	۸۱	۱۰۱
۱۸	۸۲۸	۵۰	۵۸۱	۸۲	۸۵
۱۹	۸۲۱	۵۱	۵۷۱	۸۳	۷۱
۲۰	۸۱۴	۵۲	۵۶۰	۸۴	۵۹
۲۱	۸۰۶	۵۳	۵۴۹	۸۵	۴۸
۲۲	۷۹۸	۵۴	۵۳۸	۸۶	۳۸
۲۳	۷۹۰	۵۵	۵۲۶	۸۷	۲۹
۲۴	۷۸۲	۵۶	۵۱۴	۸۸	۲۲
۲۵	۷۷۴	۵۷	۵۰۲	۸۹	۱۶
۲۶	۷۶۶	۵۸	۴۸۹	۹۰	۱۱
۲۷	۷۵۸	۵۹	۴۷۶	۹۱	۷
۲۸	۷۵۰	۶۰	۴۶۳	۹۲	۴
۲۹	۷۴۲	۶۱	۴۵۰	۹۳	۳
۳۰	۷۳۴	۶۲	۴۳۷	۹۴	۱
۳۱	۷۲۶	۶۳	۴۲۳	۹۵	۰

شخصی صاحب چهل سال عمر است میخواهیم بدانیم بحسب احتمال تا چه سن خواهد رسید

درجدول دوویلار عدد زنده ها ۴۰ ساله ۳۶۹۴۰۴ نصف این ۱۸۴۷۰۲ است
چون این عدد را در جدول طلب کنیم واقع میشود مابین عدد ۱۸۵۴۰۰ و عدد ۱۷۶۰۳۵
و سن ما بازاء این دو ۶۳ و ۶۴ است پس شخص معهود امید زندگانی داشته باشد اقرب

سن ۶۳ سال

شخص ۵۲ ساله میخواهد بداند تا چه سن امید زندگانی داشته باشد (بقیه مسئله سابق است)

(این فقره از خارج معلوم است و لازم نیست تصریح کنیم که مسائل مذکوره حکم مقدمه را دارند
برای مسائل ذمة الحیات و سودها دام الحیات و تونتین و جواب آنها بکار جماعت
ذمة الحیات و امثال آنها آید و مثلا شخص چهل ساله نباید بطور مطلق چنان دانست که باحتمال
کلی تا سن ۶۳ زنده خواهد بود چونکه شروط دوام و طول عمر در اشخاص مختلف است

در سودها دام الحیات — شخصی بسن چهل و دو مبلغ ۳۰۰۰ تومان نقدینه دارد
منصرف است و میخواهد بسود ما دام الحیوة معامله کند یعنی آن نقدینه را بشخصی یا جماعتی
واگذارد و ایشان قسط السنینی در عوض آن او را بدهند از وقتی مدتی که باحتمال او
در دنیا باقی بماند حال مطلوب عدد سنین بقای اوست و قسط السنین یا سودها
الحیات بر وجهی که تا وقت مردن آنچه گرفته معادل شود با ۳۰۰۰ تومان و دیع از قرار

۵ در ٪ است

چون مقصود سودها دام الحیات است جدول دوپارسیو را اختیار میکنیم و عدد ۶۴۲ را
که در مبین ۴۲ سال است نصف میکنیم حاصل میشود ۳۲۱ و آن واقع میشود مابین ۳۲۹، ۳۳۰
و ما بازاء این دو عدد ۶۹ سال است و ۷۰ سال پس شخص معهود احتمال است که

یا ۲۸ سال دیگر زندگانی کند و ما ۲۸ را اختیار کنیم چه که قرض دهندگان ... را انتخاب کنند که صرفه اش بیشتر باشد حال باید قسط السنینی معلوم کرد که تا ۲۸ سال سرمایه ۳۰۰۰ تومان را فانی کند یعنی مطلوب مبلغ مقرری است که باید هر سال از بابت ربح و از بابت استهلاک سرمایه داد پس در دستور (م) ... علامت سح را بدل کنیم به ۳۰۰۰ و علامت هذا را به ۰۰۵ ره و علامت ع را به ۲۸ تا این قسط السنین بدست آید

$$\frac{3000\,(0{,}05)\,(1{,}05)^{28}}{(1{,}05)^{28}-1}$$ و جمله $(1{,}05)^{28}$ را بلگاریتم معلوم کنیم

ولیکن جماعت ذمه الحیات قسط السنینی را که بحساب معلوم میشود نمیتوانند ... بعینه کارسازی کنند چه که هیچ مداخلی برای ایشان منظور نشده پس جزوی از آن مبلغ نگاه دارند و بدهند مثلا پنج سدس شش سبع هفت ثمن و مانند اینها ۱۰۰ بگیرند و مثلا در هر صد تومان ۱۲ یا ۱۵ تومان از قسط السنین مذکور نگاه

جماعت ذمه الحیات سود دائم الحیات را نیز معامله کنند مشروط بر اینکه با منافعش تسلیم کنند بوراث شخصی که با او معامله کرده اند

شخصی سن ۶۰ سال تا زمان وفاتش هر سال بطور قسط السنین مبلغ ۱۰۰ تومان بجماعت بدهد حال میخواهیم بدانیم که آن جماعت چه مبلغ بورثه آن شخص مدیون میشوند بنا بر اینکه نرخ سالیانه ۵ در ٪ باشد و صرف اداره و منفعت آنها از قرار ۱۵ در ٪

چون طلب کنیم مدت سنی را که آن شخص احتمال است زندگانی کند ۱۱ سال میشود پس مبلغ قسط السنین و منافع مرکبات آن را معلوم میکنیم این میشود $\frac{100\,[(1{,}05)^{11}-1]}{0{,}05}$

و بعد از وضع ۱۵ در ٪ مبلغ ۸۵ ره از این سخواه جزیست که جماعت ملتزم

شده بوارث بدهد

واگر شخص مذکور تنخواه ۱۰۰ تومان را به همان سن مذکور یکمرتبه تسلیم کرده بودند بیشتر از نوقت جماعت بپایست حساب این جمله را معلوم کنند ۸۵ ره × (۱٫۰۵)ⁿ ۱۰۰ و آن قسط اسنهٔ اول است با ضافه ربح مرکبش .

۴۳ در مسئله ذمة الحیات شخصی مبلغ ۱۰۰ تومان نزد طفل نورسیدهٔ خود نمود و از جماعت ذمة الحیات سپرد تا ایشان مبلغی که اکنون معین میشود بطفل نورسیده باز دهند آنوقت که بسن بیست سالگی برسد و ضمنا شرط شد که اگر آن طفل قبل از بلوغ باین سن فوت شود مبلغ ۱۰۰ تومان حق جماعت باشد و دیناری از آن سهم داده نشود طالب معلوم نمودن آن مبلغی است که جماعت باید در آن سن بطفل باز دهند بنا بر آنکه نرخ پول ۵ در ۱۰۰ باشد و برای خود هیچ مداخل منظور ننموده باشند

چون بعد از انقضاء مدت ممکن است طفل در حیات باشد و باید باو تنخواه کارسازی نمود جدول دپارسیو را استعمال کنیم (۲۸) واز روی این جدول از میان ۱۲۸۶ نفر طفل نو رسیده ۸۱۴ نفرش بسن ۲۰ میرسد پس جماعت صرف نظر از مداخل خود نموده چنان رفتار میکنند که گویا ۱۲۸۶ نفر طفل نورسیده هر کدام مبلغ ۱۰۰ تومان ذمة الحیات داده اند مشروط بر آنکه جماعت بعد از ۲۰ سال کل مبلغ ۱۲۸۶۰۰ تومان را با منافعش قسمت کنند در میان اشخاصی که از آن جمله باقی باشند پس آنوقت هر کدام سهمی میبرند و اکنون معادل همین سهم موهوم باید جماعت بطفل معهود تنخواه دادکنند (خسارتیکه در این معامله جماعت متحمل میشود دو طفل پیش از حقش میرسانند بنا بر آنکه او را جزو ۱۲۸۶ نفر منظور میکنند که همه تنخواه داده باشند و حال آنکه همان

یک نفر داده است این خسارت نظر باحتمالی است که شاید طفل از باقی ماندگان نشد (نظر کنید بمسئلهٔ تونتین) و مبلغ ۱۲۸۶۰۰ تومان در مدت ۲۰ سال با ضافه ربح مرکبش از قرار ۵ صدی چنین میشود ۲۰(۱٫۰۵) × ۱۰۰ × ۱۲۸۶

و چون عدد باقی ماندگان ۸۱۴ نفر است سهم هر کدام این مبلغ تومان میشود

$$\frac{1286 \times 100 \,(1{,}05)^{20}}{814}$$

و حق طفل ۲۰ ساله همین قدر بخواهد است

و اگر جداول دیگر ممات را استعمال میکردیم باز وجه همین بود چنانچه در جدول فوق ملاحظه فرمایید عوض عدد ۱۲۸۶ و عدد ۸۱۴ این دو عدد را استعمال کنیم

۱۰۰۰۰۰۰ و ۵۰۲۲۱۶

در عمل مذکور نفعی برای جماعت منظور نشده و حال آنکه اداره اش مخارج دارد و باید سعی کنند در تحصیل ربح و معطل نگذاشتن نخواهد و لهذا متحمل خطرهای بسیار میشود که در هیچکدام طفل ذی شراکت و دخالت ندارد پس باید بتلافی زحمات حقی برای خود منظور داشت جماعت ضمن العقد شرط میکند که در هر ۱۰۰ تومان از مبلغی که بحساب استخراج میشود سهمی بازگیرد مثلا ۱۵ در صد و ملزم میشود که ۸۵ ٪ از حاصل را کارسازی کند

مبلغ پانصد تومان بنام طفل ۷ ساله نمودند و بجماعت تسلیم کردند تا در سن ۲۵ سالگی تنخواهی در عوض بازدهد و نرخ افزوده ۵ در صد است حال مطلوب درین جماعت مداخل وعده

مبلغ ۵۰۰ تومان بربح مرکب در مدت ۱۸ سال چنین میشود ۱۸(۱٫۰۵) ۵۰۰ و از روی جدول دپارسیو در ۹۱۵ طفل ۷ ساله ۷۷۴ نفرشان بسن ۲۵ سالگی میرسد و ۱۴۱ نفرشان قبل از بلوغ میمیرند پس بدستور مسئله سابق مبلغ ادا کردنی بحسب تومان این است

$$\frac{500 \times (1{,}05)^{18} \times 915}{774}$$

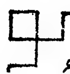
وازاین روی باید حق جماعت را موضوع کرد و همچنین از روی کتابچه قانون مشخص است
اداکرد ملاحظه نماید که کسور ۱۲۸۶/۸۱۴ و ۱۰۰۰۰۰۰/۵۰۲۲۱۶ و ۹۱۵/۱۷۴ مستخرجه
ازجدول حیاتی که جماعت اختیار نموده هرکدام مضروب فیه یعنی عاملی باشند بنظیر همان نسخی
که در هر مسئله ذکر شده و تعلق بیکی از سنین دیگر پس جماعت را ممکن است که قبل از وقت
جدولی از این اعداد مضروب فیه ترتیب دهند و همچنین در خصوص سود نامه آم الحیات
که اداکردنی باشد بالتصرف نمودنی

شخص بسن سی سال مثلا میتواند مبلغی معین را نقد خود کند مشروط بر آنکه جماعت مبلغ معینی دیگر
در سن ۵۰ سالگی باو عوض بدهند پس اگر آن شخص بسن ۵۰ نرسد جماعت باید مبلغ
موضوع و منافعش را خود تصرف کند

۳۳ در مسئله تونتین (و آن منسوب است به تونتی نام صرافی ایتالیائی که در سال
۱۰۴۶ هجری این مسئله را وضع نمود و بسال ۱۰۶۰ در فرانسه رواج داد)
و آن یکنوع مشارکتی است که بشروط چند منعقد میشود و آن شروط از روی امثله ذیل
خوب معلوم خواهد شد

حالت اول یک صد نفر همگی بسن ۳۵ سال تونتینی منعقد ساختند
یعنی هرکدام با مبلغ ۱۰۰ تومان مشارکت نمودند باین شرط که همه ساله ربا فی مائه کان
ده از این یکصد نفر مداخل مبلغ ۱۰۰۰۰ تومان سرمایه را بالسویه میان هم
قسمت کنند و تمام سرمایه عاید آن شخص شود که بعد از همه باقی ماند و فرض
و حد اقل افراده در ۳ بست پس هیچکدام از این دسته در عرض سال ولی نمیرند
مداخل هر نفر آخر سال ۳۰ تومان میشود حال میخواهیم بدانیم که چند سال
مداخل بعد از ... میشود انفاد دو برابر و سه برابر و چهار برابر و پنج برابر میشود و هکذا بنابراینکه

جدول دوو پلاز معتبر باشد و با جدول دپارسیو نیز باید حل نمود
مسئله باینجا منجر میشود که در زمره اشخاصی که بسن ۳۵ ساله باشند بعد از چند سال عددشان
نصف میشود یا ثلث و ربع و خمس وغیره پس جدول مستعمل را گشایند و عددی را که در کنار
سن ۳۵ باشد بیرون آورده بترتیب تقسیم نمایند بر ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و در جدول
طلب کنند سنین را بازاء خارج قسمتها را تا مطلوب برای هر حالت بدست آید از روی
جدول دووپلارنا واحدی بتقریب این اعداد استخراج میشود ۲۶ و ۳۳ و ۳۶ و ۳۹
و از روی جدول دپارسیو این اعداد ۳۳ و ۳۹ و ۴۲ و ۴۴
حالت دوم شصت نفر چهل ساله تونتینی منعقد نمودند هر کدام مبلغ
۸۰۰ تومان در میان نهادند بنا براین شرط که چون بسن ۶۰ سالگی برسند
مبلغ کل سرمایه را که و بحش هم ساله قسمت شده در میان [illegible] باز ماندگان
قسمت شود حال مطلوب سهم احتمالی هر باز مانده است
ظاهر است که باید از روی جدول مستعمل طلب نمود که در جمله ۶۰ نفر چهل ساله چند نفرشان
بسن ۶۰ سالگی خواهند رسید ۳۰ و قسمت کرد سرمایه ۴۸۰۰۰ = ۶۰×۸۰۰
تومان را بر آن عدد
حالت سوم چهل و هشت نفر ۴۰ ساله هر کدام ۷۰۰ تومان در شرکت
گذاشتند و از قرار ۴٪ بربح مرکب دادند و شرط این شد که در سن ۶۰ ساله
باز ماندگان مبلغ حاصل را در میان خود قسمت کنند و مطلوب سهم هر کدام است
از روی احتمال
اول معلوم میکنیم که کل سرمایه ۷۰۰×۴۸ یا ۳۳۶۰۰ تومان از قرار نفع در تنزیل
بعد از ۲۰ سال بچه مبلغ خواهد رسید مبلغش این میشود ۲۰(۱.۰۴)×۳۳۶۰۰ و بعد



از روی جدول حیات معلوم میکنیم که در جمله ۱۲۸ نفره ۴۰ ساله چند نفرشان بسن ۶۰
خواهند رسید و قسمت میکنیم (۴۰۲۱) ۲۲۶۰۰ تومان را بر عدد آن اشخاص خارج
قسمت سهم مطلوب هر نفر است از روی احتمال

ضمیمه مسئله تسهیم

۳۴۶ چنانچه در اصل کتاب ذکر شده این نوع قسمت در مقامات بسیار اتفاق
می افتد مثلا در تقسیم مایملک شخص مفلس در تقسیم عوارض و صادرات دیوان و در گرفتن
سرباز برای تکمیل فوج در عوض غایب و متوفی و امثال آنها
هرگاه عدد اجزای مداخله بسیار باشد سزاوار این است که بطریق ذیل رفتار کنید
در حالت افلاس دیون شخص مفلس را جمع کنید فرض میکنیم میزانش ۴۹۵۷۱٫۵ تومان
بشود و نیز فرض میکنیم که مایملک مفلس بعد از وضع مخارج افلاس ۲۴۰۰۰ تومان خالص
بشود حال باینطور پیش میبریم
اگر مبلغ دین ۴۹۵۷۱٫۵ متعلق بیک نفر طلبکار بود معلوم است که آن شخص
تمام مایملک مفلس را که ۲۴۰۰۰ تومان باشد میبرد پس از این قرار
در عوض مبلغ ۴۹۵۷۱٫۵ تومان طلب ۲۴۰۰۰ تومان عاید میشود
و در عوض یکتومان طلب $\frac{۲۴۰۰۰}{۴۹۵۷۱٫۵}$ تومان
حال این سهم را باعشار تحویل میکنیم تا هر چند رقم که بحسب مبلغ قروض لازم باشد
و خارج قسمت را در مبلغ قروض بترتیب ضرب میکنیم
و در تسهیم عوارض و صادرات نیز بهمین دستور باید پیش رفت
میگوئیم تحمیلی که بنظیر یکتومان ملک یا یکتومان حاصل ملکی باشد خارج قسمت تمام
تحمیل است بر مبلغ کل املاک یا مبلغ کل محصولات پس این خارج قسمت را باعشار



معلوم میکنیم و بحدین ضرب متوالی سهام را بترتیب بتحقیق مییابیم
راه تسهیل و اختصار چنین اعمال آنست که پیش از شروع بحساب تا قدری که سهم واحد باشد
برابر کنیم و آنوقت عمل ضرب منجر به تجمیع
و در هر جا که تعیین سهام عدیده مطلوب باشد این نکته را باید منظور داشت

۳۵ شخصی در وقت وفات سه پسر داشت بسن ۳۰ و ۲۵ و ۲۰ و مبلغ ۱۰۰۰۰ تومان
ترکه گذاشت و چنین وصیت کرد که این وراث بهمان نسبت که سنشان کم است

از این وصیت چنان بر می آید که پسر ارشد چنانست $\frac{1}{30}$ سهم پسر یکساله موهوم را ببرد
و پسر اوسط $\frac{1}{25}$ همان سهم فرضی را و پسر صغیر $\frac{1}{20}$ آن سهم را
پس باید سهام آن اولاد به نسبت این کسور باشد $\frac{1}{30}$ و $\frac{1}{25}$ و $\frac{1}{20}$
این کسور را بمخرج مشترک ۳۰۰ تحویل میکنیم و ترکه ۱۰۰۰۰ تومان را به نسبت صورتها
۱۰ و ۱۲ و ۱۵ از آن کسور قسمت مینماییم (رجوع کنید باصل کتاب)
میخواهیم مبلغ ۱۸۰ تومان را میان ۴ نفر قسمت کنیم براین وجه که سهم اولی
$\frac{3}{4}$ سهم دومی شود و سهم سومی $\frac{4}{5}$ سهم دومی و سهم چهارمی $\frac{11}{9}$ سهم سومی
نظر میکنیم کدام یک از سهام در صورت مسئله بیشتر ذکر شده و نسبت سایر سهام را بآن
معلوم میکنیم
فرض میکنیم که چهار سهم بترتیب مذکور چنین باشند ك و ل و م و ن پس موافق
فرض مسئله $\frac{3}{4} = \frac{ل}{ك}$ (۱) و $\frac{4}{5} = \frac{م}{ل}$ (۲) و $\frac{11}{9} = \frac{ن}{م}$ (۳)
سهم شخص دوم دو مرتبه ذکر شده پس سایر را باو نسبت میدهیم و سهم شخص اول و سوم خود
منسوب شده پس برای سهم چهارم تساوی (۲) را در (۳) ضرب میکنیم و ف م

از میانه مفقود میشود و باقی میماند $\frac{44}{45}$ = $\frac{ق}{ل}$

حال چهار تساوی باین صورت مینویسیم

ل × $\frac{3}{4}$ = ك و ل × ۱ = ل و ل × $\frac{4}{5}$ = م و ل × $\frac{44}{45}$ = ق

و ظاهر شد که چهار سهم مطلوب به نسبت اعداد یست که مضروب ل شده اند پس مبلغ ۱۸۰ تومان را بر نسبت این اعداد $\frac{3}{4}$ و ۱ و $\frac{4}{5}$ و $\frac{44}{45}$ قسمت میکنیم

در قاعده استخراج مایعات و حل مخلوطات

در استخراج مستقیم

۳۶ مسئله ممزوج نمودیم ۸۴ پیمانه سرکه را که هر پیمانه اش ۰٫۵۰ ارزش داده با ۱۰۸ پیمانه سرکه ۰٫۷۰ قرانی و با ۶۴ پیمانه سرکه ۰٫۶۵ قرانی و مطلوب قیمت یک پیمانه از آن ممزوج است

قیمت ۸۴ پیمانه ۰٫۵۰ قرانی این است	۰٫۵۰ × ۸۴ = ۴۲٫۰۰ قران
قیمت ۱۰۸ پیمانه ۰٫۷۰ قرانی است	۰٫۷۰ × ۱۰۸ = ۷۵٫۶۰
قیمت ۶۴ پیمانه ۰٫۶۵ قرانی است	۰٫۶۵ × ۶۴ = ۴۱٫۶۰
پس قیمت ۲۵۶ پیمانه ممزوج است	۱۵۹٫۲ قران

و قیمت یک پیمانه اش این مبلغ خواهد شد $\frac{159٫20}{256}$ قران

و خارج قسمت را باید تا دینار مشخص نمود و از آنچه ذکر شد این دستور نتیجه میشود

قاعده در تعیین قیمت واحد وزن یا واحد کیل از حجم ممزوج ضرب کنید عدد آحاد هر نوع مفرد را در قیمت واحدش و حاصل ضربها را جمع کرده میزانش را قسمت کنید بر مجموع عدد آحاد انواع مختلفه خارج قسمت قیمت مطلوبست

مسئله نانوائی موازی ٢٤ خروار گندم خرید از قرار خرواری ٢٥ قران و ٣٠ خروار از قرار ٢٦٫٥ قران و ٤٢ خروار از قرار ٣٠ قران و ٤٠ خروار از قرار ٢٨٫٥ قران و جمیع را با هم ممزوج کرده اراده نمود حال مطلوب است قیمت یکخروار از آن گندم ممزوج

قیمت	٢٤	خروار	٢٥٫٠	قرانست	٢٥٫٠×٢٤=٦٠٠ قران
قیمت	٣٠	خروار	٢٦٫٥	قرانست	٢٦٫٥×٣٠=٧٩٥
قیمت	٤٢	خروار	٣٠٫٥	قرانست	٣٠٫٠×٤٢=١٢٦٠
قیمت	٤٠	خروار	٢٨٫٥	قرانست	٢٨٫٥×٤٠=١١٤٠
قیمت	١٣٦	خروار	ممزوج	است	٣٧٩٥ قران

پس قیمت یکخروار ممزوج این میشود $\frac{٣٧٩٥}{١٣٦}$ قران و باید آنرا تا دو رقم اعشار حساب کرد

جمیع مسائل متعلقه باستخراج مستقیم بهمین وجه حل میشود

و قیمت واحد ممزوج را قیمت متوسطه واحد اجزای ممزوجه گوئیم و بعد از این در خصوص قیمت متوسطه گفتگو خواهیم نمود

در قاعده استخراج معوج

٣٧ سرکه داریم پیمانه اش ٨٫٥ قران ها ارزد و سرکه دیگر پیمانه اش ٦٫٥ قران حال میخواهیم از این دو نوع به نسبتی ممزوج کنیم که پیمانه اش ٧٫٢ قران ارزش داشته باشد

فرض میکنیم ك و ل عدد پیمانهائی باشد که چون از دو نوع سرکه ترکیب نمودیم موافق شرط مفروض شود و مطلوب نسبت ك است به ل پس باین وجه رفتار کنیم

در سرکه ممزوج قیمت هر پیمانه از سرکه ٨٫٥ قرانی بقدر ٧٫٢ زیاد ٨٫٥ یا

با ۱۳٫۰ قران کاسته میشود پس خسارت لک پیمانه اش که از قرار ۲٫۰ قران فروخته شود
میشود لک × ۳٫۰ قران

و در همان ممزوج هر پیمانه ۶٫۵ قرانی نسبت بقیمت خود ۷٫۰ قران منفعت می کند
و در ل پیمانه منفعت این است ل × ۷٫۰

وچون منفعت باید خسارت را تلافی کند این تساوی نتیجه میشود

ل × ۷٫۰ = لک × ۳٫۰

طرفین را در ۱۰ ضرب میکنیم تا صحیح شوند و بعد بر ل × ۱۳ قسمت میکنیم چنین میشود

۱۳ : ۷ = ل : لک (۱)

پس معلوم شد که نسبت عدد پیمانهای ۸٫۵ قرانی بعدد پیمانهای ۶٫۵ قرانی مثل ۷ به ۱۳

۳۸ مسئله دو نوع سرکه داریم یکی پیمانه اش ۸٫۵ قران می ارزد و دیگر پیمانه اش ۶٫۵ قران میخواهیم موازی ۳۰۰ پیمانه از این دو نوع ترکیب کنیم که هر پیمانه اش ۷٫۲ قران بیرزد

اول باید بطریق مسئلهٔ سابق معلوم کنیم نسبت دو عدد پیمانها را بر وجهی که پیمانهٔ ممزوج ۷٫۲ قران بیرزد و آن نسبت ۷ است به ۱۳ حال باید عدد ۳۰۰ پیمانه را بر نسبت ۷ و ۱۳ قسمت کنیم و قاعدهٔ این قسمت در اصول حساب ذکر شد میگوئیم که اگر از ممزوج همین ۲۰ پیمانه کافی بود ۷ پیمانه از سرکه ۸٫۵ قرانی میگرفتیم و ۱۳ پیمانه از ۶٫۵ قرانی و اگر یک پیمانه کافی بود فلان

ممکن است در مسئلهٔ عدد پیمانهای یکی از دو جسم مفرد معلوم باشد مثلا گوئیم مقصود ممزوج کردن ۱۲۵ پیمانه از سرکه ۶٫۵ قرانی است با چند پیمانهٔ مجهول از سرکه نوع ثانی بر وجهی که قیمت هر پیمانهٔ ترکیب فلان باشد در اینصورت باید بجای ل عدد ۱۲۵ را

ممزوج فرض شود و بجایش عدد پیمانهٔ یکی



قرارداد و بوجه سابق مسئله را حل نمود پس بنا بر (۱) چنین شود ۱۳ : ۷ = ۱۲۵ : ن
و از آنرو معلوم میشود عدد پیمانهای سرکه ۸۵ ره قرانی که بپاتیت با ۲۰ پیمانه
۶۵ ره قرانی ترکیب شود تا پیمانه اش ۲ ۷ ره قران بیرزد
و هرگاه عدد انواع مایعات قیمت آنها از دو تجاوز کند مسئله مجمل سیاله میشود و ممکن
نیست نسبت ثابتی در عدد پیمانه‌ی مفردات بدست آورد

مسئله سه نوع سرکه داریم پیمانه ۹۰ ره قران میارزد و پیمانه ۸۵ ره
و پیمانه ۲ ۷ ره قران میخواهیم آنها را بوجهی ترکیب کنیم که هر پیمانه ممزوج ۸۲ ره
بیرزد این نوع مسائل بچند وجه حل شود یکی از آنها را ذکر میکنیم
اول میگوییم مقصود ممزوج کردن سرکه ۸۵ ره قرانی است با سرکه ۲ ۷ ره قرانی بوجهی
که هر پیمانه ممزوج ۷۹ ره قران بیرزد (۷۹ ره قیمت متوسط فرضی است) پس بطریق
مسئله سابق باید ۷ پیمانه از ۸۵ ره گرفت و ۶ پیمانه از ۷۲ ره و باین نسبت ممزوج کرد
۷ پیمانه + ۶ پیمانه = ۱۳ پیمانه حال میگوییم بچه نسبت ممزوج کنیم سرکه ۷۹ ره قرانی را با
سرکه ۹۰ قرانی تا هر پیمانه ممزوج ۸۲ ره بیرزد فرض میکنیم ك ل عدد پیمانهای
۷۹ ره قران و ۹۰ ره قران باشد
و بطریق مسئله سابق این تناسب بدست می آید ۸ : ۳ = ل : ك ولی ۱۳ = ك
پس ۸ : ۳ = ل : ۱۳ و بعد از آن $ل = \frac{13\times 3}{8} = \frac{39}{8} = 4 + \frac{7}{8}$ پیمانه
پس معلوم شد که باید ۶ پیمانه از ۷۲ ره گرفت و ۷ پیمانه از ۸۵ ره و $4\frac{7}{8}$ پیمانه
از ۹۰ ره و باین نسبت ترکیب کرد
میتوان اینجا قاعده‌ٔ ذکر نمود که از آنروی جوابهای بسیار مانند که ور بدست آید
ولیکن چون مسئله سیاله است این نوع جوابها چندان فایده نیست در علم جبر و مقابله




قاعده کلیه دیگر ذکر میکنیم که از آن نیز بسهولت جوابهای غیر متناهی استخراج شود

در قاعدهٔ اختلاط فلزات

۳۴۹ آنچه در نمرهٔ سابق درباب ترکیب عیارات ذکر شده بعینه در اختلاط فلزات جاری است مثلاً سه شمش نقره مسی با هم ذوب کنند که عیار شمش اول این بود ۰٫۸۸۷ و وزنش این ۲٫۸۲۶ کیلوگرم و عیار دوم ۰٫۹۲۰ و وزنش ۱٫۸۱۲ کیلوگرم و عیار سوم ۰٫۸۴۲ و وزنش ۳٫۲۴۸ کیلوگرم و حال مطلوب عیار جسم مخلوط است نسبت به نقره چنانچه درباب سیم ترکیب ذکر شد عیار شمش نسبت بیکی از فلزات اجزای این عیار نسبت از خارج قسمت وزن فلز منظور بر تمام وزن خلط و عیار دیگر اجزای وزن آن نقد را از همین فلزات که در واحد وزن از خلط موجود باشد

و شمشهای مذکور مرکب اند از نقره و مس و فلز اصلی نقره است پس بنا بر تعریف مذکور در هر کیلوگرمی از شمش اول بمقدار ۰٫۸۸۷ کیلو نقرهٔ خالص باشد و در تمام آن شمش وزن نقرهٔ خالص این قدر است ۰٫۸۸۷ × ۲٫۸۲۶ کیلو و از همین قرار وزن نقرهٔ خالص شمش دوم این است ۰٫۹۲۰ × ۱٫۸۱۲ کیلو

و نقرهٔ خالص شمش سوم این است ۰٫۸۴۲ × ۳٫۲۴۸ کیلو پس عدد کیلوگرم نقرهٔ خالص تمام مخلوط سه شمش این خواهد بود

۰٫۸۸۷ × ۲٫۸۲۶ + ۰٫۹۲۰ × ۱٫۸۱۲ + ۰٫۸۴۲ × ۳٫۲۴۸

و حاصل این مجموع را ح فرض میکنیم و عیار مطلوب نسبت ح است الی که صحیح است بر تمام وزن خلیط و وزن خلط این است ۲٫۸۲۶ کیلو + ۱٫۸۱۲ کیلو + ۳٫۲۴۸ کیلو = ۷٫۸۸۶ کیلو

پس عیار مطلوب خارج قسمت ح است بر ۷٫۸۸۶ و آنرا تا هزارم تقریب معلوم کنند

وقاعدهٔ کلی در حل این مسئله چنین است در تعیین عیار خلط چند فلز وزن هر شمش را در عیار خود ضرب کنند و حاصل ضربها را جمع کنند و میزان را بر مجموع اوزان شمشهای مختلف قسمت کنند خارج قسمت تا هزارم نقرهٔ مطلوب است

مسئله نقرهٔ داریم بعیار ۹۲۷ ره و نقرهٔ دیگر بعیار ۸۶۵ ره مطلوب نسبت ترکیبات آنهاست بر وجهی که عیار خلط ۸۹۰ ره باشد

فرض میکنیم ك و ل عدد کیلوگرمهای دو شمش مفروض باشد و مطلوب نسبت ك است بل در هر کیلوگرم نقره که بعیار ۹۲۷ ره باشد زیادتی نقره بر عیار مطلوب این مقدار است ۸۹۰ ره − ۹۲۷ ره یا ۰۳۷ ره کیلوگرم و در ك کیلوگرم مقدار زیادتی این است ك × ۰۳۷ ره و در هر کیلوگرم از شمش دوم کسر نقره از عیار مطلوب این است ۰۲۵ ره کیلو و در ل کیلوگرم مقدار کسر این است ل × ۰۲۵ ره و زیادتی شمش اول باید تکافی کند با کسر شمش دوم پس باید ك و ل بر نسبتی باشند که در این تساوی صدق کنند ل × ۰۲۵ ره = ك × ۰۳۷ ره یا در این شاب ۰۳۷ ره ۰۲۵ ره = ل : ك

یا خلاصه ۳۷ : ۲۵ = ل : ك (۱)

واگر وزن خلط معلوم بود مثلا میخواستیم ۵۰۰ کیلوگرم باشد میبایست موافق تساوی (۱) این وزن را بر نسبت ۲۵ و ۳۷ قسمت کنیم

واگر آنچه باید از شمش اول برگیریم معلوم بود مثلا ۳۲۵ ر۲ کیلوگرم آنوقت ۳۲۵ ر۲ کیلو ل وچنین مینوشتیم ۳۷ : ۲۵ = ل : ۳۲۵ ر۲ و مقدار ل را معلوم میکردیم

مسئله طلای سبز که زرگران فرنکستان در ساختن بعضی آلات وادوات استعمال کنند ترکیبی است از ۷۰۸ جزو طلا و ۲۹۲ جزو نقره و قیمت هر ۵ گرم نقره

یک فرنک است ولایه هر گرم ۳٫۱ فرنک حال مطلوب قیمت هر گرم از این ترکیب است

خلطی بوزن ۱۰۰۰ گرم ترتیب میدهیم

۷۰۸ گرم طلا این است　　۲۱۹۴٫۸ فرنک = ۷۰۸ × ۳٫۱

۲۹۲ گرم نقره این است　　۵۸٫۴ = ۲۹۲ × ۰٫۲

گرم خلط این است　　۲۲۵۲۳٫۲　فرنک

و قیمت یک گرم مطلوب این است ۲٫۲۵۳۲ فرنک

در واسطهٔ عددی و قیمت متوسط

۴۶۵ واسطهٔ عددی میان چند مقدار خارج قسمت مجموع آن مقادیر است بر عدد مقادیر

مثال واسطهٔ عددی در این اعداد ۷ و ۱۵ و ۲۳ و ۱۹ این خارج قسمت است

$\frac{۷+۱۵+۲۳+۱۹}{۴}$ یعنی ۱۶

واسطهٔ عددی در چند عدد واقع شود مابین اقل عداد و اکثر آنها زیرا که این مجموع ۷ + ۱۵ + ۲۳ + ۱۹ بزرگتر باشد از چهار برابر عدد اقل ۷ و کوچکتر باشد از چهار برابر عدد اکثر ۲۳ پس ربع مجموع یعنی واسطهٔ عددی اعظم باشد از ۷ و اصغر از ۲۳

گرفتن واسطهٔ عددی عمل شایعی است در علم احوال مملکت و در علوم رصدیه مطلقا مثلا عمر وسطی مطلق معلوم کنند برای اشخاص یک مملکت و حرارت وسطی معلوم کنند از روی درجاتیکه در ساعات مختلفه روز رصد کرده اند یا در ایام مختلفه سال و در آلات بارومتر ارتفاع وسطی معلوم کنند از روی ارتفاعاتیکه در ساعات مختلفه روز رصد کرده اند یا در ایام مختلفهٔ ماه و سال و مقدار وسطی معین کنند برای باران که در یکروز بباریده یا در یکماه یا در یکسال چون خواهیم شیئی را بالعمل تقدیر کنیم غیر از آنکه هر چند تجربه را تکرار کنیم یک چیز

معین ثبت نماید یعنی اختلاف جزوی بین نتایج اعمال بروز کند و در اینصورت واسطه میان آن نتایج بگیرند و چون این وجه رفتار کنیم جزو اعظم تقریبات اعمال منکافی میشوند وجمیع وسایط را بطریق سابق معلوم کنند

مثال اول در عرض یکروز ارتفاعات مختلفه ارتفاع بارومتر را مختلف یافتیم از این قرار ۷۶۵ میلیمتر دوم ۷۵۵ سوم ۷۵۸ چهارم ۷۵۳ پنجم ۷۵۲ و مطلوب ارتفاع وسطی است

باید این مقادیر را جمع کرد وقسمت نمود بر ۵ خارج قسمت ۷۵۶٫۸ میلیمتر ارتفاع مطلوب است

مثال دوم فاصله ما بین دو محل را پنج مرتبه با متر اندازه کردیم این اعداد بدست آمد اول ۲۳۲۵٫۱۵۶ متر دوم ۲۳۲۶٫۸۷۶ سوم ۲۳۲۵٫۸۱۴ چهارم ۲۳۲۶٫۵۳۲ پنجم ۲۳۲۸٫۴۷۶ و مطلوب طولی است که بحقیقت نزدیکتر باشد

پس باید واسطه عددی میان این پنج عدد گرفت بعد از جمع وتقسیم بر پنج چنین میشود ۲۳۲۵٫۲۴۸ متر

مثال سوم سه نفر منجم در یک مکان رصد نمودند ساعت ابتدای خسوف را وچنین یافتند بتخمین اول ۵ ساعت ۳ دقیقه ۲۳ ثانیه ۴ ثالثه دوم ۵ ساعت ۲ دقیقه ۴۲ ثانیه ۲۴ ثالثه سوم ۵ ساعت ۴ دقیقه ۴۲ ثانیه ۴ ثالثه

در معرفت قیمت وسطی بعضی اوقات در ولایات قانون داخله مجری میشود و نسبت اجناس مختلف میشود در این صورت برای تشخیص نرخ نان قیمت متوسطه گندم را در عرض مدت معین ثبت آورند مثلا هفته یا پانزده روز یا ماه را انتخاب کنند یعنی بهای مختلف یکخروار گندم را در عرض هفته و دو هفته و ماه چنانچه رواج بازار باشد ضبط کنند و بدستور دلیل واسطه معلوم کنند و آنرا نرخ نان قرار دهند

مسئله موازی ۲۴ خروار گندم خریده‌اند از قرار خرواری ۲۵ قران و موازی ۳۰ خروار از قرار ۲۶٫۵ قران و موازی ۴۲ خروار از قرار ۳۰ قران و ۴۰ خروار از قرار ۲۸٫۵ قران حال مطلوب نرخ وسطی است

قیمت ۲۴ خروار فی ۲۵ قران این است ۲۵٫۰ × ۲۴ = ۶۰۰ قران

قیمت ۳۰ خروار فی ۲۶٫۵ قران این است ۲۶٫۵ × ۳۰ = ۷۹۵

قیمت ۴۲ خروار فی ۳۰ قران این است ۳۰٫۰ × ۴۲ = ۱۲۶۰

قیمت ۴۰ خروار فی ۲۸٫۵ قران این است ۲۸٫۵ × ۴۰ = ۱۱۴۰

قیمت ۱۳۶ خروار پیست ۳۷۹۵ قران

پس نرخ وسطی این است $\frac{۳۷۹۵}{۱۳۶}$ یا ۲۷٫۹ قران

درفرانسه قیمت وسطی کنتال مشترک آرد را (ده هزار کیسه گرم باقریب ۳۳۰ من تبریز) ماخذ قرار میدهند برای نرخ نان

و اگر چه این قواعد در مملکت ما معمول نباشد ولی برای صاحبان علم دانستنش منفعت دارد مسائل متعلقه بواسطه عددی و نرخ وسطی همه جا شایع و مستعمل است مثل عیار وسطی و نرخ وسطی ربح و تنزیل و در امتزاج و اختلاط اجسام قیمت واحد ترکیب را قیمت وسطی دانند

در فایده علم حساب و استعمال آن در علوم و صنایع

۱۶۱ مقصود ما اینجا این است که چنین مسائل را از حیثیت آنکه متعلق بعلوم و صنایع حل کنیم و شرحی در باب آنها ذکر کنیم در این مقصود کتب مخصوصه تألیف شده غرض اینجا اختیار چند عدد از آنهاست بعنوان مثال محض آنکه ضمنا این مطلب لازم تحقیق شود و آن حد تقریب معلومات و نتایج اعمال مسئله است چون همین قدر

که ما از دایرهٔ عمل بیرون گذاشتیم و دست بعمل زدیم بیشتر آنست که معلومات ما اعداد
تقریبی هست شده مثل لگاریتم و اعدادیکه در کتب طبیعی و شیمی و جراثقال و نجوم و غیره استعمال
میکنند چونکه جمیع اینها از روی تجربه بدست آید و لامحاله از تقریب عاری میشوند و چون
معلومات مسئله چنین باشد البته نتایج از همان نوع خواهد گشت و بی فایده است اینکه ما تمام
بچه وجه مختصر میتوان آن نتایج را بدست آورد تا عدد تقریبی که پیش از وقت مشخص شده
باشد و یا اگر از روی معلوماتی که در دست داریم رسیدن بآن مقصود ممکن نباشد اقلاً آنکه هم
عدد تقریبی را که ممکن است ناچار بآن اکتفا نمود و این عمل مبتنی است بر اصولی که تعلق داشت
بتقریبات متعلقه در اصل کتاب ذکر شده و در این اعمال نیز قواعد مختصر ضرب و قسمت را
که نیز ذکر شده استعمال کنند و همچنین امثال آن قواعد را در باب جمع و تفریق اعداد تقریبیه
میگوئیم بذکر همین دو قاعده

در جمع اعداد تقریبی که اختصار جمع نیز گوئیم

٣٤٢ قاعده در تعیین حاصل جمع چندین عدد صحیح با اعشار تا واحدی
تقریب از مرتبهٔ مشخصه

اولاً اگر تعداد جملهای جمع کردنی از ۱۰ تجاوز نکرده باشد هر کدام از آنها را
بتقریب نقصاً یا کمتر از واحدی تقریب از مرتبهٔ بلا فاصله پست تر از مرتبهٔ تقریب مفروض
محدود کنید و چنین اعداد تقریبی را جمع کنید و رقم آخر آن را حذف کنید
و واحدی بر رقم آخر محفوظ اضافه کنید

ثانیاً اگر تعداد جملهای جمع کردنی از ده بیشتر باشد و از صد کمتر هر کدام از آنها را
بتقریب نقصاً یا کمتر از واحدی تقریب از دو مرتبه پست تر از حد تقریب مفروض محدود
کنید (یعنی بتقریب نقصاً آنها را تا صدیک واحد تقریب مفروض بدست آورده

وچنین اعداد تقریبی را جمع کنند و دو رقم آخر سمت یمین میزان را حذف کنند و واحد بجای
به رقم آخر محفوظ اضافه کنند

مثال میخواهیم موازی ۵ تواز ۴ پا ۷ ابهام ۹ خط از مقیاسهای طول قدیم فرانسه را تا کمتر
از ۰٫۰۰۱ متر تقریب بمتر تحویل کنیم

در جدول خاص مقادیر تواز و پا و ابهام و خط و اضعاف آنها بحسب متر تا چند رقم اعشار
ضبط شده و مقصود ما میزان آن چهار عدد است تا ۰٫۰۰۱ تقریب پس از آن جدول مطابق
قاعده مذکوره مقدار هر کدام را تا چهار رقم اعشار بر میگیریم باین صورت

		متر
۵ تواز	=	۹٫۷۴۵۱
۴ پا	=	۱٫۲۹۹۳
۷ ابهام	=	۰٫۱۸۹۴
۹ خط	=	۰٫۰۱۸۱
		۱۱٫۲۵۱۸

چون رقم اخیر سمت یمین را حذف کنیم و واحد بر رقم مقدم بیفزائیم مقدار تقریبی
مطلوب تا ۰٫۰۰۱ تقریب چنین میشود ۱۱٫۲۵۲ متر

برهان چون تقریب نقصانی هر کدام از چهار جزء میزان کمتر است از ۰٫۰۰۰۱ مجموع چهار تقریب
کمتر میشود از ۰٫۰۰۰۴ و بعد از حذف رقم چهارم ۸ تقریب نقصانی دیگر مرتکب میشویم که آن
نیز کمتر است از ۰٫۰۰۰۹ و چون واحد بر رقم سوم بیفزائیم تقریب اضافی مرتکب میشویم بقدر ۰٫۰۰۱ و
و بعد از تعادل و تکافی تقریبی که باقی خواهد ماند کمتر میشود از ۰٫۰۰۱

۳۴۶ تنبیه. هرگاه در اجرای قاعده مذکوره رقمی از مرتبه آحاد و یا از مرتبه بالاتر حذف
کنیم باید در میزان صفری بجای رقم مرتبه محذوف قرار داد

در تفریق اعداد تقریبی که حساب تفریق گوئیم

۴۶۴ قاعده در تعیین تفاضل ما بین دو عدد صحیح با اعشار تا کمتر از واحدی تقریبی در مرتبه معین آن هر دو عدد را به تقریب نقصانا یا اضافی تا کمتر از واحد همان مرتبه تقریب تحدید میکنیم و بعد تفاضل این دو عدد تقریبی را معلوم میکنیم

مثال فضل این عدد ۵۴۸٫۳۶۹۴۲۷ بر این عدد ۳۲۸٫۵۸۷۴ تا کمتر از ۰٫۰۱ تقریب لازم شده

پس هر کدام را با دو رقم اعشار مینویسیم و عمل تفریق را جاری میکنیم

$$\begin{array}{r} ۵۴۸٫۳۶ \\ ۳۲۸٫۵۹ \\ \hline ۲۱۹٫۷۸ \end{array}$$

تقریب این باقی تا کمتر از ۰٫۰۱ است چونکه این تقریب مساویست با تفاضل دو تقریب مفروق و مفروق عنه و چون هر کدام از این دو تقریب کمتر است از ۰٫۰۱ تفاضلشان بطریق اولی کمتر میشود از ۰٫۰۱

و ما در باب تقریب متعلق مجموع یا باقی گفتگو میکنیم چونکه در این دو عمل رعایت آن تقریب سوای اعشارش حساب میشود و مزید بر اختصار میگردد و بهتر است که اینجا عوض آن تقریب تقریب مطلق نمائیم و در هر حال وقت ضرورت میتوان باین حکم اعتماد نمود

تقریب متعلق مجموع دو عدد کمتر است از آن تقریب متعلق اجزائش که بزرگتر باشد میان دو تقریب پس در تعیین حاصل جمع دو عدد یا چند عدد به تقریب متعلقی که کمتر باشد از عدد مفروضی همین قدر کافی است که تقریبات متعلقه اجزائش را کمتر بگیریم از آن عدد مفروض

در محاسبات و اعمال هندسیه

۴۶۵ در بسیاری از این محاسبات نسبت محیط بقطر استعمال شود و آن نسبت را ما در این کتب خود باین علامت π نموده‌ایم و مقدارش اصم است نتوان بتحقیق معلوم کرد و لی تقریبش را

تا هرچند رقم اعشار خواسته باشیم ممکن است اگرچه مقصود ما چهار رقم باشد پس هر وقت بخواهیم در این عدد نمق عمل جاری کنیم باکلیه دو عدد تقریبی که هر چند از ارقام اعشاریشان مطلوب باشد در دست داشته باشیم با بتوانیم بسهولت بدست آوریم سزاوار است که قواعد اختصار ضرب و قسمت را بموقع مجری داریم •

مثال اول دایره داریم بنصف قطر ۳٫۵۸۴ متر مطلوب محیط اوست تا ۰٫۰۱ تقریب

پس این دستور را بکار بریم و آن از طرف یمین نوشته شده محیط نق = ۲ نمق × نق = نمق × ۲ نق یعنی محیط دایره که بنصف قطر نق باشد مساوی است با حاصل ضرب نسبت محیط بقطر در مضاعف نصف قطر

نمق = ۳٫۱۴۱۵۹۲۶ ۲نق = ۷٫۱۶۸ نق = ۳٫۵۸۴

پس قاعده ضرب مختصر را اجرا کنیم
وطول مطلوب تا کمتر از ۰٫۰۱ بتقریب
این است ۲۲٫۵۲ متر •

	۷٫۱۶۸۰
	۵۱۴۱٫۳
۲۱	۵۰۴۰
	۷۱۶۸
	۲۸۶۴
	۷۱
	۳۵
۲۲٫	۵۱۷۸

مثال دوم دایره داریم بنصف قطر ۳٫۲۸ متر مطلوب مساحت اوست تا ۰٫۰۱ تقریب

در هندسه ثابت شده که مساحت دایره نق = نمق × نق۲ یعنی مساوی است با حاصل ضرب نسبت محیط بقطر در مجذور نصف قطر و بالفرض ۳٫۲۸ متر = نق و ۱۰٫۷۵۸۴ = نق۲ پس

این ضرب مختصر را مجری میداریم ولی ما این مضروب و مضروب فیه را مرتب نموده ایم و عمل باقی است

۱۰٫۷۵۸۴۰۰
۶۲۹۵۱۴۱٫۳

مسئله دایره داریم بطول ۲۳۸٫۵۷۴۳ متر مطلوب مقدار نصف قطر اوست تا ۰٫۰۱ تقریب

۲۳۸٫۵۷۴۳ = نق × نمق ۲ و ۱۱۹٫۲۸۷۱۵ = نق × نمق پس باید خارج قسمت این عدد را ۱۱۹٫۲۸۷۱۵ بر این عدد ۳٫۱۴۱۵۰۰۰ = نمق تا ۰٫۰۱ تقریب معلوم کرد

تنبیه مقدار این عدد ۳٫۱۴۱۵۰۰۰ نمق سایر ارقام اعشار آن نوشته شده

تنبیه نق علامت نصف قطر دایره است

و در استعمال قاعده قسمت مختصر موافق (ع۱۸۶) مقسوم ۲۸۷۱۵ ر ۱۱۹ را یکصد مرتبه تنزل میدهیم یعنی از نوع صدم آحاد میکنیم چنین میشود ۱۱۹۲۸٫۷۱۵ و بعد عدد ارقام صحاح خارج قسمت این عدد را بر پی معلوم میکنیم آن چهار است پس موافق بند مذکور ارقام پی را بنقدر میگیریم ۳٫۱۴۱۵۹ = پی و عمل قسمت مختصر را جاری میکنیم و بعد از آنکه چهار رقم از خارج قسمت بدست آمد با تمیز اعشار دو رقم از سمت یمین آن جدا میکنیم.

مسئله طول دایره نصف النهار زمین تقریبا ۴۰۰۰۰۰۰۰ متر است یعنی ۸ کرور متر پس بنابر آنکه این جسم کره حقیقی فرض شود مطلوب است طول نصف قطر او و نیز تا کمتر از یک کیلومتر تقریب عوض ۴۰۰۰۰۰۰۰ متر ۴۰۰۰۰ کیلومتر استعمال میکنیم و بقسمت مختصر خارج قسمت این عدد را ۲۰۰۰۰ بر پی تا واحدی بتقریب معلوم میکنیم و آن جواب مطلوب است

از این نوع مسئله بسیار میتوان ذکر کرد ولی بآنچه مقدم شد اکتفا میکنیم

۴۶ در مسائل تحویل مقیاسهای قدیم فرانسه بمقیاسهای جدید و در عکس آن و همچنین در تحویل مقیاسها و نقود خارجه بمقیاسهای فرانسه استعمال قاعده ضرب و قسمت مختصر غالبا از رجحان مثبت بخصوص آنوقت که مقدار تحویل آحاد آنها در جداول صاحب ارقام زیادتر باشد بیش از آنچه لازم باشد در تحصیل تقریب مفروض

میشود لازم بحکم کلی چون اراده نمائیم قاعده تقریبات متعلقه بدست آوریم تعداد ارقام اعشاریه را که مناسب هر کدام از اعداد تقریبی بطبقه تحدید تقریب نتیجه در عمل داشته باشند موقع است که قاعده ضرب و قسمت مختصر را مجری داریم بنابر آنکه در هر کدام از این اعداد تقریبی یک رقم اعشاری بیشتر حفظ کنیم و ظاهر است که اگر این رقم اخیر درست باشد میتوان بسهولت بدست آورد و پیش اجرای قاعده مختصره اولی است و این حکم در ضمن مثال واضح و مبرهن میشود

مثال مطلوب است حاصل ضرب این عدد ۶۴٫۲۸۷۹۵۳ در ۳٫۱۵ ... ۴۶۹٫۸۹۷۵۶۴

* معنی این عبارت (این جسم کره حقیقی فرض شود) اینست که ...

بجهت شکل سطح و اقطارش مختلف است قدری در قانون ناصری بتفصیل مرقوم شده بآنجا رجوع کنید

تا حد تقریب متعلق که کمتر باشد از ۱۰۰۰۰ره

پس اگر بدستور (۲۶۵) کتاب پیش رویم تکلیف این میشود که بقانون رسمی این عمل ضرب را مجری داریم

۵۳٫۴۸۷
۴۸۹٫۸۹

ولی بوجه دیگر استدلال میکنیم ظاهر است که حاصل ضرب مطلوب صاحب ۵ رقم صحیح است در جلوی ممیز و کمتر ۱۰۰۰۰۰ره از این حاصل ضرب صاحب یک رقم میشود در جلو ممیز و بعبارت جزوه محصور باشد مابین احد و عشره بنابراین اگر بضرب مختصر این حاصل را بتقریب مطلق معلوم کنیم که کمتر باشد از ۱ چون همین تقریب کمتر میشود از ۱۰۰۰۰ره جزو حاصل ضرب تقریب متعلق حاصل ضرب کمتر میشود از ۱۰۰۰۰ره. و از این قرار ما بمقصود خود میرسیم پس اجرای این ضرب مختصر ذیل ما را بمقصود رساند

۵۳٫۴۸۷۹۶۲
۴۶۵۷۹۸۹۱۴

و در این قاعده یک رقم اعشار بیشتر از آنچه در قاعده دیگر مقتضی بود استعمال نموده‌ایم بجهت مبحث اهم از دو تقریب متعلق عدد مطلوب تقریب مطلق آنرا معلوم کنیم از روی همین وجه که اکنون ذکر شد در تبدیل مسئله تقریب متعلق بمسئله تقریب مطلق مقصود بطور کلی بعمل می آید موضع ممیز را در عدد مطلوب معلوم کنید و از آن بعد مرتبه اعشاری را که تقریب متعلق قید شده بسمت یمین نقل کنید آنچه حاصل شد تقریب مطلق است نسبت به مسئله دوم چون تقریب متعلق حاصل ضرب اول فوق کمتر است از ۱۰۰۰ره نمیتوان تصدیق نمود که تقریب مطلقش کمتر است از واحد مرتبه چهارم (ابتدا از یسار) یعنی کمتر از یک عشره است و نمیتوان مطمئن شد که این تقریب کمتر باشد از واحد صحیح و در ضرب تالی

مطلع هستیم که تقریب مطلق باعث ضرب کمتر است از واحد صحیح و اگر بخواهیم بروفق
قاعده تقریبات متعلقه یعنی بعمل از همین طلب استفاده داشته باشیم بایست عدد تقریبی را
عوض ۱۰۰۰۰ر۰ چنین گرفت ۱۰۰۰۰ر۰
و ازاین قرار در هر عامل که رقم بیشتر استعمال شود یعنی ارقام اینجا برابر شود با ارقامی
که در ضرب دوم اختیار نمودیم پس معلوم شد که در تحصیل عدد مطلوبی تا کمتر از واحد
اعشار معروض تقریب قاعده دوم را ترجیح است بر قاعده اول
در مسائل متعلقه بکثافت اجسام که ثقل خاص نیز گویند

۴۷ کثافت یا ثقل خاص جسم (جامد باشد یا مایع) عبارتست از
وزن یک سانتیمتر مکعب از ماهیت آن جسم بحسب گرم در فضاء خالی از هوا
و نیز عبارتست از وزن یک دسیمتر مکعب از آن ماهیت ولی بحسب کیلوگرم
و در فضاء خالی

این نوع تعریف نظر باینست که کلیه در مسائل متعلقه بکثافت اجسام جامده رجحت در این است
که واحد طول را بحسب قدر هر جسم سانتیمتر یا گرم یا دسیمتر و واحد وزن نظر آنرا گرم یا گرم
یا کیلوگرم و در مایعات چون واحد حجم لیتر است آحاد نظیر سانتیمتر و دسیمتر میشود و کیلوگرم
مسئله کثافت آهن این است ۷۸۸ر۷ و مطلوبست حجم تنوکه آهنی که
بوزن ۵۲۰ر۱۵ کیلوگرم است تا کمتر از سانتیمتر مکعب تقریب
واحد حجم را سانتیمتر مکعب بگیریم و واحد وزن را گرم ۵۲۰ ۱۵ سیلدگرم معادلست با
۱۵۵۲۰ گرم پس موافق فرض یک سانتیمتر مکعب آهن وزنش این قدر گرم است ۷۸۸ر۷ گرم
اکنون ظاهر است که حجم مطلوب مولف باشد از آنقدر سانتیمتر مکعب که ۱۵۵۲۰ گرم
مؤلف میشود از ۷۸۸ر۷ گرم

و از این قرار $\frac{١٥٥٢٠٠٠٠ \text{ سانتیمتر مکعب}}{٧٧٨٨} = \frac{١٥٥٢٠ \text{ سانتیمتر مکعب}}{٧,٧٨٨}$

خارج قسمت موافق فرض مسئله باید کمتر از واحد صحیح تحدید بشود و آن صاحب چهار رقم و معلوم است اینجا حقیقی است و معلوم علیه تقریب مطلقش کمتر از $\frac{١}{٧٧٨٨}$ است پس این خارج قسمت را که رقم اولش ۱ است میتوان تا کمتر از واحد رقم چهارمش بدقت معلوم کرد یعنی تا حد تقریب مطلوب

تنبیه از روی چنین عددی که برای کثافت آهن تقدیر نمودیم میتوان حجم مطلوب دقیق تر از آن حد تقریبی که فرض نمودیم بدست آورد

مسئله کثافت زیبق این است ۱۳,۵۹۸ و مطلوب باشد قدر فشار هوای رسمی بر وسعت یک متر مربع از سطح زمین بنابر آنکه مبدا بیتم فشار مستوی از هوا که از کف زمین ممتد باشد تا اعلی درجهٔ ارتفاع بر فرض اتحاد قاعده ستون معادل است با فشار مستوی از زیبق که ارتفاعش ۷۶۰ میلیمتر باشد

وزن یک سانتیمتر مکعب از زیبق این است ۱۳,۵۹۸ گرم و از این قرار وزن یک متر مکعبش اینقدر ۱۳۵۹۸۰۰۰ گرم است یا ۱۳۵۹۸ کیلوگرم و این وزن مستوی میشود از زیبق که یک متر ارتفاع باشد و قاعده‌اش متر مربع و چون ارتفاعش باید ۰,۷۶۰ باره متر باشد پس حجمش معادل میشود با ۷۶۰ هزارم متر مکعب و وزنش ۱۳۵۹۸×۰,۷۶۰ کیلوگرم یا ۱۳۵۹۸×۷۶۰ گرم فهو المطلوب

تنبیه از روی چنین عددی که برای کثافت زیبق تحدید شد قدر فشار هوا تا ۰ گرم تقریب بدست آمد دقیق از این حد تجاوز نکند چونکه مضروب فیه ۱۳۵۹۸ کرم یک گرم تقریب دارد و در ضرب حد تقریب ۰,۷۶۰ برابر میشود

مسئله پانزده

مسئله کثافت روح اینست ۷٫۱۹ و مطلوب وزن تنوکه آن باشد در هوا بنابر آنکه بدانیم وزن این تنو که در خلاء ۲٫۵۲۵ کیلوگرم است و وزن مطلوب تا عشر گرم تقریب بدست آید

وزن یک سانتیمتر مکعب روح در خلا اینقدر ۷٫۱۹ گرم است و ۲٫۵۲۵ کیلوگرم معادل با ۲۵۲۵ گرم پس حجم تنوکه مؤلف میشود از اینقدر سانتیمتر مکعب که ۲۵۲۵ گرم مؤلف میشود از ۷٫۱۹ گرم یعنی چنین $\frac{2525}{7{,}19}$ سانتیمتر مکعب و وزن یک سانتیمتر مکعب هوا این است ۰٫۰۰۱۲۹۸۷۰۱ گرم پس وزن هوائیکه قایم مقام تنوکه روح شود این است

$$\frac{2525 \times 0{,}001298701}{7{,}19}$$ گرم

و این خارج قسمت را تا کمتر از ۰٫۱ تقریب معلوم کنیم و بعد تفریق نمائیم از ۲۵۲۵ گرم و باقی وزن تنوکه روح میشود در هوا

تقریب متعلق مقسوم کمتر است از $\frac{1}{1298701}$ (چونکه عامل ۲۵۲۵ حقیقی است) و تقریب متعلق مقسوم علیه این است $\frac{1}{719}$ و تقریب متعلق خارج قسمت چون کمتر میشود از مجموع آنها و تقریب محققا کمتر است از $\frac{1}{100}$ پس میتوان آن خارج قسمت را تا کمتر از واحد در قسم دوم تقدیر نمود یعنی تا کمتر از صدم گرم و آن از حد تقریب مطلوب هم گذشته

مسئله چون در فشار رسمی ۷۶۰ میلیمتری هوا و حرارت صفر درجه کثافت هوای خشک را واحد فرض کنیم کثافت اکسیژن اینقدر میشود ۱٫۱۰۵۷ و کثافت ازت اینقدر ۰٫۹۷۲۰ و کثافت هیدروژن اینقدر ۰٫۰۶۹۱ و کثافت کلر اینقدر ۲٫۴۸۱ و مقصود وزن یک لیتر از هر کدام از این اجزاء است تا آن حد تقریب که ممکن باشد

(ابخره مذکوره از جمله ۵ عدد جسم مفردی است که تاکنون حکمای طبیعی وزن معین قرار داده اند)

وکثافت بخار بنابر انکه از هوای خشک واحد فرض شود نسبت وزن آن بخار

در صورت اتحاد حجم بودن هوای خشک

بنابراین تعریف چون وزن یک لیتر هوا این است ۱٫۲۹۸۷۰۱ گرم را و وزن یک لیتر

اکسیژن را ذ فرض کنیم این نسبت بدست می آید ۱٫۱۰۵۷ = ذ : ۱٫۲۹۸۷۰۱ گرم

و بنابراین ۱٫۱۰۵۷ × ۱٫۲۹۸۷۰۱ گرم = ذ گرم

در حد تقریب حاصل ضرب دو تقریب متعلق بمضروبین بترتیب کمترند از $\frac{۱}{۱۲۹۸۷۰۱}$

و $\frac{۱}{۱۱۰۵۷}$ پس تقریب متعلق حاصل ضرب کمتر میشود از مجموع آن دو یعنی از این جمله

$\frac{۱۲۹۸۷۰۱+۱۱۰۵۷}{۱۲۹۸۷۰۱\times۱۱۰۵۷}$ ولی این کسر مرکب است نظر باینکه حد تقریب معدود

باشد باین طور پیش میرویم: بر صورت چیزی می افزائیم و از مخرج چیزی میکاهیم و تقریب

متعلق حاصل ضرب کمتر میشود از این مقدار

$$\frac{۱۳۰۰۰۰۰+۱۲۰۰۰}{۱۲۹۰۰۰۰\times۱۱۰۰۰} = \frac{۱۳۱۲۰۰۰}{۱۴۱۹۰۰۰۰۰۰۰} = \frac{۱۳۱۲}{۱۴۱۹۰۰۰۰}$$

پس این تقریب کمتر است از ۱۰۰۰۰ ره پس تقریب حاصل ضرب کمتر شد از واحد رسم

چهارمش چونکه از این چهار رقم اول عددی ترکیب شود بزرگتر از ۱۰۰۱ در رقم

چهارم از نوع هزارم گرم میشود

مسئله کثافت زیبق این بود ۱۳٫۵۹۸ و کثافت آهن چکشی ۷٫۷۸۸ را قطعه

آهنی را در ظرف زیبق انداختیم بعضی از آن مغمور شد و بعضی خارج

صفحه زیبق ماند حال مطلوب حجم جزو مغمور است

چون آهن در زیبق فرو رود از وزنش کاسته میشود بقدر وزن آنقدر زیبقی که قائم

مقامش شده و چون اینجا تمام مغمور نشده معلوم است که ثقل بکلی از او سلب شده

پس حجم جزوی را که مغمور شده ح فرض میکنیم و حجم تمام آهن را حم و بهمان ح مجسم
آنقدر زیبق میشود که جزو مغمور قائم مقامش شده و وزن ح سانتیمتر مکعب زیبق باید
معادل باشد با وزن حم سانتیمتر مکعب آهن و سانتیمتر مکعب زیبق وزنش این است
۱۳٫۵۹۸ گرم و سانتیمتر مکعب آهن این ۷٫۷۸۸ گرم پس ۷٫۷۸۸ × حم = ۱۳٫۵۹۸ × ح

و بنابراین $ح = حم \times \frac{۷٫۷۸۸}{۱۳٫۵۹۸} = حم \times \frac{۷۷۸۸}{۱۳۵۹۸}$

این خارج قسمت را میتوان تا واحد رقم سومش تقدیر نمود و از روی مقادیر تقریبی معلوم
میتوان نسبت دو حجم را از آن حد تقریب گذرانید و هرگاه دو تقریب متعلق مقسوم
۷٫۷۸۸ و مقسوم علیه ۱۳٫۵۹۸ را بگیریم و بطریقی که در مضروبین مسئله سابق رفتار نمودیم
پیش رویم این حکم زود معلوم میشود

مسئله تخلخل طولی آهن بازاء افزایش هر درجه حرارت در میزان الحراره
۱۰۰ قسمتی نسبت بطول آن آهن اینست ۰٫۰۰۰۰۱۲۲ و مطلوب تخلخل طولی
ستاره آهنی باشد بطول ۲٫۲۴۵ متر در ۲۵ درجه حرارت تا ۰٫۰۰۱ متر تقریب
میزان تخلخل طولی ۰٫۰۰۰۰۱۲۲ عبارتست از مقدار افزایش واحد طول جسم در
یکدرجه حرارت و از اینقرار هر متری از ستاره در یکدرجه حرارت بقدر ۰٫۰۰۰۰۱۲۲ متر
تمدد مییابد و در ۲۵ درجه حرارت بقدر ۲۵ × ۰٫۰۰۰۰۱۲۲ متر یعنی هر متری بقدر
۰٫۰۰۰۳۰۵ متر افزوده میشود پس تمدد کل بقدر میشود ۲٫۲۴۵ × ۰٫۰۰۰۳۰۵ متر
تقریب مطلق در این عدد ۰٫۰۰۰۰۱۲۲ کمتر است از $\frac{۱}{۱۰^{۷}}$ و چون ضربش کنیم
در ۲۵ تقریب مطلق حاصل ضرب ۰٫۰۰۰۳۰۵۰ کمتر میشود از ۲۵ واحد مرتبه
رستم اخیر صفر و چون ۲۵ کمتر است از این کسر نصف $\frac{۱}{۱۰۰}$ از ۳۰۵۰ پس تقریب متعلق
آن حاصل ضرب کمتر میشود از $\frac{۱}{۱۰۰}$ و چون مضروب حقیقی است تقریب متعلق حاصل

ضرب کمتر میشود از $\frac{۱}{۱۰۰}$ و از این قرار میتوانیم آنرا تا کمتر از واحد رقم دوم‌اش بدست آوریم
و آن از نوع صدهزارم است یعنی کمتر است از ۰٫۰۰۰۰۱

مسئله مقدار تخلخل اجزاء مفرده نسبت بحجمی که در صفر درجه حرارت داشته باشند
بازاء هر درجه افزایش این است ۰٫۰۰۳۶۶ حال مطلوب حجم یک لیتر هوای صفر
درجه است در حرارت ۲۷ درجه و همچنین وزن یک لیتر از هوای ۲۷ درجه تا هزارم گرم تقریبا
اولا ظاهر است که یک لیتر از هوای صفر درجه چون به ۲۷ درجه رسید ظرفی را مشغول کند
که گنجایشش اینقدر باشد
۱ + ۰٫۰۰۳۶۶ × ۲۷ = ۱٫۰۹۸۸۲ لیتر

ثانیا چون وزن بخار به تغییر حجم اختلاف نپذیرد معلوم میشود که
موازی ۱٫۰۹۸۸۲ لیتر هوای ۲۷ درجه این وزن است ۱٫۲۹۸۷۰ گرم یا وزن
۱٫۰۹۸۸۲ × ۱ لیتر هوا مساوی است با ۱٫۲۹۸۷۰۱ گرم پس وزن یک لیتر هوا مساوی است
با $\frac{۱٫۲۹۸۷۰۱}{۱٫۰۹۸۸۲}$ گرم یا با $\frac{۱۲۹۸۷۰۱}{۱۰۹۸۸۲۰}$ گرم

و چون خواهیم این وزن را تا ۰٫۰۰۱ تقریب بدست آوریم یعنی تا چهار رقمش را
معلوم کنیم بقاعدهٔ اختصار این عدد را ۱۲۹۸۷۰ بر ۱۰۹۸۸۲ قسمت میکنیم و عمل را
تا رقم چهارم میگذاریم و بعد رسم اعشار از او جدا میکنیم

و چون بفرض تقریب ۰٫۰۰۳۶۶ کمتر است از ۰٫۰۰۰۰۱ تقریب مطلق حاصل ضرب
۰٫۰۰۳۶۶ × ۲۷ یا ۰٫۰۹۸۸۲ و بنابراین تقریب ۱٫۰۹۸۸۲ کمتر میشود
از ۲۷ صدهزارم و ۲۷ صدهزارم کمتر است از یک جزو از هزار جزو این عدد ۱٫۰۹۸۸۲ را
و بلکه از یک جزو از چهار هزار جزو ... و در قسمت ۱۲۹۸۷۰۱ بر ۱۰۹۸۸۲۰ تقریب
متعلق مقسوم کمتر است از $\frac{۱}{۱۰^۶}$ و از مقسوم علیه کمتر از $\frac{۱}{۴ \times ۱۰^۳}$ پس تقریب متعلق
خارج قسمت کمتر میشود از این مجموع $\frac{۱}{۱۰۰۰۰۰۰} + \frac{۱}{۴۰۰۰} = \frac{۱۰۰۴}{۴۰۰۰۰۰۰}$

واین کسر کوچکتر است از $\frac{1}{3000}$ وچهار رقم اول خارج قسمت عدد است کوچکتر از ۳۰۰۰ پس خارج قسمت را ابتدا از یسار میتوان تا کمتر از واحد رقم چهارمش بدست آورد و آن رقم از نوع هزارم است پس وزن مطلوب تا کمتر از هزارم گرم تقدیر شود

مسئله مقدار تخلخل حجمی جسم کسری است مساوی بر کسر تخلخل طولی چنانچه در آهن اینست ۰٫۰۰۰۰۳۶۶ و مطلوب سه چیز است تا ۰٫۰۰۱ تقریباً اولاً کثافت آهن در ۳۰ درجه حرارت بنابر آنکه در صفر درجه ۷٫۷۸۸ باشد ثانیاً وزن شکر آهنی است که در ۳۰ درجه باین حجم باشد ۵۴۸ اذ فوا وهم مکعب ثالثاً حجم همان شکر است در صفر درجه حرارت

وزن یک سانتیمتر مکعب آهن صفر درجه ۷٫۷۸۸ گرم است و حجم این سانتیمتر مکعب در ۳۰ درجه چنین میشود $1 + 0.0000366 \times 30 = 1.001098$ سانتیمتر مکعب ولی وزنش بهمان وزن قدیم ۷٫۷۸۸ گرم باشد پس وزن یک سانتیمتر مکعب آهن ۳۰ درجه چنین میشود $\frac{7.788}{1.001098}$

پس چون بر رسم معهود کثافت آب چهار درجه را واحد بگیریم کثافت مطلوب آهن ۳۰ درجه حرارت چنین است $\frac{7.788}{1.001098}$ و این خارج قسمت را تا ۰٫۰۰۱ تقریب تقدیر کنیم و چون آن صاحب چهار رقم شد باید مقسوم علیه را با ۶ رقم گرفت باینصورت ۱٫۰۰۱۱ را (اندک اضافی) و بعد قسمت کرد ۷٫۷۸۸۰۰ را بر ۱٫۰۰۱۱ را و عمل را تا رقم چهارم راند و میتوانیم نیز مقسوم علیه ۱٫۰۰۱۰۹۸ را با تمام رقم بگیریم و عمل اختصار قسمت (۴۶) را مجری داریم و در هر صورت کثافت مطلوب این است ۷٫۷۷۹

چون کثافت آهن ۳۰ درجه حرارت این شد ۷٫۷۷۹ وزن یک سانتیمتر مکعبش در این حرارت ۷٫۷۷۹ گرم هست پس وزن ۵۴۸ را متر مکعبش این میشود

$7.779 \times 548 = 7.779 \times 548000$ کیلوگرم گرم

حال چون حجم آنرا در صفر درجه ل فرض کنیم در ۳۰ درجه حجم ل چنین میشود

ل + ل × ۰٫۰۰۰۰۳۶۶ × ۳۰ = ل × ۱٫۰۰۱۰۹۸ و بعد این نسبت

حاصل میشود ۱٫۵۴۸ = ۱٫۰۰۱۰۹۸ × ل و بنابراین $\frac{۱٫۵۴۸}{۱٫۰۰۱۰۹۸}$ و این

خارج قسمت را تا ۰٫۰۰۰۱ تقریب بدست آوریم یعنی تا کمتر از واحد رقم چهارم شش

پس از مقسوم علیه شش رقم اختیار میکنیم و ۱٫۵۴۸ را قسمت میکنیم بر ۱٫۰۰۱۱

(اندک اضافی) و جواب چنین میشود حجم مطلوب = ۱٫۵۴۶ متر مکعب

و میتوانیم اول در مقسوم سه رقم اختیار کنیم و قسمت مختصر (۴۶) را جاری کنیم

در مسائل متعلقه بعلم هیأت

۱۶۸ در تاریخ مسیحی قرنات شمسی دوره ۲۸ ساله است از سنین رومی که چون منقضی شد ایام هفته بهمان ترتیب در همان ایام ماههای رومی عود میکند یعنی که هرگاه در سالی اول کانون الثانی روز شنبه باشد بعد از انقضای ۲۸ سال باز بروز شنبه ابتدا میشود و همچنین در سایر شهور و ایام آنها و قرنات قمری که عدد ذهبیش نیز گویند دوره است از ۱۹ سال رومی که چون منقضی شد غرهٔ ماههای هلالی بهمان تواریخ رومی که در دورهٔ سابق واقع شده بودند عود میکنند یعنی بهمان نسبتی که در دورهٔ اول میان اجزای سنین قمری و اجزای سنین رومی بود بعینه در دورهٔ دوم واقع میشود

و بالجمله قرنی دیگر است مرکب از ۱۵ سال رومی که منسوب بوده است به بعضی از امور شرعیه و عدلیه اهل رومه و آنرا قرنات دعوت میگویند ابتدای این سه قرن در سال ۴۷۱۴ قبل از مسیح با هم موافق آمد حال میخواهیم بدانیم که بعد از آن تاریخ در چه سالی باز این سه قران موافق خواهند و بنابراین فاصله بین التاریخین چه قدر است و از ادوار دورهٔ رومی و قیصری گویند (تفصیل این ادوار در قانون ناصری شرح داده ایم)

بانجا رجوع کنید)

فاصلهٔ ما بین سال اول یکی از قرون شمسیه و سال اول قرن شمسی دیگر عددی است
مسلماً اضعاف ۲۸ و همچنین فاصلهٔ ما بین دو قرن قمری اضعاف ۱۹ باشد
و فاصلهٔ ما بین دو قرن دعوت اضعاف ۱۵ باشد و فاصلهٔ مطلوب معلوم است
باید عددی باشد که این هر سه شرط درآن صدق کنند و ازاین قرار باید عددی
باشد قابل قسمت براین اعداد ۲۸ و ۱۹ و ۱۵ و کوچکترین عدد و چون این هر
سه با هم متباین میباشند مدت مطلوب چنین میشود ۱۵ × ۱۹ × ۲۸ و این مدت دورهٔ ژولی است
سال اول تاریخ مسیحی مطابق بوده با سال دهم قرن شمسی و با سال دوم قرن
قمری و با سال چهارم قرن دعوت و حال میخواهیم بدانیم که در سال
۱۸۵۸ مسیحی نمرهٔ هر کدام از این سه قرن چه بوده

از اینقرار نه سال قبل از مبدأ تاریخ ابتدای قرن شمسی بوده و از ابتدای آن قران تا سال
۱۸۵۸ مدت ۱۸۶۷ سال منقضی شده پس باید دید که در ۱۸۵۸ چند مرتبه ۲۸
مندرج است همین قدر عدد قرونی است که تا تاریخ مفروض گذشته و خارج قسمت
اول بر ثانی ۶۶ است و باقی ۱۹ پس معلوم میشود که سال ۱۸۵۸ موافق است
با سال ۱۹ام قرن شمسی ۶۷ام و همچنین یکسال قبل از مبدء تاریخ اول قرن قمری بوده
و تا تاریخ مفروض اینقدر سال منقضی شده ۱ + ۱۸۵۸ = ۱۸۵۹
پس این عدد را بر ۱۹ قسمت میکنیم خارج قسمت ۹۷ است و باقی ۱۶ یعنی
که سال ۱۸۵۸ سال شانزدهم قرن ۹۸ام قمری بوده پس در سال ۱۸۵۸
عدد ذهبی ۱۶ بوده و همچنین معلوم میکنیم که سال ۱۸۵۸ مقارن بوده است با نهم
دوازدهم قرن دعوت

مسئله سال شمسی وسطی مرکب است از ۳۶۵,۲۴۲۲۶ شبانه روز و میخواهیم آن را تحویل کنیم بروز و ساعت و دقیقه و ثانیه و اعشار ثانیه

صورت عمل این است

۳۶۵,۲۴۲۲۶
۲۴
―――――
۹۶۹۰۴
۴۸۴۵۲
―――――
۵,۸۱۴۲۴ ساعت
۶۰
―――――
۴۸,۸۵۴۴۰ دقیقه
۶۰
―――――
۵۱,۲۶۴۰۰ ثانیه

جواب این است ۳۶۵ یوم ۵ ساعت ۴۸ دقیقه ۵۱,۲۶ ثانیه و راه عمل واضح است در عمل جزو اعشار مضروب را جدا فرض کرده و در مضروب فیه ضرب نموده ایم (این کسر روز ۰,۲۴۲۲۶ معادل است با ۰,۲۴۲۲۶ × ۲۴ ساعت و این معادل است با ۵,۸۱۴۲۴ ساعت)

مسئله مدت یک دوره حرکت عطارد در حول آفتاب ۸۷,۹۷۰۷۹ شبانه روز و دوره زهره حول آفتاب ۲۲۴,۷۰۰۷۸ شبانه روز و دوره زمین ۳۶۵,۲۵۶۳۷ شبانه روز (و آن سال نجومی است) و دوره مریخ ۶۸۶,۹۷۹۶۴ شبانه روز و دوره مشتری ۴۳۳۲,۵۸۴۸۰ شبانه روز و دوره زحل ۱۰۷۵۹,۲۱۹۸ شبانه روز و دوره اورانوس ۳۰۶۸۶,۸۲۰۵۸ شبانه روز و دوره نپتون ۶۰۱۲۷ شبانه روز حال میخواهیم جمیع این عدد ایام را تحویل کنیم بسال و روز و ساعت و دقیقه و ثانیه بنا بر آنکه طول سال عدد ایام حرکت انتقالیه زمین باشد در حول آفتاب

دو عدد ایام دو دوره اول چون اقصر از طول سال که ۳۶۵,۲۵۶۳۷

روز باشد پس همین کسر اعشار روز آنها را تحویل میکنیم بساعت و دقیقه و ثانیه

۱۵ ۱۱ درا وواری که عدداهشان اطول باشند از سال مذکور هر کدام را بر

۳۶۵،۲۵۶۳۲ قسمت میکنیم جزو صحیح خارج قسمت عدد سنین مطلوب است و جزو صحیح

باقی عدد ایام اضافه است و جزو اعشار باقی تحویل میکنیم بساعت و دقیقه و ثانیه

مسئله که در علم هیئت ذکر نمود

سیاره

در حول آفتاب بر نسبت مکعبات فاصله های وسطی همان سیارات است

از آفتاب حال میخواهیم مقدار این فاصله ها را تا ۱۰ رقم معلوم کنیم

بنا بر آنکه فاصله زمین از آفتاب واحد باشد

فاصله عطارد را از آفتاب ل فرض میکنیم پس بحکم مسئله

$$\left(\frac{۸۷،۹۶۹۲۵۸}{۳۶۵،۲۵۶۳۲}\right)^۲ = \left(\frac{۸۷،۹۶۹۲۵۸}{۳۶۵،۲۵۶۳۲}\right) = ۱ : ل^۳$$

حال مقدار ل بدو وجه معلوم شود اول بلگاریتم و این اولی است و دوم باستخراج کعب جذر

دوم مساوی پس بلگاریتم

$$\frac{۲ لت ۸۷،۹۶۹۲۵۸ - ۲ لت ۳۶۵،۲۵۶۳۲}{۳} + ع = ل \times ۱۰^ع ۱ لت$$

یا آنکه $\frac{۳ع + ۲ لت ۸۷۹۶۹۲۵۸ - ۲ لت ۳۶۵۲۵۶۳۲}{۳} = ل \times ۱۰^ع$ ۱ لت

در این مساوی چون ع را واحد فرض کنیم اجرای تفریق ممکن میشود و ما بقی عمل

چنان است که در اول کتاب گذشته و عمل زهره مانند عطارد است و سایر سیارات

چون ابعادشان از بعد زمین بیشتر است احتیاجی باستعمال قوت معینه ۱۰ نیست

۱۶۹ خط ب ح که بطول ط منتهاست از نقطه م بزاویه آ دیده شده

یعنی که چون این نقطه را مساوی البعد فرض کنیم از دو نقطه ب و ح از طرفین

[illegible] مقدار زاویه جب [illegible] یا قوس ب ح قدر یکثانیه است حال

میخواهیم فاصلهٔ ب ب را نسبت بطول ط تا واحدی تقریب معلوم کنیم چون
قوس ب ب بمقدار ۲ است جایز است اینجا که قوس را با وترش یکی دانیم یعنی
طول قوس آ = ط و این تقریب محسوس نشود و محیط هر دایره مرکب است
از ۰ ۶ ۳ م و آن ۰ ب را ۰ ۶ ۳ × ۰ م = ۰ ۶ × ۰ ۶ × ۰ ۶ ۳ = ۰ ۰ ۰ ۶ ۹ ۲ ۱
پس این لست و ی و حل شود ف ۲ ط = ۲ ط ۰ ۰ ۰ ۶ ۹ ۲ ۱ یا ف ط = ۲ ط ۰ ۰ ۰ ۸ ۴ ۶
و اینجا ف . . . لیست تصلیم لمرب است پس

$$ط \times \frac{1}{ط} \times ۶۴۸۰۰۰ = ط \times \frac{۶۴۸۰۰۰}{ط} = ف$$

و باید حاصل ضرب با این علامت جامعه را تا کمتر از واحد معلوم کنیم و این عمل را بطریق مختصر بجا آوریم

$$\frac{1}{ط} = ۰٫۳۱۸۳۰۹۸۸۶۱$$

۰٫۳۱۸۳۰۹۸۸۶۱
۰۰۰۸۴۶
۱۹۰۹۸۵۹۲۸
۱۲۷۳۲۳۹۴
۲۵۴۶۴۷۳
(*) ۲۰۶۲۶۴٫۷۹۴

* (چون نصف قطر طول مدار زمین در او ز ب کواکب مد ترا هست بزاویه که کمتر از آ
و از این قرار فاصلهٔ آن کوکب از زمین اعظم است از ۲۰۶۲۶۴٫۷ برابر آن نصف
قطر طول)

پس معلوم شد که ط ۲۶۴ ۲۰۶ = ف تا کمتر از طول ط تقریب نقصانی و با نظر
با که عمل و سبق تر باشد حاصل ضرب را تا ۱ ره تقریب معلوم کردیم
باید این نکته را ملتفت شوید که چرا اصل ضرب ۶۴۸۰۰۰ در $\frac{1}{ط}$ را قرار دادیم بجای
عمل قسمت عدد اول بر ط چونکه این ضرب مثل آنست که مضروب همین صاحب رقم
۶۴۸ باشد و لی در قسمت هیچ فرق نیست میان اصفار جلو و سایر ارقامی که بجای او

بوده باشند یعنی آن اصغار بسبب اختصار عمل قسمت نمیشوند

نصف قطر زمین ن ق بنظر ساکنان آفتاب موتر است بزاویه ۸٫۵۷ ثانیه و مطلوب فاصله
ف آفتاب از زمین تا واحد ع تقریب بنا بر آنکه نصف قطر زمین واحد باشد
(زاویه ۸٫۵۷ ثانیه را اینجا اختلاف منظر افقی وسطی آفتاب گویند رجوع کنید بقانون ۲ مبحث)
س = ۸٫۵۷ ثانیه فرض کنیم پس

ف س ۲ = ۱۲۹۶۰۰۰ ث / ۸٫۵۷ = ۱۲۹۶۰۰۰ ثانیه

و بنا بر این س (۶۴۸۰۰۰ × ۱/ط ÷ ۸٫۵۷) = ۶۴۸۰۰۰ ث / (۸۵۷ × ط) = ف

پس باید حاصل ضرب ۱/ط × ۶۴۸۰۰۰ را معلوم کنیم و تقسیم کنیم بر ۸٫۵۷ و
خارج قسمت را تا واحد بتقریب بدست آوریم و آن صاحب ۵ رقم باشد و در قسمت اول مقسوم
علیه ۸ است

و شناختن ۷ رقم مقسوم ما را کافی است تا بتوانیم خارج قسمت را تا ۰٫۵ تقریب بدست
آوریم پس این عدد را ۲۰۶۲۶۴٫۸ بر ۸٫۵۷ قسمت میکنیم باین صورت

```
۲۰۶۲۶۴۸۰۰۰   | ۸۵۷
 ۳۴۸۶        | ۲۴۰۶۸٫۲
  ۵۸۴۸
   ۷۰۶۰
    ۲۰۴۰
     ۳۲۶
```

پس س ۲۴۰۶۸ = ف تا کمتر از ۰٫۵ تقریب

اینجا زاویه جزء ف منظر افقی وسطی آفتاب را حقیقی فرض نمودیم ولی تا کمتر از ۰٫۰۵
تقریب است و ممکن است تقریب مقسوم را نیز منظور داریم

۵۵ نصف قطر اطول مدار زمین ن ق در کوکب ع دجاجه موتر است
بزاویه ۰٫۳۷ ثانیه یعنی اختلاف منظر ان کوکب بین فضا و اسم که ذکر شد و مطلوب

فاصلهٔ ف از آن کوکب است تا زمین بواحد تقریب بنابر آنکه نصف قطر طول نق
از مدار زمین به حد نا شد

نق = ۲۳۷ره ، نق = ۲۳۷ره × آ پس $\frac{\text{نق}}{\text{۲۳ره}}$ = آ

و نف = نق ۳ = $\frac{\text{۱۲۹۶۰۰۰۰ ق}}{\text{۵٫۳۶}}$ بنابراین نق ($\frac{\text{۶۴۸۰۰۰۰ × ۱/نق}}{\text{۵٫۳۶}}$) = ف

باز رسیدیم به حاصل ضرب $\frac{\text{۱}}{\text{نق}}$ × ۶۴۸۰۰۰ ع که باید تقسیم نمود بر ۵٫۳۶ تا کمتر
از واحد

و خارج قسمت صاحب ۶ رقم است باید در این باب تدقیق مقسوم را تا ۸ رقم

```
۲۰۶۲۶۴۸        ۳۷
 ۲۱۲            ۵۵۷۴۷۲۴۸
  ۲۷۶
   ۱۷۴
    ۲۶۸
     ۹۰
      ۱۶۰
       ۱۲۰
```

ف = ۵۵۴۷۲۵ ق

مقسوم علیه را حقیقی فرض نمودیم پس اگر تقریبش را تا کمتر از ۱ ۰ره بگیریم یعنی تقریب مستقیم را
کمتر از $\frac{\text{۱}}{\text{۳۴}}$ باید در تقدیر عدد تقریب خارج قسمت آنرا منظور آورد
بعد از حل این مسائل باید بر متعلم خوب معلوم شده باشد راه تعیین حد تقریبی را که ممکن است
از روی تقریب معلومات مسئله در نتیجه عمل منظور آورد

در قابل قسمت بودن عددی بر ۱۱

۵۱ قاعدهٔ تعیین باقی قسمت هر عدد بر ۱۱ از این قرار است
ابتدا از یمین صور ارقام مراتب فرد را جمع کنید و از آن تفریق کنید مجموع صور
ارقام مراتب زوج را پس اگر چیزی باقی نماند عدد مفروض قابل قسمت است
بر ۱۱ و اگر باقی ماند قسمت میکنیم آنرا بر ۱۱ و آنچه ثانیاً باقی ماند قسمت عدد

مفروض است بر ۱۱ و اگر اتفاقاً مفروق بزرگتر باشد از مفروق عنه باید اضعاف ۱۱ را بقدر برآن افزود تا تفریق ممکن شود و آنچه باز باقی ماند همان باقی قسمت عدد مفروض است بر ۱۱

نتیجه بس شرط قابل قسمت بودن عددی بر ۱۱ همین شد که فضل مجموع صور ارقام مراتب فردش بر مجموع صور ارقام مراتب زوجش صفر باشد یا عددی شود قابل قسمت بر ۱۱

مثال در این عدد ۷۴۸۷۵۶ میزان اول این است ۷+۴+۶=۱۷

و میزان دوم ۸+۵=۱۳

تفاضل ۴

پس عدد مفروض تا قسمت بر ۱۱ و باقی تقسیمش ۴ است

مثال دوم در این عدد ۸۳۵۴۸۷ میزان اول این است ۷+۴+۳=۱۴

میزان دوم ۸+۵+۸=۲۱

چون اجرای تفریق ممکن نشود بر ۱۴ باید ۱۱ افزود و از مجموع ۲۵ تفریق نمود ۲۱ را باقی میماند ۴ پس باقی قسمت ۸۳۵۴۸۷ بر ۱۱ چهار است

قاعدهٔ مذکوره مبنی است بر این دو حکم

اولاً واحدی که عدد اضعاف تالیش زوج باشد مضرب است از ۱۱ با اضافه ۱

ثانیاً واحدی که عدد اضعاف تالیش فرد باشد مضرب است از ۱۱ منهای ۱

برای اثبات این دو حکم قوتی از ۱۰ را بر ۱۱ قسمت میکنیم

$$\begin{array}{r|l} 100 & 11 \\ 100 & 9090\ldots \\ 1 & \end{array}$$

دراین قسمت چنانچه ظاهر است دو نوع باقی بدست می آید ۱۰ و ۱. هرجا عدد اصفار مستقله زوج باشد باقی ۱ است و هرجا فرد باشد ۱۰ پس اگر بهمه جهة عدد اصفار مقسوم زوج باشد باقی اخیر ۱ میشود خارج قسمت صحیح این قسمت را م فرض میکنیم آنوقت این تساوی بدست می آید

مضربی از ۱۱ باضافه ۱ = ۱ + م × ۱۱ = ۱۰۰۰۰

و اگر عدد اصفار تالی واحد مقسوم فرد باشد باقی ۱۰ است و این تساوی نتیجه میشود

مضربی از ۱۱ منهای ۱ = ۱ − ۱۱ + م × ۱۱ = ۱۰ + م × ۱۱ = ۱۰۰۰۰۰

نتیجه هر رقمی که عدد اصفار تالیش زوج باشد مضربی است از ۱۱ باضافه صورت آن رقم و هر رقم که عدد اصفار تالیش فرد باشد مضربی است از ۱۱ منهای صورت آن رقم

مثال ۶ + ۶ × م × ۱۱ = ۶ × (۱ + م × ۱۱) = ۶ × ۱۰۰۰۰ = ۶۰۰۰۰

۶ − ۶ × م × ۱۱ = ۶ × (۱ − م × ۱۱) = ۶ × ۱۰۰۰ = ۶۰۰۰

حال عدد مرکبی احتیار میکنیم و می بینیم که ابتدا از همین مقدار متعلق بهر رقم مراتب فرد تعیین میکنیم و آن رقم است که بعدد ارقام سمت یمین صفر بآن ملحق کنیم و از این قرار عدد اصفار الحاقی زوج میشود پس بنابر آنچه سابق ذکر شد مقدار متعلق این رقم مضربی است از ۱۱ باضافه صورت آن رقم

و بهمین وجه معلوم میشود که مقدار متعلق هر رقمی از مراتب زوج مضربی است از ۱۱ منهای صورت آن رقم پس مانند آنچه در خصوص ۹ ذکر شده میتوان اینجا بیان کرد

مثال این عدد را ۳۵۴۸۷ بتفصیل ذیل مجری میکنیم

۷		= ۷
۸	− مضربی از ۱۱	= ۸۰
۴	+ مضربی از ۱۱	= ۴۰۰
۵	− مضربی از ۱۱	= ۵۰۰۰
۳	+ مضربی از ۱۱	= ۳۰۰۰۰

(۸ + ۵) − (۳ + ۴ + ۷) + مضربی از ۱۱ = ۳۵۴۸۷

پس هر دو مساوی شد بمضربی از ۱۱ باضافه مجموع صور ارقام مراتب فرد منهای مجموع صور ارقام مراتب زوج ابتدا از یمین

ع = ۱۱ × م + مج − مجَ ‎(۱۱)

درین دستور ع عدد مفروض است و م علامت مضرب و مج و مجَ دو حاصل جمع مذکور

درین مسئله سه حالت ممکن است اتفاق شود این قسم است مج = مجَ و مجَ ‹ مج و مجَ › مج

حالت اول مجَ = مج چون باقی مجَ − مج صفر است عدد ع مضربی است از ۱۱ و ع = ۱۱ × م

حالت دوم مجَ ‹ مج فرض میکنیم ل = مجَ − مج درینصورت ل + م × ۱۱ = ع چون ع مرکب شد از مضرب ۱۱ باضافه ل باقی قسمت این تفاضل بر ۱۱ همان باقی قسمت عدد مفروض ع است بر ۱۱ پس اگر ل نیز مضربی باشد از ۱۱ عدد مفروض ع قابل قسمت میشود بر ۱۱

حالت سوم مجَ › مج چون اینجا این تفریق ممکن نشود باید بر مج مضربی از ۱۱ اضافه نمود ولی همین قدر که لازم باشد و تفریق ممکن شود و فرض میکنیم نه × ۱۱ چنین مضربی باشد و این مساوی را مینویسیم مجَ − مج + نه × ۱۱ − ۱۱ × نه − ۱۱ × م = ع

فرض میکنیم لَ = مجَ − (مج + نه × ۱۱) پس لَ + ۱۱ × نه − ۱۱ × م = ع

موافق این مساوی ع مرکب شد از مضربی از ۱۱ (نه × ۱۱ − م × ۱۱) باضافه عدد لَ که کوچکتر است از ۱۱ پس ظاهر است که لَ باقی قسمت ع است بر ۱۱ (رجوع کنید بمثال دوم مذکور)

تنبیه بهمان وجه که سابقاً ضرب و قسمت را از روی ۹ امتحان میکردیم

میتوان انتون ۱۱ را قائم مقام آن قرار داد و امتحان نمود و تفصیل تعبیه آن است که اینجا ذکر شده غیر از آنکه باید بهمه جا عوض ۹ رقم ۱۱ گفت ولی باین امتحان هم نمیتوان بصحت عمل مطمئن شد

فاعده مختصر در استخراج جذر اعداد

۵۱ هرگاه جذر عددی صحیح باید صاحب چندین رقم باشد میتوان بوجهی دیگر آن جذر را خیلی زودتر از راه رسمی بدست آورد

بعد از آنکه بقاعده رسمی جذر قوه از یسار ضد معلوم کردیم مثلاً م رقم میتوانیم بعض قسمت بدست آوریم ۲ رقم ۳ رقم .... تا ۱-م رقم جدید از آن جذر را

قاعده کلی فرض میکنیم که بقاعده رسمی م رقم اول سمت یسار جذر عدد صحیح مفروض را استخراج کرده باشیم و از ان ارقام عدد ب ترکیب شود و بخواهیم ۱-م رقم دیگر در جذر معلوم کنیم و در این صورت باقی تفریق است از مجموع م قطعه اول سمت یسار عدد مفروض بدست آمده و کوشد بدست میآید پس ۱-م قطعه دیگر عدد را بر یمین باقی مذکوره فرود میآوریم و از سمت یمین چنین عددی که اکنون صورت گرفته ۱-م رقم جدا میکنیم و باقی سمت یسار را قسمت میکنیم بر مضاعف جزء از جذر که سابق پیدا شده یعنی بر ۲ب و اگر خارج قسمت صحیح این تقسیم صاحب ۱-م رقم نباشد (یعنی بعدد قطعات فرود آمده) پس بالحاق صفر و چند صفر بسار یمین بهمان عدد و این خارج قسمت را در یمین ب مینویسیم پس آنچه حاصل شد جذر مطلوب عددی است که از جمیع قطعات مستعمله مرکب شده تا کمتر از واحد بتقریب صافی با نقصان و آنوقت اگر بخواهیم بدانیم که چنین جذر کمین شده تقریبش چیست نقصانی است و اگر

چنین شد پس فضل عدد مرکب از ا – م + م قطعهٔ مستعمله بر مجذور آنچه جذر در آن است

بر باقی مانده تقسیم ملحق میکنیم ا–م رقمی را که از سمت یمین مقسوم جدا کرده

بودیم و در عمل قسمت استعمال نشده بود و از این حاصل مجذور خارج قسمت را

تفریق میکنیم پس اگر اجرای تفریق ممکن شود جذر تکمیل شده تفریق بدین نقصان است

و باقی مطلوب هم بدست آمده و اگر تفریق ممکن نشود تفریق بیان آن جذر را اصلاح است

و باید از خارج قسمت واحد موضوع کرد قبل از آنکه در موضع جذر نوشته

شود تا مطمئن شویم که رقم اخیر سمت یمین این عمل صحیح است

و در این صورت اگر بخواهیم فضل عدد را بر مجذور جذر بدانیم مقسوم علیه ا را بر باقی قسمت اضافه

میکنیم و در سمت یمین مجموع فرود می آوریم ا–م رقمی را که از یمین مقسوم جدا شده بود

و در قسمت استعمال نشده بود و بعد مجذور خارج قسمت صحیح را از آن حاصل موضوع

میکنیم آنچه باقی ماند فضل ا–م + م قطعهٔ مستعمله است بر مربع جذر صحیح

این قاعده را اکنون جاری میکنیم و بعد مثالی میاریم و فرض میکنیم که جذر مطلوب

صاحب ۵ رقم باشد

مثال مطلوب است $\sqrt{۳۲۷۶۷۲۴۸۲۶}$ و صورت عمل این است

۳۲۷۶۷۲۴۸۲۶	۵۷۲۴۲
۷۷۶	۱۵۷۰۷
۲۷۷۳	۱۱۴۲۰۲
۴۸۸۴۸ ۲۶	۱۱۴۴
۳۵۸۸	۴۲
۸۵۵۳۶	۴۲
۱۷۶۴	۸۴
۷۸۲۶۲	۱۶۸
	۱۷۶۴

بعد از آنکه بقاعدهٔ رسمی سه رقم اول سمت یسار جذر را یافتیم این شد ۵۷۲ و باقی ماند

۴۸۸ در یمین این باقی فرود می آوریم دو قطعه دیگر عدد مفروض را و دو رقم از یمین جدا میکنیم
و آنچه در یسار ماند ۴۸۸۴۸ قسمت میکنیم بر مضاعف جذری که بدست آمده یعنی ۲ × ۵۷۲
تا ۱۱۴۴ خارج قسمت صحیح این قسمت ۴۲ است می‌نویسیم آن را در یمین ۵۷۲ و عدد ۵۷۲۴۲
که بدست می آید جذر مطلوب است تا واحدی تقریب اضافی یا نقصانی

تحقیقی دیگر که در ضمن قاعده ذکر شده اجمالاً آورده ایم در یمین باقی ۸۰۰ قسمت فرود آوردیم و در قسمت
۲۶ را که غیر مستقل ماند و از حاصل تفریق نمودیم مجذور خارج قسمت ۴۲ را
و چون تفریق ممکن شد عدد ۵۷۲۴۲ جذر عدد مفروض باشد تا واحدی تقریب نقصانی
و $۳۲۷۶۷۲۴۸۲۶ - ۵۷۲۴۲^{۲} = ۷۸۲۶۲$

برهان

جذر مطلوب چون باید صاحب ۵ رقم باشد ۵۷۲ عدد مآت آنست پس آن جذر مرکب میشود
از ۵۷۲۰۰ باضافه عدد ح که کمتر از ۱۰۰ باشد پس عدد مفروض ۳۲۷۶۷۲۴۸۲۶
شامل میشود مربع این عدد را ح + ۵۷۲۰۰ یعنی این عدد را

$$۵۷۲۰۰^{۲} + ۲ \times ۵۷۲۰۰ \times ح + ح^{۲}$$

و بعد از آنکه ۵۷۲۰۰² را از عدد مفروض موضوع نمودیم باقی ماند ۴۸۸۰۰۰۰ باضافه
جزء غیر مستقل ۴۸۲۶ و بهم جمعه ۴۸۸۴۸۲۶ و این باقی دارای دو جزء دیگر مجذور
مذکور است جزء اول آنها عدد ۲ × ۵۷۲۰۰ × ح از جنس مات است و تمامش مندرج میشود
در ۴۸۸۴۸ مات باقی و ۲۶ واحد ممکن نیست جزو آن واقع شوند پس چون ۴۸۸۴۸ مات را
بر ۲ × ۵۷۲ یا بر ۱۱۴۴ مات قسمت کنیم یعنی مطلق ۴۸۸۴۸ را بر ۱۱۴۴ خارج صحیح
خارج قسمت ح مطلوب است یا اندکی بیشتر از قاعده مذکوره و در اول مره را بهمین نحو
یافته ایم و ظاهر است نوافقش آنچه در اصل کتاب ذکر نموده ایم در خصوص ما فیش یک یک

ادامه

از اعدادی که در حد ذاتی باشند ولیکن بیشتر معلوم نشده را)

و حال مقصود بیان این مطلب است که اگر خارج قسمت صحیح از عدد ح تجاوز نماید ممکن نیست از ۱+ح بگذرد زیرا که چون جذر عدد مفروض تا کمتر از واحد این است ح + ۵۷۲۰۰ خود عدد کمتر میشود از $(۵۷۲۰۰+ح+۱)^۲$ که مساوی است با

$$۵۷۲۰۰^۲ + ۲ × ۵۷۲۰۰ × (ح+۱) = (ح+۱)^۲$$

و چون از آن عدد $۵۷۲۰۰^۲$ را تفریق نمودیم باقی ۴۸۸۴۸۲۶ کمتر میشود از $(ح+۱)^۲ + (ح+۱) × ۲×۵۷۲۰۰$ و بطریق اولی ۴۸۸۴۸۰۰ خیلی کمتر میشود از آن

پس خارج قسمت از تقسیم ۴۸۸۴۸۰۰ بر ۲×۵۷۲۰۰ یا از تقسیم ۴۸۸۴۸ بر ۲×۵۷۲ = ۱۱۴۴ کمتر میشود از خارج قسمت تقسیم $۲×۵۷۲۰۰×(ح+۱)+(ح+۱)^۲$ بر همان مقسوم علیه ۲×۵۷۲۰۰ و خارج قسمت ثانی این است

$$\frac{۲×۵۷۲۰۰×(ح+۱)+(ح+۱)^۲}{۲×۵۷۲۰۰} = ح+۱+\frac{(ح+۱)^۲}{۲×۵۷۲۰۰}$$

و جزو صحیح این خارج قسمت همان ۱+ح باشد نه بیشتر چونکه کسر $\frac{(ح+۱)^۲}{۲×۵۷۲۰۰}$ کوچکتر از واحد است زیرا که بنا بر فرض مسئله $ح+۱ < ۱۰۰$ و $ح+۱ < ۲×۵۷۲$

و چون طرفین این دو نامساوی را در هم ضرب کنیم $(ح+۱)^۲ < ۲×۵۷۲×۱۰۰$ یعنی صورت کسر کوچکتر است از مخرج پس خارج قسمت صحیح ۴۸۸۴۸ بر ۱۱۴۴ که ۴۲ باشد منتهایش بقدر ۱+ح باشد نه بیش پس ۵۷۲۰۰ + ۴۲ = ۵۷۲۴۲ جذر عدد ۳۲۷۶۷۲۴۸۲۶ باشد تا کمتر از واحد بتقریب اضافی یا نقصانی فهو المطلوب

اما در خصوص تحقیق عمل و دانستن باقی اخیر که دستورش ذکر شد همین قدر ملاحظه کنید که در ضمن عمل بتدریج از عدد مفروض این سه جزو را تفریق نموده‌ایم اولاً $۵۷۲۰۰^۲$ را که باقی این شد ۴۸۸۴۸۲۶ ثانیاً در ضمن تقسیم تفریق نمودیم (۱۱۴۴×۴۲) مایه را که

مساویست با ۴۲ × ۲ × ۵۷۲۰۰ و باقی دومش این شد ۲۶ ۸۰۰ ثالثاً
در آخر تفریق نمودیم ۴۲^۲ را که باقیش این شد ۷۸۲۶۲ پس همه جمله موضوعی
این است $5720^2 + 2 \times 572 \times 100 \times 42 + 42^2$ یعنی گه (۵۷۲۰۰+۴۲)
و در آخر $5724^2 - 32760 = 327672876 - 78262$

تنبیه شرط صحت این دلیل آنست که ۱+ح یعنی جزو باقی تا اضافه اکمن باشد از ۲
برابر ۵۷۲ یعنی از مضاعف عددی که بقاعده رسمی در جذر استخراج شده و از این
بیان چنین مستفاد میشود که هرگاه رقم اول سمت یسار جذر ۵ باشد یا بیشتر از ۵
میتوان میک تقسیم مانند آنکه جاری شد ارقامی چند برابر انچه سابق استخراج شده بدست آورد
مثلاً در این عدد ۳۲۷۶۷۲۴۸۲۶۷۸ بعد از آنکه سه رقم جذر استخراج شد میتوان
سه رقم دیگر بقسمت بیرون آورد زیرا که در اینجا است مقدار ۱+ح که منتهایش ۱۰۰۰
کمتر میشود از ۵۷۲ × ۲ که صاحب چهار رقم است و دلیل مانند سابق است جزا آنجایی
ثابت باید برآرکه

چون خواهیم این قاعده را جاری نمائیم در استخراج جذری که بنهایت صاحب ارقام
زیاد باشد دستور العمل آنست که سه رقم اولش را بقاعده رسمی استخراج کنیم و بعد دو
رقم دیگر را بیک تقسیم مجموع ۵ رقم شود و بعد چهار رقم دیگر را به تقسیم ثانی
و بعد هشت رقم دیگر را بتقسیم ثالث و هکذا و نظر با که ترتیب اعمال متتالیه خوب معلوم
شود و دستور العمل باشد این قاعده مختصر را جاری کنیم در استخراج $\sqrt{2}$ تا کمتر
از واحد اعشار از مرتبه ۱۰ که

عمرانی



عمل اول بقاعده رسمی

تقریب اول جذر		
۱٫۴۱	۲٫۰۰٫۰۰	۱۴۱
	۱۰۰	۲۰۴×۴
	۴۰۰	۲۸۱×۱
	۱۱۹ باقی اول	

مقسم اول

تقریب دوم		
۱٫۴۱۴۲	۱۱۹۰۰۰۰	۲۸۲
	۶۰۰	۴۲
	۵۶۰۰	۴۲
	۱۷۶۴	۸۴
		۱۶۸
	۳۸۳۶ باقی دوم	۱۷۶۴

مقسم دوم

تقریب سوم			
	۳۸۳۶۰۰۰۰	۰۰۰۰	۲۸۲۸۴
	۱۰۰۲۶۰		۱۳۵۶
	۱۵۹۰۶۰		۱۳۵۶
	۱۷۶۶۰۰		۸۱۳۶
۴۲۱۳۵۶	۶۸۹۶۰۰۰۰		۶۷۸۰
	۱۸۳ ۸۷۳۶		۴۰۶۸
			۱۳۵۶
	۶۷۱۲ ۱۲۶۴ باقی سوم		۱۸۳۸ ۷۳۶

مقسم سوم

۱۲۱۲۶۴۰۰۰۰۰۰۰	۰۰۰۰۰۰۰	۲۸۲۸۴۲۷۱۲
۶۵۲۷۴۱۶۰		۲۳۷۳۰۹۵
۰۶۷۴۴۰۲۴۰		
۸۷۵۴۰۲۵۶۰		
۲۶۸۸۴۴۲۴۰۰		
۱۴۲۸۵۷۹۹۲۰		
۱۴۳۶۶۳۶۰		

تقریب چهارم

۴۱۴۲۱۳۵۶۲۳۷۳۰۹





چون عدد ارقام مطلوب بدست آمد دیگر نباید عقب تر رویم مجذور کردن ۲۳۷۳۰۹۵ لازم نیست عدد ارقام این مجذور که مفروق واقع میشود مهیاش ۱۴ باشد و عدد ارقام مفروق عنه ۰۰۰۰۰۰۰۰۶۳۲۶۳۴۱ صاحب ۱۵ رقم است و بنا بر این اجرای تفریق ممکن شود

تفصیل اوزان قدیم از عهد کیشان و ایرانشهر و غیرها

مثقال صیرفی		۲۴ نخود
درهم کسری		۸ نخود
درهم شرعی و طبی		۱۲ نخود
درهم بغلی		۱۶ نخود
مثقال شرعی		$\frac{۵}{۷}$ مثقال صیرفی
رطل عراقی مشهور		۶۵ مثقال صیرفی
رطل عراقی علامه	والطبا	۶۴ $\frac{۲}{۷}$ مثقال صیرفی
رطل طبی	قطب المحققین علامه شیرازی	۶۰ مثقال صیرفی
رطل مدنی		۹۷ $\frac{۱}{۲}$ مثقال صیرفی
من [illegible] اطبا		۱۳۰ مثقال صیرفی
من علامه شیخ حلی		۱۲۰ مثقال صیرفی
وقیه اطبا		۵ $\frac{۵}{۱۴}$ مثقال صیرفی
وقیه علامه		۵ مثقال صیرفی
مد مشهور		۱۴۶ $\frac{۱}{۴}$ مثقال صیرفی
مد علامه شیخ حلی		۱۴۴ $\frac{۹}{۱۴}$ مثقال صیرفی

ملاحظه که در متن کتاب در باب قیاس ... این دو فقره ... ۲۲ قیراط ... است ... مثقال ... = ۱ قیراط

صاع مشہور بر مشہور	۵۸۵	مثقال صیرفی
صاع مشہور علامہ	۵۷۸	مثقال صیرفی
صاع	۱۰۵۰	مثقال صیرفی
کر فقہا = ۴۲ $\frac{۷}{۸}$ شبر مکعب =	۱۲۱ $\frac{۷}{۸}$	من تبریز
کر نزد سید مرتضی	۱۸۲ $\frac{۱۳}{۱۶}$	من تبریز
وسق مشہور	۵۴ $\frac{۲۷}{۳۲}$	من تبریز
وسق علامہ	۵۴٫۲۴	من تبریز
اول نصاب غلات بر مشہور	۲۷۴ $\frac{۷}{۳۲}$	من تبریز
اول نصاب غلات نزد علامہ	۲۷۱٫۳	من تبریز
طسوج مثقال شرعی	۲	گندم
طسوج مثقال صیرفی	۴	گندم
طسوج درہم شرعی	۲	گندم
قیراط فقہا	۳ $\frac{۳}{۷}$	گندم
قیراط اطبا	۴	گندم
دانق مطلق	۸	گندم
دانق مثقال شرعی ($\frac{۱}{۶}$ مثقال شرعی)	۱ $\frac{۳}{۵}$	گندم
دانق مثقال صیرفی	۱۶	گندم
درہم تاسہے	۳ $\frac{۱}{۵}$	مثقال صیرفی
اول نصاب طلا	۴ $\frac{۲}{۷}$	مثقال صیرفی
اول نصاب نقرہ	۱۰۵	مثقال صیرفی

جدول تحویل مقیاسهای انگلیس به مقیاسهای جدید فرانسه

تنبیه — جمیع مقیاسهای انگلیس و دول متحده امریکا مشترکند جز مقیاس نقدی که در آخر ذکر میکنیم

مقیاسهای طول

اینچ که ابهام باشد ($\frac{1}{36}$ یرد)	۲٫۵۳۹۹۵۴	دسیمتر
فوت که پا باشد ($\frac{1}{3}$ یرد)	۳٫۰۴۱۹۴۳۹	متر
یرد همپریال	۰٫۹۱۴۳۸۳۴۸	متر
فاتم (۲ یرد)	۱۸۲،۷۶۶۹۰	متر
پل که پل باشد ($5\frac{1}{2}$ یرد)	۵٫۰۲۹۱۱	متر
فورلنگ (۲۲۰ یرد)	۲۰۱٫۱۶۴۳۷	متر
میل (۱۷۶۰ یرد)	۱۶۰۹٫۳۱۴۹	متر
میل دریایی	۱۸۵۲	متر
لیو دریایی (۳ میل)	۵۵۵۶	متر
نیل ($\frac{1}{16}$ یرد) — مقیاس قماش	۰٫۰۵۷۱۷۷	دسیمتر
کوارتر ($\frac{1}{4}$ یرد) — مقیاس قماش	۰٫۲۲۸۵۹۵	دسیمتر

در مقیاسهای سطح

یرد مربع	۰٫۸۳۶۱۹۷	متر مربع
رود (پل مربع)	۲۵٫۲۹۱۴۳۹	متر مربع
رود (۱۲۱۰ یرد مربع)	۱۰٫۱۱۶۷۲۵	آر
آکر (۴۸۴۰ یرد مربع)	۰٫۴۰۴۶۷۱۰	هکتار

در مکیال

[illegible] (۱/۸ گالن)	۰٫۵۶۸۲۹۳۲	لیتر
کوارت (۱/۴ گالن)	۱٫۱۳۵۸۶۴	لیتر
پتل (۱/۲ گالن)	۲٫۲۷۱۷۲۸	لیتر
گالون امپریال	۴٫۵۴۳۴۵۷۹۷	لیتر
پک (۲ گالن)	۹٫۰۸۶۹۱۵۹	لیتر
بوشل (۸ گالون)	۳۶٫۳۴۷۶۶۴	لیتر
ساک (۳ بوشل) (مقیاس لیات)	۱٫۰۹۰۴۳	هکتولیتر
کوارتر (۸ بوشل)	۲٫۹۰۷۸۱۳	هکتولیتر
لوارد (۵ کوارتر)	۱۱٫۵۳۹۰۲	هکتولیتر
شالدرن (۱۲ ساک)	۱۳٫۰۸۵۱۶	هکتولیتر

در مقابل اوزان [illegible]

گندم (۱/۲۴ پنی وایت)	۰٫۰۶۴۷۹۸	گرم
پنی (۱/۲۰ اونس)	۱٫۵۵۵۱۰	گرم
اونس (۱/۱۲ لیوره)	۳۱٫۱۰۳۱۰۱	گرم
لیوره امپریال (۵۷۶۰ گندم)	۳۷۳٫۲۴۸۳۹۰	گرم

[illegible]

درم، اونس، آوردوپوا انهائی که در معاملات تجاریه استعمال کنند

درم (۱/۱۶ اونس) ۱٫۷۷۲ گرم

اونس (۱/۱۶ لیور) ۲۸٫۳۴۹ گرم

پوند یا لیور آوردوپوا امپریال (۷۰۰۰ گرین تروا) ۴۵۳٫۵۵۸ گرم

استن (۱۴ پوند) ۶٫۳۴۹۰ کیلوگرم

کوارتر (۲۸ پوند) ۱۲٫۶۹۸ کیلوگرم

هندردویت یا کنتال (۱۱۲ لیور) ۵۰٫۸۰ کیلوگرم

تن (۲۰ کنتال) ۱۰۱۶٫۰۴ کیلوگرم

در پول دولت انگلیس

نوع فلز	اسامی پولها	وزن دولتی	عیار دولتی	قدر پول
طلا	گینه معادل ۲۱ شیلینگ	۸٫۳۸۵ گرم	۰٫۹۱۷	۲۶٫۴۷
	نصف گینه	۴٫۱۹۰	۰٫۹۱۷	۱۳٫۲۳۵
	ربع گینه	۲٫۰۹۵	۰٫۹۱۷	۶٫۶۱۷۵
	ثلث گینه یا سانیکوئه	۲٫۷۹۳	۰٫۹۱۷	۸٫۸۲۳
	سلطان معادل ۲۰ شیلینگ (۱۲۳۳ هجری)	۷٫۹۸۱	۰٫۹۱۷	۲۵٫۲۱
نقره	کرون یا اکلیل معادل ۵ شیلینگ قدیم	۳۰٫۰۷۴	۰٫۹۲۵	۶٫۱۶
	شیلینگ قدیم	۶٫۰۱۵	۰٫۹۲۵	۱٫۲۴
	کرون یا اکلیل پس از سال ۱۲۳۳	۲۸٫۲۵۱	۰٫۹۲۵	۵٫۸۱
	شیلینگ پس از سال ۱۲۳۳	۵٫۶۵۰	۰٫۹۲۵	۱٫۱۶

ذکر انواع پولهای با رواج دول متحده امریکا

نوع فلز	اسامی پولها	وزن دو گرمی	عیار دو	قدر ریال
طلا	پول ۲۰ دلار که گرکس مضاعف نیز گویند (۱۲۶۵ هجری)	۳۳٫۴۳۵	۰٫۹۰۰	۱۰۳٫۶۴
	پول ۱۰ دلار یا گرکس (۱۲۵۳)	۱۶٫۷۱۷	"	۵۱٫۸۲
	۵ دلار یا نیم گرکس	۸٫۳۵۸	"	۲۵٫۹۱
	۲ ۱/۲ دلار یا ربع گرکس	۴٫۱۷۹	"	۱۲٫۹۵
	یک دلار	۱٫۶۷۱	"	۵٫۱۸
نقره	دلار	۲۶٫۷۳۹	"	۵٫۳۴
	نصف دلار	۱۳٫۳۶۴	"	۲٫۶۷
	ربع دلار	۶٫۶۸۲	"	۱٫۳۳
	وان دایم (۱ دایم)	۲٫۶۷۲	"	۰٫۵۳
	هالف دایم (۱/۲ دایم)	۱٫۳۳۶	"	۰٫۲۶

ذکر تحویل مقیاسهای نمسه (منسوب بوین پایتخت انجا) بمقیاسهای جدیده فرانسه

اول مقیاسهای طول

خط (۱/۱۲ ابهام) ۰٫۲۱۹۴ سانتیمتر

ابهام (۱/۱۰ ورتل) ۰٫۲۶۳۳ دسیمتر

پای وین ۰٫۳۱۶۱ متر

توازز (۶ پا) ۱٫۸۹۶۶ متر

اونه وین ۰٫۷۷۹۲ متر

میل نمسه (۴۰۰۰ توازز) ۷۵۸۶ متر

دوم مقیاسهای سطح

آرپان یا یخش یعنی جریب (و آن مربعی است که ضلعش ۴۰ توازز باشد) ۵۷٫۵۵ آر

سیم مکیال

سیتیل ده ۱/۴ ماس و آن مقیاس مایعات است	۰٫۳۵۴	لیتر
ماس ده ۱/۱۰ ورلی	۱٫۴۱۵	لیتر
ورلی ده ۱/۴ ایمر	۱۴٫۱۵	لیتر
ایمر	۵۶٫۶	لیتر
فودر ده ۳۲ ایمر	۱۸۱۱٫۲	لیتر
بکر ده ۱/۴ فودرمایل و آن مقیاس اجسام جامده است	۰٫۲۱۸	لیتر
فودرمایل ده ۱/۲ موت مایل	۱٫۶۷۲	لیتر
موت مایل ده ۱/۲ آشتیل	۳٫۳۴۴	لیتر
آشتیل ده ۱/۲ وردیل	۷٫۶۳۸۷	لیتر
وردیل ده ۱/۴ میتس	۱۵٫۳۷۵	لیتر
میتس	۶۱٫۵	لیتر
موت ده ۳۰ میتس	۱۸۴۵	لیتر

چهارم مقیاس اوزان

پفنک ده ۱/۴ کنتن	۱٫۰۹۴	گرم
کنتن ده ۱/۴ لت	۴٫۵۷۳	گرم
لت ده ۱/۴ انس	۱۷٫۵	گرم
انس ده ۱/۸ پیوند	۷۰	گرم
پیوندین	۵۶۰	گرم

نجم نقود نمسه

نوع فلز	اسامی پولها	وزن دولتی	عیار دولتی	قدر لوبل
طلا	دوکاء امپراطور	۳,۴۹۰ گرم	۰,۹۸۶	۱۱,۸۵
	دوکاء هونکری	۳,۴۹۱	۰,۹۸۴	۱۱,۹۱
	سلطان	۵,۵۶۲	۰,۹۱۷	۱۶,۵۸
	نصف سلطان	۲,۷۸۳	۰,۹۱۷	۸,۲۹
نقره	اکونیا ریشدلل قراردادی سال ۱۱۶۶	۲۸,۰۶۴	۰,۹۱۷	۵,۱۹
	نیم ریشدال یا فلورن	۱۴,۰۳۲	۰,۸۳۳	۲,۶۰
	۲۰ کرتزر	۶,۶۳۹	۰,۵۸۱	۰,۸۶
	۲۰ کرتزر	۳,۸۹۳	۰,۵۰۰	۰,۴۳

مذکوره نقودیکی مقیاسهای پولس دکزدسیانک ۱۳۱۰ مجموعه نقوش سلک) عقیاسهای جدید فرانسه

اول مقیاسهای طول

ابهام (۱/۱۲ پا)	۰,۲۶۱۵۴۶	دیسیمتر
پای رن که پای لیه نیز گویند	۰,۳۱۳۸۵۵۶	متر
لوار (۶ پا)	۱,۸۸۳۱۲۱۶	متر
روت (نه بطول ۱۲ پا)	۳,۷۶۶۲۴۳۲	متر
لواز نقاشان (۶ پا ۸ ابهام)	۲,۰۹۲۳۵۷۳	متر
اونه (۲۵,۵ ابهام)	۰,۶۶۶۹۳۸	متر
میل (۲۰۰۰ نی)	۷۵۳۲,۴۹	متر

دوم مقیاس سطح

آرپان که مرزان نیز گویند (یعنی جریب و آن بقدر ۱۸۰ فی مربع است) ۲۵٫۵۳ آر

سوم پیمانه

	۱٫۱۴۸ لیتر
ورتل (یعنی مربع)	۳٫۴۴۵ لیتر
میتس (۳ ورتل)	۵۰٫۹۶۰ لیتر
شفل (۱۶ میتس)	۲۱۹٫۸۳۰ لیتر
تشو (یعنی چلیک ۴ شفل)	۱٫۱۴۵ لیتر
هاتس (۱/۳۸ انگز)	۲۴٫۳۵ لیتر
انگز (۱/۲ امیر)	۶۸٫۷ لیتر
امیر (مقیاس مایعات)	۱۳۷٫۴ لیتر
اهم (۲ امیر)	۲۰۶٫۱ لیتر
انگزلف (۳ امیر)	۱۲۹٫۷۶ لیتر
چلیک مایعات (۳/۱ میتس و نیم)	

چهارم اوزان

کنتن (۱/۴ نت)	۳۶۵۳۵۹ گرم
نت (۱/۳۲ لیور)	۱۴٫۶۱۴۳۱ گرم
مار (۱/۲ لیور)	۲۳۳٫۸۳ گرم
لیور کلنی	۲۶۷٫۶۶ گرم
کنتال (۱۰۰ لیور)	۴۶٫۷۶۶ کیلوگرم
لاست بحری (۴۰۰۰ لیور)	۱۸۷۰٫۶۴ کیلوگرم

نقود				
نوع فلزات	اسامی پولها	وزن دولتی	عیار دولتی	قدر پول
طلا	دوکا	۳٫۴۹۰	۰٫۹۸۶	۱۱٫۸۵
	فردریک	۶٫۶۸۲	۰٫۹۰۳	۲۰٫۷۸
	نیم فردریک	۳٫۳۴۱	۰٫۹۰۳	۱۰٫۳۹
نقره	ریشدال یا تالر (معادل ۳۰ سیلبرگروش ۱۲۲۹)	۲۲٫۲۷۲	۰٫۷۵۰	۳٫۷۱
	پول ۵ سیلبرگرس	۳٫۷۱۲	۰٫۷۵۰	۰٫۶۱
	سیلبرگرش (قیمت اصلی)	۲٫۱۹۴	۰٫۰۸۳	۰٫۱۱

در اصول خواص نسب و تناسبات

نسبت بر دو قسم است عددی و هندسی نسبت عددی میان دو عدد فضل عدد اول است بر دوم مثلاً نسبت ۷ به ۵ دو است و باین صورت نوشته شود ۷.۵ در هر نسبت عددی خواص ذیل محقق است اولاً اگر بر مقدم نسبت عددی بیفزائیم یا عددی از آن بکاهیم نسبت مفروض همان قدر بزرگ یا کوچک میشود و اگر این عمل را در تالی نسبت نمائیم حکم بعکس مذکور است ثانیاً اگر بر هر دو جزو نسبت عددی بیفزائیم یا از هر دو عددی بکاهیم نسبت تغییر نکند

اما تناسب از تساوی دو نسبت عددی یک تناسب عددی ترکیب میشود مثلاً ۱۱.۹ = ۷.۵ در هر تناسب عددی خواص ذیل محقق است اولاً اگر وسطین را آنجا بجای یکدیگر قرار دهیم تناسب تغییر نکند ۵.۹ = ۷.۱۱ ثانیاً اگر موضع طرفین را تغییر دهیم تناسب تغییر نکند ۹.۵ = ۱۱.۷ ثالثاً اگر بر تمام اجزای تناسب عددی بیفزائیم یا از همه عددی بکاهیم تناسب

تغییر نکند در افزایش چنین میشود ۳+۹ ، ۳+۱۱ = ۳+۵ ، ۳+۷ یا

۱۲ ، ۱۴ = ۸ ، ۱۰ و در نقصان ۳−۹ ، ۳−۱۱ = ۳−۵ ، ۳−۷

یا ۶ ، ۸ = ۲ ، ۴

در اینجا حاصل جمع طرفین مساوی است با حاصل جمع وسطین ۵+۱۱ = ۹+۷ خاصةً

یکی از طرفین مساوی است با مجموع وسطین منهای طرف دیگر و یکی از وسطین مساوی است با مجموع

طرفین منهای وسط دیگر و دلیل این احکام باندک تأمل واضح شود

اما نسبت هندسی تفصیلش در اصل کتاب ذکر شده تکرار لازم نیست

اما تناسب هندسی از ترکیب دو نسبت هندسی یک تناسب حاصل شود

مثال ۵ : ۲۰ = ۳ : ۱۲ یا بصورت $\frac{۲۰}{۵} = \frac{۱۲}{۳}$ و چنین میخوانیم نسبت ۱۲ به ۳

مثل ۲۰ است به ۵ یا اگر ۱۲ تقسیم بر ۳ مساوی است با ۲۰ تقسیم بر ۵

در جملهٔ اول و چهارم تناسب را طرفین گوئیم و دوم و سوم را وسطین

و حال مشغول میشویم بذکر اصول خواص متناسبات و چهار جملهٔ متناسب را باین حروف بنامیم

ب و ج و ه و د و گوییم

قضیهٔ ۱ در هر تناسب هندسی حاصل ضرب طرفین مساوی است با حاصل ضرب وسطین

از تساوی $\frac{ب}{ج} = \frac{د}{ه}$ این تساوی استخراج شود ج × ه = د × ب زیرا که

چون دو نسبت مفروض را بیک مخرج متحول کنیم چنین میشود $\frac{ج \times ه}{د \times ج} = \frac{د \times ب}{ج \times د}$

و بعد از حذف مخرج مشترک چنین ج × ه = د × ب

و بالعکس از تساوی ج × ه = د × ب این تناسب نتیجه میشود $\frac{ب}{ج} = \frac{د}{ه}$

زیرا که چون هر دو جمله را بر د × ج قسمت کنیم همان تناسب بدست آید

قضیهٔ ۲ در هر تناسب چون هر دو نسبت را معکوس کنیم تناسبی بکر بدست آید

زیرا که چون واحد بر طرفین قسمت کنیم چنین میشود $\frac{\text{ا}}{\text{ب}} :: \frac{\text{ج}}{\text{د}}$ یا $1 \div \frac{\text{ا}}{\text{ب}} = 1 \div \frac{\text{ج}}{\text{د}}$ یا $\frac{\text{ب}}{\text{ا}} = \frac{\text{د}}{\text{ج}}$

قضیه دو دهم تناسب چون مخرج هر نسبت را بر صورتش اضافه کنیم یا از صورت بکاهیم تناسب دیگر حاصل میشود و این دو عمل را ترکیب و تفصیل تناسب گوییم زیرا که از روی این تناسب $\frac{\text{ا}}{\text{ب}} = \frac{\text{ج}}{\text{د}}$ معلوم است که $\frac{\text{ا}}{\text{ب}} \pm 1 = \frac{\text{ج}}{\text{د}} \pm 1$ و بعد از تجنیس $\frac{\text{ا} \pm \text{ب}}{\text{ب}} = \frac{\text{ج} \pm \text{د}}{\text{د}}$

قضیه دو دهم تناسب چون موضع وسطین را تبدیل نماییم تناسب دیگر حاصل میشود زیرا که چون هر دو جزو این تساوی را $\frac{\text{ا}}{\text{ب}} = \frac{\text{ج}}{\text{د}}$ ضرب کنیم در $\frac{\text{ب}}{\text{ج}}$ چنین میشود $\frac{\text{ا}}{\text{ج}} = \frac{\text{ب}}{\text{د}}$

قضیه دو دهم تناسب چون موضع طرفین را تبدیل نماییم تناسب دیگر حاصل میشود زیرا که چون هر دو جزو این تساوی را $\frac{\text{ا}}{\text{ب}} = \frac{\text{ج}}{\text{د}}$ ضرب کنیم در $\frac{\text{د}}{\text{ا}}$ چنین شود $\frac{\text{د}}{\text{ب}} = \frac{\text{ج}}{\text{ا}}$

قضیه چون مجموع یا تفاضل دو صورت تناسب را قسمت کنیم بر مجموع یا تفاضل دو مخرج نسبت جدید مساوی میشود با یکی از دو نسبت مفروض مثلاً در این تناسب $\frac{\text{ا}}{\text{ب}} = \frac{\text{ج}}{\text{د}}$ چنین میشود $\frac{\text{ج}}{\text{د}} = \frac{\text{ا} \pm \text{ج}}{\text{ب} \pm \text{د}}$

دلیل این حکم در باب ششم ذکر شد

چون اجزای چند تناسب را نظیر بنظیر در هم ضرب کنیم تناسبی دیگر نتیجه میشود و چون اجزای تناسبی را بر اجزای تناسب دیگر نظیر بنظیر قسمت کنیم تناسب دیگر نتیجه میشود تناسبات را بنویسید و عمل ضرب و قسمت را مجری دارید تا دلیل واضح شود

قضیه چون جمیع اجزای تناسب را به یک قوت برسانیم تناسب دیگر حاصل میشود مثلاً در این تناسب $\frac{\text{ا}}{\text{ب}} = \frac{\text{ج}}{\text{د}}$ چنین نتیجه میشود $\frac{\text{ا}^{4}}{\text{ب}^{4}} = \frac{\text{ج}^{4}}{\text{د}^{4}}$

قضیه چون از جمیع اجزای تناسب یک ضلع اول استخراج کنیم تناسب دیگر حاصل میشود

مثلا در این تناسب $\frac{ا}{ب}=\frac{ج}{د}$ چنین نتیجه میشود $\frac{\sqrt[ع]{ا}}{\sqrt[ع]{ب}}=\frac{\sqrt[ع]{ج}}{\sqrt[ع]{د}}$

تناسبهائیکه تا اینجا ذکر شد بیشتر معروفند بار بعه متناسبه تناسب آنست که حال ذکر میشود

در خواص تناسبات و انهار اتصاعد نیز گوئیم

در تناسب عددی و آنرا تفریقی نیز گویند و آن سلسله ایست از اعداد که هر جمله اش مساوی باشد بجمله مقدم باضافه یا منهای عددی مشخص که قدر نسبت گوئیم

تناسب عددی را باینصورت نویسیم ÷ ۷، ۱۰، ۱۳، ۱۶ ... و چنین تلفظ کنیم نسبت ۷ به ۱۰ به ۱۳ به ۱۶ است وغیره

تناسب را زاید و صاعد گوئیم هرگاه جملهایش همه بترتیب ترقی کنند و ناقص و هابط گوئیم هرگاه تنزل کنند و قدر نسبت چنانچه ذکر شد عبارتست از تفاضل دو جمله متوالی است

قضیه در هر تناسب عددی زاید مقدار هر جمله از سلسله مساوی است با جمله اول باضافه حاصلضرب قدر نسبت در عدد جملهائی که مقدم شده اند بر آن جمله

مثلا این تناسب عددی را ÷ ب . ج . د . ه . و ... ل زاید فرض میکنیم و ق را قدر نسبتش و ع را عدد جملهها از ب تا ل پس موافق تعریف

جمله دوم ج = ب + ق

جمله سوم د = ج + ق = ب + ق + ق = ب + ۲ق

جمله چهارم ه = د + ق = ب + ۲ق + ق = ب + ۳ق

جمله پنجم و = ه + ق = ب + ۳ق + ق = ب + ۴ق

و همچنین در سایر جملهها

چون حکم مذکور بهر جمله تعلق میگیرد کلی است و قبل از جمله ل که جمله ع ام باشد ع - ۱ جمله واقع است

پس میتوان حکم را بصورت دستور نوشت از اینقرار

ه (ع-۱) + ب = ل (۱)

مثال میخواهیم جمله صدم این تناسب را معلوم کنیم ۷۰۱۰۱۳۰۰۰۰۰۰۷ ÷

ب = ۷ ه = ۳ ع = ۱۰۰ ع-۱ = ۹۹

موافق دستور جمله صدم لَ چنین میشود ۳۰۴ = ۷+۲۹۷ = ۷+۳×۹۹ = لَ

هرگاه تناسب نقص شود ه-ب = ح و ه ۲-ب = ط وغیره

ودر این صورت ه (ع-۱)-ب = ل

قضیه در هر تناسب عددی حاصل جمع هر دو جمله که بیک فاصله باشند از طرفین مساوی است بحاصل جمع طرفین

مثلا در این تناسب ل.ك.ى.ط.ح.ز.و.ه.د.ج.ب ÷

ه قدر نسبت است و دو جمله ه و ط متساوی البعدند از طرفین یعنی هر کدام سه جمله در کنار دارند پس گوئیم ل + ب = ط + ه

زیرا که موافق دستور (۱)

ه۳ + ب = ه

ل = ه۳ + ط

ه۳ + ل + ب = ه۳ + ط + ه

و نتیجه ل + ب = ط + ه فهو المطلوب

در تعیین حاصل جمع جملهای تناسب عددی فرض میکنیم این تناسب را

ل . ك . ى . ط . ح . ز . و . ه . د . ج . ب ÷

که قدر نسبتش ه فرض شده و عدد جملهایش ع و حاصل جمع جملها مج

پس این دو تساوی را مینویسیم

مج = ب + ح + ه + ه + د + ر + ج + ط + ی + ک + ل

مج = ل + ک + ی + ط + ج + ر + د + ه + ه + ح + ب

و چون این دو جمله مقابل را جدا جدا جمع کنیم چنین میشود

مج ۲ = (ل + ب) + (ک + ح) + (ی + ه) + ... + (ح + ک) + (ب + ل)

و موافق قضیهٔ سابق هر کدام از جملهای واقع در علامت جامعه مساویست با مجموع طرفین و عدد این علامات برابر عدد جملهای تناسب است پس ع × (ل + ب) = مج ۲ و جملاً

مج = ع × (ل + ب) / ۲ (۲)

در هر تناسب که ب و ل و ع معلوم باشند میتوان از روی این دستور حاصل جمع جملهایش را بدست آورد

مثال میخواهیم حاصل جمع ۱۰۰ جملهٔ اول این تناسب را ۰۰۰۰ ۱۳ ۰ ۱۰ ۰ ۷ ÷ معلوم کنیم

چون جملهٔ صدم ل معلوم نیست از روی دستور (۱) مقدارش را مشخص کنیم و سابق مشخص شده ۳۰۴ است و ۷ = ب و ۱۰۰ = ع پس موافق دستور (۲)

مج = (۷ + ۳۰۴) ۱۰۰ / ۲ = ۳۱۱ × ۵۰ = ۱۵۵۵۰

در این مثال با آنکه قدر نسبت ق معلوم بود لا بد شدیم جملهٔ ل را معین کنیم و در چنین حالات دستور (۲) را اندک تغییر میدهیم و عوض ل مقدارش را که در دستور (۱) معلوم کرده بودیم این بود ق (۱ − ع) + ب قرار میدهیم و بنا بر این

مج = ع [ق (ع − ۱) + ۲ ب] / ۲ (۳)

تنبیه هر تناسب صاحب پنج جملهٔ اصلی است ب و ل و ع و ق و مج هرگاه دو جمله از این پنج جمله معلوم باشد میتوان از روی دو دستور (۱) و (۲) سه جملهٔ دیگر را تحصیل نمود

مثلا هرگاه جمله ب و ل و ع معلوم باشد میتوان از روی دستور (۱)
مقدار ق را بدست آورد زیرا که اول چنین مینویسیم ق (۱ − ع) = ب − ل
و بعد چنین ق = (ب − ل) / (۱ − ع)

نتیجه میخواهیم مابین دو جمله ب و ل معلوم القدر م واسطه عددی درج کنیم بر وجهی که تناسبی ترکیب شود جمله اولش ب باشد و جمله آخر ل و عدد جملها ۲ + م

در حل این مسئله شاخص قدر نسبت کافی است پس دستور (۱) را استعمال کنیم و گوییم
عدد جملها ۲ + م است پس ۲ + م = ع و ۱ + م = ۱ − ع پس ق (۱ + م) + ب = ل
و ق (۱ + م) = ب − ل و بالجمله ق = (ب − ل) / (۱ + م)

مثال میخواهیم ۹۸ جمله واسطه عددی مابین ۷ و ۳۰۴ درج کنیم (۱)
(مقدار ق مساوی میشود با ۳)

در تناسب هندسی و آن سلسله ایست از اعداد که هر جمله اش مساوی باشد بحاصل ضرب جمله ماقبل و عدد معینی که قدر نسبت گوییم

و بحسب آنکه قدر نسبت بزرگتر از واحد یا کوچکتر تناسب زاید میشود یا ناقص
تناسب هندسی باین صورت نوشته شود ∺ ۴ : ۱۲ : ۳۶ : ۱۰۸ : ... و چنین خوانده شود
نسبت ۴ به ۱۲ مثل ۱۲ است به ۳۶ مثل ۳۶ است به ۱۰۸ و غیره در این مثال
قدر نسبت ۳ است

و هر جمله را بر ماقبل خود قسمت کنیم آن نسبت بدست میآید

قضیه در هر تناسب هندسی هر جمله مساوی است با حاصل ضرب جمله اول در قوه‌ای
از قدر نسبت که درجه اش برابر عدد جملهای ماقبل جمله مفروض باشد

مثال در این تناسب ل : ... : و : ه : ﻫ : ح : ب ∴ قدر نسبت را ج فرض میکنیم و عدد تمامی جملها را ع پس موافق تعریف

$$\text{ح} = \text{ب} \times \text{ج} \qquad \text{جملهٔ دوم}$$

$$\text{ﻫ} = \text{ح} \times \text{ج} = \text{ب} \times \text{ج} \times \text{ج} = \text{ب} \times \text{ج}^{2} \qquad \text{جملهٔ سوم}$$

$$\text{ه} = \text{ﻫ} \times \text{ج} = \text{ب} \times \text{ج}^{2} \times \text{ج} = \text{ب} \times \text{ج}^{3} \qquad \text{جملهٔ چهارم}$$

$$\text{و} = \text{ه} \times \text{ج} = \text{ب} \times \text{ج}^{3} \times \text{ج} = \text{ب} \times \text{ج}^{4} \qquad \text{جملهٔ پنجم}$$

و هکذا در سایر جملها

و چون حکم جمیع جملها تعلق گرفت کلی است و دستورش را چنین مینویسیم

$$\text{ل} = \text{ب} \times \text{ج}^{\text{ع}-1} \qquad (1)$$

در تعیین حاصل جمع جملهای تناسب هندسی باز این تناسب را فرض میکنیم

∴ ب : ح : ﻫ : ه : و : ...... : ل

بنابر تعریف $\text{ج} \times \text{ب} = \text{ح}$ و $\text{ج} \times \text{ح} = \text{ﻫ}$ و $\text{ج} \times \text{ﻫ} = \text{ه}$ ... $\text{ج} \times \text{ک} = \text{ل}$

و چون این تساوی ها را جزو بجزو جمع کنیم در حاصل جمع اول تمام جملهای تناسب معروض مندرج میشود جز جملهٔ اول ب یعنی چنین میشود مج − ب و حاصل جمع دوم مرکب میشود از حاصل ضربهای جمیع جملهای تناسب در ج غیر از حاصل ضربی که از جملهٔ اخیر ل نتیجه میشود یعنی چنین میشود ج × (مج − ل) بنابراین تساوی که حاصل جمع چنین میشود

$$\text{مج} - \text{ب} = \text{ج} \times (\text{مج} - \text{ل}) = \text{ج} \times \text{مج} - \text{ج} \times \text{ل}$$ و بعد از آن

$$\text{ب} - \text{ج} \times \text{ل} = \text{مج} - \text{ج} \times \text{مج}$$ یا آنکه $$\text{ب} - \text{ج}\,\text{ل} = (1 - \text{ج})\,\text{مج}$$

و خلاصه

$$\text{مج} = \frac{\text{ب} - \text{ج}\,\text{ل}}{1 - \text{ج}} \qquad (2)$$

میتوان در این دستور عوض ل معادلش را از روی دستور (۱) قرار داد

وانوقت چنین میشود

$$\frac{ح^{ع}ب}{ح-1} - \frac{ب}{ح-1} = \frac{ب(ح^{ع}-1)}{ح-1} = \frac{ح^{ع}\times ب - ب}{ح-1} = مج$$ (دستور ۲)

در این مثال مقدار ح را بزرگتر از واحد فرض نمودیم اگر چنین نباشد عوض آنکه مج
از ح × مج تفریق کنیم و ب را از ح × ل بخلاف آن رفتار کنیم زیرا که در
اینصورت ح × مج کوچکتر است از مج و ح ل کوچکتر از ب پس بعد از نوشتن
تساوی $ح \times ل - ح \times مج = ب - مج$ این تساوی نتیجه میشود
$ح \times ل - ب = ح \times مج - مج$ با این تساوی $ح \times ل - ب = (ح-1)\, مج$

بعد $مج = \frac{ح ل - ب}{1-ح}$ یا $مج = \frac{ح^{ع}ب - ب}{1-ح}$

وچون حاصل ضرب کسر در کسر کوچکتر میشود از هر دو عامل خود بنابراین توالیات متنالیه ۱ > ح
در تناقص باشد ابدا و سبز این است که هرگاه ع بینهایت بزرگ شود و ترقی کند $ح^{ع}$ بنهایت
تنزل بکند و کوچک میشود و حد آن صفر است پس اگر تناسب ناقصی فرض کنیم که سلسله عدد
ع هر دو بینهایت باشند حد $ح^{ع}$ و $ح^{ع}ب$ هر دو صفر میشوند و آنوقت حاصل جمع
جملهای چنین تناسب از روی این دستور معلوم شود

$$مج = \frac{ب}{1-ح} \qquad (۳)$$

مثال میخواهیم حاصل جمع جملهای این تناسب ۴ : ۰٫۴ : ۰٫۰۴ : ۰٫۰۰۴ ... را
معلوم کنیم قدر نسبت ح اینجا ۰٫۱ و موافق دستور (۳) چنین میشود

$$مج = \frac{۴}{۱-۰٫۱} = \frac{۴}{۰٫۹} = \frac{۴۰}{۹}$$

در حل چند مسئله که نزد متقدمین معروف بود

در استخراج عدد تام یعنی عددی که مساوی باشد با مجموع اجزای خود
قاعده در سلسله تضاعیف ۲ عددی اختیار کند که چون واحد از او تفریق نمائیم

باقی مانده عدد اول باشد پس این عدد اول را در نصف آن عدد ضرب کنند حاصل
عدد تام مطلوب است مثال ۲ را چون واحد از او تفریق کنیم باقی ۳ اول است
پس آنرا در نصف ۴ ضرب نمودیم حاصل ۶ عدد تام است و همچنین ۸ بعد از وضع
واحد باقی ۷ اول است ضربش کردیم در ۴ حاصل ۲۸ عدد تام است و اما ۱۶
بعد از وضع واحد باقی ۱۵ عدد اول نیست پس مناسبت ندارد

در استخراج دو عدد متحابه یعنی دو عدد که مجموع اجزای هر کدام مساوی عدد دیگر شود
قاعده در سلسلهٔ تضاعیف ۲ عددی اختیار میکنیم که چون یکمرتبه در ۳/۲ ضرب کنیم
و مرتبه دیگر در ۳ و بعبارت اخری با جملهٔ سابق خود دیگر مرتبه جمع کنیم و با ثلثش مرتبه از
هر دو حاصل واحد موضوع کنیم دو باقی مانده عدد فرد اول شوند پس این دو فرد اول را
درهم ضرب میکنیم و حاصل فرد سوم گوئیم آنوقت اگر مجموع سه فرد مذکور عدد فرد اول
باشد حاصل ضرب آن عدد مختار در فرد سوم اقل دو عدد متحابه است و در مجموع افراد
سه گانه اکثر آن دو عدد است

مثال در سلسلهٔ تضاعیف ۲ عدد ۴ را مناسب فرض نمودیم و حاصل ضربش در ۳/۲ و در ۳
این است ۶ و ۱۲ و بعد از وضع واحد دو باقی ۵ است و ۱۱ و هر دو فرد اولند
پس حاصل ضرب آنها ۵۵ است و آن فرد سوم است و مجموع افراد ۷۱ باشد و آن
فرد اول است پس حاصل ضرب ۴ در ۵۵ = ۲۲۰ اقل دو عدد متحابه است
و در مجموع افراد مساوی ۲۸۴ اکثر آن دو عدد است
و اگر مجموع سه فرد خود فرد اول نباشد شرط ناقص است چنانچه در ۸
وجه دیگر که از وجه مذکور استنباط شود در سلسلهٔ تضاعیف ۲ دو عدد متوالی اختیار
کنند که چون از هر کدام واحد موضوع شود دو باقی مانده فرد اول شوند پس آن دو

در هم ضرب کنند حاصل فرد سوم باشد آنوقت اگر مجموع هر سه فرد سه گانه فرد اول
باشد ثلث عدد بزرگتر از آنها و مجذور را در فرد سوم ضرب کنند حاصل اقل دو عدد
متحابه است و همان را در مجموع دو فرد اول ضرب کنند و حاصل را بر آن اقل بیفزایند
مجموع عدد اکثر باشد

مثال ۱۹۲ و ۳۸۴ دو عدد متوالی باشند از سلسله تضاعیف ۶ که نسبت دارند
و بعد از وضع واحد از هر کدام دو فرد باقی مانده ۱۹۱ است و ۳۸۳ و هر دو اول‌اند
و حاصل ضرب آنها = ۷۳۱۵۳ فرد سوم باشد و مجموع افراد سه گانه ۷۳۷۲۷
فرد اول است پس ثلث اکثر آن دو یعنی ۱۲۸ را در فرد سوم ضرب کردیم حاصل
۹۳۶۳۵۸۴ اقل دو عدد متحابه شد و حاصل همان عدد در مجموع دو فرد اول یعنی
در ۵۷۴ = ۷۳۴۷۲ این عدد را بر حاصل سابق می‌افزاییم مجموع ۹۴۳۷۰۵۶
اکثر دو عدد متحابه است.

دیگر عقد انامل یعنی طریق ضبط اعداد با انگشتان دست متقدمین با از اوضاع
اصابع پنجگانه دست راست ۱۸ صورت ترتیب داده‌اند برای ضبط اعداد از ۱
تا ۹۹ و از اوضاع اصابع دست چپ مانند آن ترتیب داده‌اند برای ضبط اعداد
از صد تا نه هزار و وضعی قرار داده‌اند برای ده هزار و بدین اوضاع ۳۷ گانه
از واحد تا ده هزار را با انگشتان حساب کنند پس خنصر و بنصر و وسطی که انگشت کوچک
و دو انگشت تالیش باشد از دست راست را برای عقد آحاد قرار داده‌اند از
واحد تا نه و همان انگشتان را از دست چپ برای عقد آحاد الوف قرار داده‌اند از هزار
تا نه هزار و سبابه و ابهام که انگشت شهادت و انگشت نر باشد از دست راست را
برای عقد عشرات قرار داده‌اند از ده تا نود و از دست چپ آنرا برای عقد مآت از صد

تا نه عقد تفصیلش این است که برای واحد خنصر را تنها خم کنید و برای ۲ بنصر را بر آن
ملحق کنید و برای ۳ وسطی را هم بر آن ملحق کنید بطوری که در شمار از ۱ تا ۳ سبابه و ابهام راست
ولی در این عقود دو انگشت نزدیک اصول خود قرار داد و برای چهار خنصر را
تنها بلند کنید و دو انگشت دیگر معقود باشند و برای پنج بنصر را نیز بلند کنید و همان وسطی
تنها خم باشد و برای شش بنصر تنها را خم کنید و برای هفت خنصر تنها را بحوالی نهید و
برای هشت بنصر را هم بر آن ملحق کنید و برای نه وسطی را نیز بر آن ملحق کنید ولی در
این سه عقد باید انگشتان از کف منبسط نمود چنانچه به روستان مایل باشد نسبت به شست
تا باسه عقد اول مشتبه نشوند

و برای ده راس ناخن سبابه را بر مفصل ابهام قرار دهید چنانچه دو انگشت حکم حلقه پیدا
کنند و برای بیست ناخن ابهام را زیر عقده تحتانی سبابه قرار دهید بوضعی که گویا سر
ابهام واقع شده است مابین اصل سبابه و اصل ابهام و برای سی راس سبابه را بر ظهر
ناخن ابهام قرار دهید بر وجهی که وضع سبابه و ابهام حکم قوس و وتر پیدا کنند و اگر
در این وضع ابهام انحنائی پیدا کند نقلی نیست و برای چهل باطن سر ابهام را بر پشت
عقده تحتانی سبابه قرار دهید بطوری که میانه آنها اصلا فرجه باقی نماند و برای پنجاه
سبابه را منتصب نمائید و ابهام را محاذی سبابه برکف قرار دهید و برای شصت ناخن
ابهام را با باطن عقده دوم سبابه قرار دهید همان طور که تیراندازان میکنند و برای هفتاد
ابهام را منتصب نمائید و باطن سر سبابه را با عقده دوم پشت او بر راس او قرار دهید
بطوری که تمام ناخن ابهام مکشوف باشد و برای هشتاد ابهام را منتصب قرار دهید
و طرف سبابه را به مفصل آن قرار دهید و برای نود راس ناخن سبابه
به مفصل عقده دوم ابهام قرار دهید و چون این اوضاع ۱۸ گانه را خوب آموختید

هر وضعی که در دست راست علامت عقد آحادی باشد همان وضع در دست چپ علامت همان عقد باشد از آحاد الوف و هر وضع که در دست راست علامت عقد عشراتی باشد در دست چپ علامت همان عقد است از آن پس این عقود ۳۶ گانه بتوانیم از واحد تا ۹۹۹۹ را ضبط کنیم و برای ده هزار طرف ابهام را بر طرف مسبحه قرار دهید بطوریکه دو ناخن آنها محاذی همدیگر شود

تمام شد فروع حساب

بسم الله الرحمن الرحیم

خاتمه علم حساب

انموذجی از علم جبر و مقابله که بعبارت اخری اصول بسیار مختصری است از این علم

فایده علم جبر و مقابله مختصر نمودن و عمومی ساختن مسائل متعلقه باعداد است و راه رسیدن باین مقصود آنست که اعداد را بحروف بنمائیم و اعمال را بعلامات اختصاریه

اختصار مسئله باین است که هر کدام از مجهولات را بحرفی بنمائیم و عمومی ساختن جواب اگر مسائل باین است که معلومات را نیز بحروف بنمائیم تا دستوری استخراج شود که از آن روی بدانیم چه اعمال باید در اعداد معلومه مجری داشت تا اعداد مطلوبه معین شوند چنانچه در خصوص مسئله نرخ بعد از آنکه سرمایه را س فرض نمودیم و نرخ منفعت را ن و مدت را م و ربح کل را ح این دستور نتیجه شد ح = س × ن × م / ۱۰۰ و در ربح مرکب نیز این دستور را ح = (۱ + ن)^م . س

و نظر بآنکه بمحض رؤیت معلومات از مجهولات تشخیص داده شود رسم این شده که معلومات مسئله را بحروف اوایل ابجد بنمائیم و مجهولات را بحروف اواخر این حروف را ب ج د ه و ز ح ط ی برای معلومات مخصوص نمودیم و این حروف را

حروف ر ع د ه ... برای مجهولات و حرف الف را چون واحد محسوب میشود استعمال نکنیم و حروف منقوطه مثل تَ و ثَ و خَ و قَ ف را نیز حتی الامکان استعمال نمائیم و معلومات را از ب ابتدا کنیم و مجهولات را از ص

علامات اختصاریه مستعمله در جبر و مقابله برای نمایش اعمال متعلقه با عداد قسمتی از آنها همان علامتها باشند که در علم حساب استعمال نموده ایم یعنی این علامات + − × :
$\sqrt{\ }$ ، $\sqrt[3]{\ }$ ، $\sqrt[4]{\ }$ و غیره با درجه‌های قوی

کسی که علم حساب را آموخته جمیع این علامات را می‌شناسد و در این صورت لازم نیست اصطلاحات ذیل را برای او شرح دهیم ح + ب و ح − ب و ح × ب یا ح ب ح : ب یا $\frac{ح}{ب}$ و ب² و ب³ و ب⁴ .... $\sqrt{ب}$ ، $\sqrt[3]{ب}$ ، $\sqrt[4]{ب}$ و غیره ف ... و ... در این اصطلاحات حروف ب و ح و ص و ف علامات اعداد معلومه و مجهوله هستند در جبر و مقابله مانند حساب اعمال را از یسار ابتدا میکنیم (رجوع کنید به شماره ۱۱)

در علم جبر و مقابله نظر باینکه حتی الامکان بشیوه اختصار رعایت شود در ضرب حروف علامت استعمال نشود همان حروف را ردیف همدیگر نویسیم مثلاً عوض ح × ب چنین نویسیم ح ب و عوض $\frac{م \times ن \times س}{۱۰۰}$ = ح چنین $\frac{م ن س}{۱۰۰}$ = ح

ضریب عددی است که وارد میسازیم در یسار مقدار جبری بی واسطه علامتی و مقصود این است که آن مقدار ضرب شود در آن عدد مثال ح ب ۳ و ب $\frac{۳}{۷}$ عدد ۳ و $\frac{۳}{۷}$ ضریب ح ب و ب باشند

این صورت را ح = ب مساوات گوئیم و چنین تلفظ کنیم ح مساوات با ح یا باختصار ب مساوی ح این صورت را ح > ب نامساوی گوئیم و تلفظ کنیم ب بزرگتر از ح همچنین این صورت را ح < ب و تلفظ کنیم ب کوچکتر از ح

در استعمال علامت جامعه هرگاه بخواهیم بنمائیم که عملی تعلق دارد باجتماعی از مقادیر

جبریه با عددیه که بواسطه این علامات + ، - ، × وغیره بهمدیگر مربوط شده باشند
آن اجزاء مرکب را مابین این علامت ( ) قرار میدهیم و درهمین باب [illegible]
عدد یا علامتی را که نمایش اجرای عمل باشد همچنانکه آن عدد یا علامت را قرار دهیم.
درهمین باب بسیار حرف [illegible]

مثال اولاً میخواهیم از ۷ب تفریق کنیم این ترکیب را ۲ه + ۳ج - ۵ب
پس چنین مینویسیم   ۷ب - (۲ه + ۳ج - ۵ب)

ثانیاً میخواهیم این ترکیب را ۷ + ۲ - ۵ ضرب کنیم در ۴ چنین مینویسیم
۴ × (۷ + ۲ - ۵) و مکعب این ترکیب را ۲ه + ۳ج - ۵ب چنین مینویسیم
(۲ه + ۳ج - ۵ب)^۳

فعلاً بحساب همین تعریفات کافی است چونکه مقصود ما شروع بعلم جبر و مقابله نیست همین قدر
میخواهیم بنمائیم راه تسهیل حل بعضی مسائل حسابیه را بوساطت حروف و علامات و چند قاعده
از محاسبات جبریه که بسیار ساده و منظم باشند

مسئله اول مجموع دو عدد ۸۵ است و تفاضلشان ۱۹ مطلوبست آن دو عدد را
میگوئیم اگر عدد کوچکتر معلوم بود ۱۹ برا و اضافه میکردیم بزرگتر
بدست می آمد
پس کوچکتر را ص فرض میکنیم
بزرگتر چنین میشود ۱۹ + ص

و چون این مجموع باید معادل ۸۵ شود چنین مینویسیم
(۱)   ۲ص + ۱۹ = ۸۵
پس ۱۹ را از طرفین موضوع میکنیم تا ۲ص شود باید ۲ص = ۸۵ - ۱۹ = ۶۶

و بعد از انکه ۶۶ = ۲صه شد پس $\text{۳۳} = \frac{\text{۶۶}}{\text{۲}} = \text{صه}$
عدد کوچکتر ۳۳ شد پس بزرگتر باشد ۱۹ + ۳۳ یعنی ۵۲
مسئله مفروض حل شد و تحقیق همین است که تفاضل دو عدد ۱۹ شود و مجموع شان ۸۵
حال ملاحظه کنید بچه پاکیزگی و چه خفت تمام شروط مسئله را نمودیم و باستعمال حرف صه
آنرا حل کردیم

کل تنخواه چه قدر است

مبلغ مطلوب را صه فرض میکنیم و چنین تصور میکنیم که مقدارش معلوم است و میخواهیم بحساب مخارج رسیدگی نموده ببینیم درست مصرف شده یا خیر

مصرف اول این است $\frac{\text{صه}}{\text{۳}}$ و دوم $\frac{\text{۳صه}}{\text{۵}}$ و سوم $\frac{\text{۳صه}}{\text{۲۰}}$ و باقی ۱۴ تومان
و چون مجموع این مصارف باضافهٔ باقی باید برابر اصل مبلغ شود این صورت بطور جبر و مقابله می‌نویسیم

$$\frac{\text{صه}}{\text{۳}} + \frac{\text{۳صه}}{\text{۵}} + \frac{\text{۳صه}}{\text{۲۰}} + \text{۱۴} = \text{صه} \quad (\text{۱})$$

از روی این مساوی باید مقدار صه را بدست آورد و آن نظر بمخارج کسرها قدری مرکب است
پس جمیع جمله‌های کسر و صحیح را بیک مخرج تحویل کنیم کوچکتر عددی که قابل قسمت شود بر ۳
و ۵ و ۲۰ این است $\text{۶۰} = \text{۳} \times \text{۲۰}$ و قاعده (۱۲۲) کتاب را در ان جاری کنیم
و در جمله‌های صحاح هر کدام را ضرب میکنیم در ۶۰ و قسمت میکنیم بر همین عدد و از این قرار

$$\frac{\text{۶۰صه}}{\text{۶۰}} = \frac{\text{۸۴۰}}{\text{۶۰}} + \frac{\text{۹صه}}{\text{۶۰}} + \frac{\text{۳۶صه}}{\text{۶۰}} + \frac{\text{۲۰صه}}{\text{۶۰}}$$

رف نمود و باین عمل

مساوی در عدد ۶۰ ضرب شده

$$60\,\text{صه} = 840 + 9\,\text{صه} + 24\,\text{صه} + 20\,\text{صه}$$

حروف صه را جمع میکنیم چنین میشود $60\,\text{صه} = 840 + 53\,\text{صه}$

حال ۵۳ صه را از طرفین وضع میکنیم چنین میشود $7\,\text{صه} = 60\,\text{صه} - 53\,\text{صه} = 840$

چون ۷ صه معادل شد با ۸۴۰ پس $\text{صه} = \frac{840}{7} = 120$

یعنی که در آن کیسه مبلغ ۱۲۰ تومان تنخواه بوده

امتحانش این است مصرف اول $\frac{120}{3} = 40$ تومان دوم $\frac{2\times120}{5} = 48$ تومان

و سوم $\frac{3\times120}{20} = 18$ مجموع خرج ۱۰۶ تومان و باقی در دست ۱۴ تومان

مسئله سوم میخواهیم مبلغ ۱۲۰۰ تومان را میان چهار نفر قسمت کنیم بنحوی که سهم دوم $\frac{5}{7}$ سهم اول شود باضافه ۴۰ تومان و سهم سوم $\frac{7}{8}$ سهم دوم شود منهای ۳۰ تومان و سهم چهارم سه برابر سهم سوم شود منهای ۴۰ تومان

اگر سهم شخص اول معلوم بود سایر سهام از روی شروط مسئله زود بدست می آید پس آنرا صه فرض میکنیم و سه سهم دیگر را بطور جبری ترتیب دهیم

سهم اول صه

سهم دوم $\frac{5}{7}\text{صه} + 40$

سهم سوم $= \left(\frac{5}{7}\text{صه} + 40\right)\times\frac{7}{8} - 30 = \frac{35\,\text{صه}}{56} + \frac{280}{8} - 30$
$= \frac{5\,\text{صه}}{8} + 35 - 30 = \frac{5\,\text{صه}}{8} + 5$

سهم چهارم $\left(\frac{5\,\text{صه}}{8} + 5\right)\times 3 - 40 = \frac{15\,\text{صه}}{8} + 15 - 40 = \frac{15\,\text{صه}}{8} - 25$

مجموع چهار سهم باید برابر شود با ۱۲۰۰ تومان پس این معادله را بصورت جبری می‌نویسیم

$$\text{صه} + \frac{5}{7}\text{صه} + 40 + \frac{5\,\text{صه}}{8} + 5 + \frac{15\,\text{صه}}{8} - 25 = 1200 \qquad (3)$$

از روی این مساوات مقدار صه معلوم شود و اول مساوات جزئیه را بعمل آوریم

۳۰ = ۲۵ − ۵ + ۴۰ د صه۵/۲ = صه۱۰/۸ = صه۱۵/۸ + صه۵/۸

بعد از این دو اختصار مساوات چنین میشود

۱۲۰۰ = ۲۰ + صه۵/۴ + صه۵/۷ + صه

مساوات صاحب مخرج است باید کسور صحاح را بیک مخرج تحویل نمود مانند مسئله سابق و بعد از آن مخرج را حذف کرد مخرج مشترک ۱۴ است موافق قاعده ۱۲۲

۱۶۸۰۰/۱۴ − ۲۸۰/۱۴ + صه۳۵/۱۴ + صه۱۵/۱۴ + صه۱۴/۱۴

وبنابراین ۱۶۸۰۰ = ۲۸۰ + صه۳۵ + صه۱۰ + صه۱۴

و ظاهر است که در امثال این حالات نوشتن مخرج هیچ لازم نیست همین باید کسور جدید را نوشت وجملهای صحیح را ضرب کرد در مخرج مشترک

وحال جمیع حروف صه را جمع میکنیم چنین میشود ۱۶۸۰۰ = ۲۸۰ + صه۵۹

عدد ۲۸۰ را از طرفین حذف میکنیم تا صه۵۹ منفرد بماند آنوقت

۱۶۵۲۰ = ۲۸۰ − ۱۶۸۰۰ = صه۵۹

پس ۲۸۰ = ۱۶۵۲۰/۵۹ = صه

سهم شخص اول ۲۸۰ تومان شد وسهم دوم این است ۲۴۰ = ۴۰ + ۲۸۰×۵/۷ = ۴۰ + صه۵/۷

وهمچنین سهم سوم این مبلغ میشود ۱۸۰ وسهم چهارم ۵۰۰ تومان

خلاصه بر خواننده ظاهر شد که مسائل سابقه را بچه نظم خوش واسلوب خوب حل نمودیم وقواعدیکه برای رسیدن بمقصود معمول داشتیم کلی هستند وحال باید این قواعد را توضیح کنیم

معادله عبارت از مساواتی است که صاحب یک مجهول باشند یا بیشتر ونخواهیم آن مجهولات را از روی همان معادلات مشخص کنیم

مثلاً معادلات (۱) و (۲) و (۳) هر کدام معادله باشند
و معادله را محقق گوئیم آنوقت که چون عوض مجهولات مقادیر عددیه قرار دادیم حاصل شود
تساوی واضح و ظاهری و یا به تساوی که باندک تصرفی واضح شود مثلاً این دو تساوی

۳×۵−۴=۱۱ و ۳×۵−۲×۴+۶=۱۳

حل نمودن معادله — عبارت از این است که برای مجهولات مقادیری مشخص کنیم که معادله را
محقق سازند و که حل مسئله دو چیز لازم است اول تحویل نمودن او بصورت معادله
و دوم حل کردن معادله یا معادلاتی که قرار داده شده

در قواعد تعیین معادله از روی مسئله — در این باب نمیتوان قاعده کلی ذکر نمود که دستور العمل
درستی باشد در جمیع مسائل این عمل بسته است بهوش و عادت شخص بخصوص آنوقت که مسئله مشکل
باشد تأمل میکنیم در آن نوع از مسائل سابقه که از روی معادله تحویل شد آنها را عمومی
و مانند آنها باید پیش گرفت

مجهول مسئله را حرفی فرض میکنیم مثل ص و ف و ق و در هر مسئله شروط معینه
روابطی هست میان بعضی اعداد معلومه و آن مجهول بر وجهی که اعداد دیگر از آنها معین شود
پس بحرف ص و علامات جبری این روابط را بنمائیم و اجزا را با همدیگر ترکیب میکنیم پس
آن اعداد ترکیبی بعبارات جبری ادا میشوند و مشتمل بر مجهول و بر اعداد معلومه و در هر مسئله
شرطی ذکر شده که باید جمیع آنها بر وفق آن شرط رابطه بهمدیگر داشته باشند پس این
رابطه را نیز بعبارت جبری بنمائیم و آنوقت تساوی صورت می بندد و آن بعینه معادله مسئله است
در مسئله اول و در سوم مجهول از یک تجاوز کرده بود و چند عدد مطلوب بوده و لیکن ما پیش از
یک مجهول منظور ننموده ایم و آنرا ص فرض کردیم و نکته اش این بود که چون یکی از آنها را
معلوم فرض میکردیم سایر اعداد چنان رابطه با او داشتند که به بعضی اعمال مذکوره در مسئله

و بعضی علامات از آن روی بدست می آید ... و در هر مسئله این حالت اتفاق نمی افتد بر
آن فرض باید مجهولات بحروف ص و ف و ع نموده ... معادله ترتیب داد و لی
قاعده همان است که ذکر شد عوض کلمه مجهول مجهولات بگویند ... موافق شرط
مسئله از روی آن مجهولات و اعداد معلومه معادلات چند ترتیب دهند.

در حل معادلات

چنانچه دانستید مسئله را بصورت معادله آوردن عملی است که باید مشق و تجارب دریافت قاعده
کلیه ندارد و ما عن قریب چند مسئله دیگر با کمال نظم و قاعده حل کنیم ولی اول ذکر کنیم طریق
حل معادلات را از روی قواعد مشخصه معینه

و آنچه مقصود از حل معادلات در عمل اول است آن است پس از آن معادله است که در هر جمله آن بیش
از یک مجهول نباشد و آن هم در عمل ... و در هیچ طرف هم مجهول داخل نشود و ضلع
اول هم از او گرفته نشده باشد

مثال ۸۵ = ۱۹ + ۲ص و ۴۴ = ۵ف + ۳ص

اصل کلی باید چنان تصور نمود که هر کدام از حروف ص و ف و ع عددی هستند
که معادله از آن روی محقق میشود و از این قرار چنان رفتار کنیم که گویا در معادله آن
حقیقی کشف شده اند پس در آن معادله جاری کنیم جمیع احکام و علوم ...

علوم متعارفه اولا هر گاه بر طرفین مساوات و معادله عددی بیفزائیم
یا از هر دو عددی تفریق کنیم در تساوی و تعادل اختلافی واقع نشود
[illegible]

یعنی مقادیر مشخصهٔ مجهولات را دریافت و وصول میکنند

(طرفین معادله دو عبارت جبری است یا عددی که با این علامت = از همدیگر جدا شده اند
و آنها را دو جزو و دو عضو معادله نیز گوئیم)

معادلهٔ یک مجهولی را بدین وجه حل کنیم که از معادلهٔ دیگر استنباط نمائیم هر کدام مختصرتر
از ما قبل خود تا برسیم بمساواتی مثل ۳ = صه یا ۳/۵ = صه یعنی تا جائی که در یکطرف
معادله مجهول تنها بماند و در طرف دیگر اعداد معلومه چند باشد پس در حل معادله باید قصد
جدا ساختن مجهول باشد از مقادیر معلومه و لهذا بسیار اتفاق می افتد که بعضی جمله را
از طرفی بطرف دیگر نقل کنیم

قاعده نقل کردن جمله از یکطرف معادله بطرف دیگر آنست که جمله را در
آنطرف که هست محو کنیم و در طرف دیگر بنویسیم با علامتی مخالف آنچه داشت

مثال (۱) ۵ − صه۷ = ۳ + صه۵ در این معادله میخواهیم جمله ۵ را از طرف اول
نقل کنیم موافق قاعده چنین میشود (۲) صه۷ = ۵ + ۳ + صه۵ و آن معادل است
با (۱) چونکه بحکم اول علوم متعارفه مذکوره معادله (۱) معادل است با (۳)
۵ + ۵ − صه۷ = ۵ + ۳ + صه۵ و این معادله (۳) بعینه (۲) است
چرا که + ۵ و − ۵ در جزو دوم مکافی شده محو گشته اند

چون معادله (۲) بدست آمد میتوان همچنان صه۵ را از جزو اول بجزو دوم
نقل نمود آنوقت چنین میشود صه۷ − صه۵ = ۵ + ۳ و بعد چنین صه۲ = ۸
و خلاصه ۴ = ۸/۲ = صه

و میتوان نیز بعمل ضرب یا قسمت عددی را از یکطرف معادله بطرف دیگر نقل نمود
مثال از این معادله ۱۲ = صه۳/۵ چنین نتیجه شود ۵ × ۱۲ = صه۳ و بعد

و بعد چنین ۱۲×۵/۳ = صه طرفین را در ۵ ضرب کردیم تا صه از مخرج و از کسر شود و بعد بر ۳ قسمت کردیم تا از مضروب فیه آزاد شود و بطور کلی تفریق جمع را بر طرف میکند و بعکس و تقسیم ضرب را و بالعکس و حال این احکام را جاری میکنیم

در حل معادله یک مجهولی درجه اول

حالت اول آنست که در معادله هیچ مخرج نباشد

قاعده جملهائی را که دارای مجهول باشند در یکطرف نقل کنید و جملهای معلومه را در طرف دیگر و بعد اعمالی را که بعلامات نموده شده اند هر چند ممکن باشد مجری دارید تا حتی الامکان جمیع جملهائی که دارای مجهول بودند ببای جمله تحویل شوند و در هر حال صه را بعامل مشترک ب بنامیم و آنوقت معادله باین صورت تحویل میشود صه ب = ج طرفین را بر مضروب فیه ب قسمت میکنیم چنین میشود صه = ج/ب

مثال ۱۶ + ۴۳ − صه ۱۳ = صه ۷ − ۳ + صه ۵

جملهای صه را در جزو دوم نقل میکنیم و جمیع اعداد را در جزو اول چنین میشود

صه ۷ + صه ۵ − صه ۱۳ = ۱۶ − ۳ + ۴۳ و بعد اعمال را بقدر امکان جاری میکنیم چنین میشود صه ۱۵ = ۳۰ و آنوقت ۲ = ۳۰/۱۵ = صه

حالت دوم آنست که معادله صاحب مخارج باشد

قاعده هر جمله کسری را بقدر امکان مختصرش کنید یعنی تحویلش کنید بکسر غیر

[illegible]

علامات که سابق داشتند و خلاصه جمله صحیح را در خود مخرج مشترک ضرب کنند و آن وقت معادله بدست می‌آید عاری از مخارج و قاعده حالت اول با آن تعلق میگیرد

مثال

$$10 - 2\text{ص} + \frac{2}{3} - \frac{7\text{ص}}{5} = \frac{3}{4} - \frac{5\text{ص}}{12} \qquad (1)$$

در این مثال جملهای کسر خود غیر ممکن التحویل باشند و کوچکتر مخرج مشترک بقاعده حساب ۶۰ است خارج قسمتهای نظیر ۶۰ ، ۶۰ ، ۲۰ ، ۱۲ ، ۱۵ ، ۵

$$10 - 2\text{ص} + \frac{2}{3} - \frac{7\text{ص}}{5} = \frac{3}{4} - \frac{5\text{ص}}{12}$$

$$(2) \qquad 600 - 120\text{ص} + 40 - 84\text{ص} = 45 - 25\text{ص}$$

معادله جدید (۲) هم‌قدر است با معادله (۱) چونکه تصرفی نکردیم جز آنکه جمیع جملهای (۱) را ضرب کردیم در ۶۰ و حالت مساوات باین عمل تغییر نمیکند (بنا بر حکم دوم علوم متعارفه) چون معادله (۲) از مخرج عاری شد قاعده حالت اول را بکار میکنیم و چنین میشود

$$600 + 40 - 45 = 84\text{ص} + 120\text{ص} - 25\text{ص}$$

و بعد چنین $179\text{ص} = 595$ و فلهذا $\text{ص} = \frac{595}{179}$

تنبیه رسم این است که جملهای ص را در آن طرفی از معادله نقل کنیم که آنجا جملهای مثبت ص (یعنی آنها که صاحب علامت + اند) بعد از جمع بزرگتر شوند از مجموع جملهای منفی

اصول قواعد مستعمله در حل مسائل معادله یک مجهولی اینها بود که ذکر شد و قبل از حل مسائل مخصوصه دیگر باز چند قاعده و احکام کلیه ذکر میکنیم که در قرار دادن معادله مسئله و در حل معادلات بکار آید و موقع اجراشان بدست می‌آید

در اعمال صحیحه بعضی از جبریه مرکبه از چند جمله

رسم ترتیب حاصل جمع اعداد که بعبارات جبری نموده شده باشند در مسئلهٔ سوم دیده شد
وممکن است که بتفاضل چنین اعداد نیز محتاج شویم وهمچنین بحاصل ضرب وغیره چنین اعمال از
این روی قواعد معینه چند مجری دارند که ما از هر کدام اینجا چیزی اشاره میکنیم
هر عبارت جبری مرکب از چند عبارت دیگر که بعلامت + و − بهمدیگر مربوط گشته
باشند بعلامت دیگر آنرا کثیر الجمله گوئیم و هر کدام از اجزای آن را جمله نسبت بجمله
عبارتی است که اجزائی صاحب علامت + و − در او بنا شده و هرگاه جمله اعم از آنکه
منفرد باشد یا در اول جملهای عبارت قرار گرفته باشد بحسب صورت صاحب علامت
+ یا − نباشد آنرا بالقوه صاحب علامت + دانیم

در جمع   حاصل جمع چند عبارت جبری باین قسم حاصل شود که این عبارات را
ردیف همدیگر نوشته با همان علامتی که دارند

کثیر الجمله اگر اجزایش همه با علامت + باشند خود حاصل جمع است والا حاصل تفریق

مثال (۲ + ف۲) − ۵/۸ + ص۳ = ۲ − ۵/۸ + ف۲ − ص۳

پس عمل جمع چند کثیر الجمله مبنی میشود بر این دو حکم

چون خواهیم عبارتی را بعددی بیفزائیم یا از عددی تفریق کنیم عوض آن
کافی است که اجزایش را بترتیب بآن عدد بیفزائیم یا بترتیب تفریق کنیم

مثال چون ۲۰ = ۸ + ۷ + ۵ پس ۸ + ۷ + ۵ + ۱۵ = ۲۰ + ۱۵

۸ − ۷ − ۵ − ۱۵ = ۲۰ − ۱۵

وچون خواهیم تفاضل دو عدد را بعدد ثالث بیفزائیم کافی است که بزرگتر
آن دو عدد را بیفزائیم و کوچکتر را تفریق کنیم

مثال ۷ = ۸ − ۱۵ و ۸ − ۱۵ + ۱۳ = ۷ + ۱۳

این دو حکم را در مثال اصل که حال ذکر میشود جاری کنند تا نتیجه همان طور بدست آید)

مثال اول رجوع کنند بجمع چهار سهم مسئله سوم سابق

مثال دوم مطلوبست حاصل جمع این سه عبارت   ۲صه/۷ + ۳ − ۵صه/۴

و ۸ − ف ۵ − صه ۴   و   ۳صه − ۲ف + ۵/۸ − ۲   میزان این آ

۸ − ف۵ − صه۴ + ۲ − ۵/۸ + ف ۲ − صه ۳ + ۲صه/۷ + ۳ − ۵صه/۴

بعد این عبارت را مختصر میکنیم چنانچه در حل مسائل سابقه ذکر شد

تفریق چون خواهیم عبارت جبری را از عبارت دیگر تفریق کنیم مقدار مفروق را

در دیف مفروق عنه مینویسیم بنابر آنکه علامات آنرا مخالف نمائیم

قاعده تفریق مبنی بر دو حکم است از قبیل آنچه در خصوص جمع ذکر شد و صحت قاعده بهمین معلوم

شود که عبارت نتیجه را بر مفروق اضافه کنند حاصل باید بعینه مفروق عنه شود

مثال میخواهیم ۷/۸ − ۵صه/۲ + ۲/۳ − صه۳ را از ۸/۹ + ۵ − صه ۷ تفریق کنیم

باقی این است   ۷/۸ + ۵صه/۲ − ۲/۳ + صه۳ − ۸/۹ + ۵ − صه ۷   که باید مختصر شود

من باب امتحان باقی را بر مفروق اضافه میکنیم چنین میشود

۷/۸ + ۵صه/۲ − ۲/۳ − صه ۳ + ۷/۸ + ۵صه/۲ − ۲/۳ + صه۳ − ۸/۹ + ۵ − صه ۷

و بعد از اختصار چنین   ۸/۹ + ۵ − صه ۷

در ضرب و قسمت   در ضرب جمله در جمله دیگر ضریبهای آنها را در هم ضرب کنند

و حروف مختلف دو عامل را با نمای هم در حاصل ضرب بنویسید بنابر آنکه هر حرفی

هر کدام بقدر مجموع دو درجه باشد که در دو عامل دارد

مثال   صه۳ج۲ب ۸ × صه۳ب ۵ = صه۴ج۳ب ۴۰

زیرا که   صه۳ج۲ب ۸ × صه ب ۵ = صه صه صه صه ج ج ج ب ب ۸ × ۵

صه^۴ حه^۳ به^۳ ۴۰ = صه صه صه صه حه حه حه به به به ۸ × ۵ =

در قسمت جمله بر جمله دیگر ضریب مقسوم را بر ضریب مقسوم علیه قسمت کنید و حروف
مقسوم را بعینه در خارج قسمت بنویسید بنا بر آنکه درجهٔ هر کدام را بقدر فضل
درجهٔ مقسومش یکی یکی بر درجه‌ای که در مقسوم علیه دارد

مثال صه^۳ حه^۲ به ۵ = ^۳صه به ۴ ÷ صه^۴ حه^۳ به^۳ ۲۰

زیرا که قاعدهٔ قسمت از قاعدهٔ ضرب استنباط شده

و چون خواهیم کثیر الجمله را در عدد یا در جمله ضرب کنیم جملهایش را بترتیب ضرب
میکنیم در آن عدد یا در آن جمله بنا بر آنکه علامت هر جملهٔ حاصل ضرب همان باشد
که در کثیر الجمله داشت و در قسمت باید جملهای کثیر الجمله را بترتیب بر عدد یا
بر جملهٔ مقسوم علیه قسمت نمود

این حکم مبنی است بر آنکه در کتاب ثابت نمودیم آنجا که گفتیم در ضرب حاصل جمع یا تفاضل
در عددی باید جملهای مجموع یا تفاضل را بترتیب در آن عدد ضرب نمود و در قسمت مجموع یا تفاضل
گفتیم باید جملهایش را بترتیب قسمت نمود مثال

صه^۴ به^۳ ۴۰ + صه^۳ حه^۳ به^۲ ۶۰ − صه^۳ حه^۴ به ۱۰۰ = صه^۲ به ۵ × (صه^۲ به^۲ ۸ + صه حه^۳ به ۱۲ − صه حه^۲ به^۳ ۲۰)

به^۳ ۲ + صه حه به ۳ − صه حه^۲ به^۲ ۵ = صه به ۴ ÷ (صه^۴ به ۸ + صه^۳ حه به^۲ ۱۲ − صه^۳ حه^۳ به^۲ ۲۰)

در اجرای قواعد مذکوره در حل مسائل

در مسائل اختلاط و امتزاج دو نوع سر که داریم یکی یکمن ۵ ۷ ره قران قیمت دارد
و دیگری یکمن ۵ ۵ ره میخواهیم مواز ۲۰۸ هن از انها ترکیب کنیم بر وجهی که یکمن
ممزوج ۳ ۶ ره قران بیرزد و مطلوب وزن است که از هر کدام باید گرفت

فرض میکنیم صه عدد منهای نوع اول باشد وزن دوم این میشود صه − ۲۲۸

قیمت ص من ۰٫۷۵ قرانی این است ص × ۰٫۷۵

و قیمت (ص − ۲۲۸) من ۰٫۵۵ قرانی این مبلغ (ص − ۲۲۸) × ۰٫۵۵

و قیمت تمام ممزوج این میشود (ص − ۲۲۸) × ۰٫۵۵ + ص ۰٫۷۵

ولی گفته‌ایم که ۲۲۸ من ممزوج هر من ۰٫۶۳ قران بیرزد و قیمت کل این میشود

۰٫۶۳ × ۲۲۸ پس معادلهٔ مسئله این است

۰٫۷۵ص + ۰٫۵۵ × (۲۲۸ − ص) = ۰٫۶۳ × ۲۲۸

یا چنین ۷۵ ص + ۵۵ × ۲۲۸ − ۵۵ ص = ۶۳ × ۲۲۸

و بعد از اختصار چنین . ۲۰ ص = ۲۲۸ × ۸

۱۰ ص = ۲۲۸ × ۴ ، ص = ۹۱ من ۸ سیر ، ۲۲۸ − ص = ۱۳۶ من ۳۲ سیر

مسئله دو شمش نقره داریم عیار یکی ۰٫۹۰۰ و عیار دیگری ۰٫۸۲۰ میخواهیم شمشی ترکیب کنیم بوزن ۲٫۴۲ من و بعیار ۰٫۸۷۵ و مطلوب وزن هر کدام از دو عیار اول است

فرض میکنیم ص وزن عیار اول باشد وزن دوم این میشود ص − ۲٫۴۲ و چون هر منی از عیار ۰٫۹۰۰ دارای ۰٫۹۰۰ من نقرهٔ خالص است در ص من وزن نقرهٔ خالص باین قدر میشود ص × ۰٫۹۰۰ من و همچنین وزن نقرهٔ خالص در ص − ۲٫۴۲ من این است (ص − ۲٫۴۲) × ۰٫۸۲۰ من

پس وزن مجموع نقرهٔ خالص خلط این میشود

۰٫۹۰۰ × ص + ۰٫۸۲۰ من × (۲٫۴۲ − ص)

ولی موافق شرط مسئله در ۲٫۴۲ من نقره که بعیار ۰٫۸۷۵ باشند وزن نقرهٔ خالص چنین میشود ۲٫۴۲ × ۰٫۸۷۵ من پس این معادله ترتیب داده میشود

۲٫۴۲ × ۰٫۸۷۵ = (صه − ۲٫۴۲) ۰٫۸۲۰ + صه × ۰٫۹۰۰

و بعد ۲٫۴۲ × ۸۷۵ = (صه − ۲٫۴۲) ۸۲۰ + صه ۹۰۰

و بعد (۸۲۰ − ۸۷۵) × ۲٫۴۲ = صه ۸۲۰ − صه ۹۰۰

و باختصار ۵۵ × ۲٫۴۲ = صه ۸۰ و $\frac{۲٫۴۲ \times ۵۵}{۸۰}$ = صه

مسئله. سه نوع سرکه داریم قیمت نوع اول هر من ۰٫۷۵ قران و دوم ۰٫۶۰ و سوم ۰٫۵۰ میخواهیم موازی ۲۲۸ من از آنها ترکیب کنیم بر نسبتی که قیمت هر من ممزوج ۰٫۵۸ قران شود و مطلوب وزن هر کدام از آنهاست

وزن ۰٫۷۵ قرانی را صه فرض میکنیم و وزن ۰٫۶۰ قرانی را ع و از این قرار

وزن ۰٫۵۰ قرانی چنین میشود ۲۲۸ − صه − ع

قیمت صه من ۰٫۷۵ قرانی این است صه ۰٫۷۵

و قیمت ع من ۰٫۶۰ قرانی این ع ۰٫۶۰

و قیمت وزن ۰٫۵۰ قرانی چنین (۲۲۸ − صه − ع) × ۰٫۵۰

پس قیمت مجموع آنچه ممزوج شده این میشود

صه ۰٫۷۵ + ع ۰٫۶۰ + (۲۲۸ − صه − ع) × ۰٫۵۰

ولی موافق شرط مسئله قیمت ممزوج از قرار منی ۰٫۵۸ چنین باشد ۲۲۸ × ۰٫۵۸

پس این معادله ترتیب داده شود

۲۲۸ × ۰٫۵۸ = ۰٫۵۰ × (۲۲۸ − صه − ع) + ع ۰٫۶۰ + صه ۰٫۷۵

یا چنین ۲۲۸ × ۵۸ = ۵۰ × (۲۲۸ − صه − ع) + ع ۶۰ + صه ۷۵

و بعد از تحویل ۱۸۲۴ = ۸ × ۲۲۸ = ع ۱۰ + صه ۲۵ (۱)

بعد از رعایت جمیع شروط مسئله یک معادله و دو مجهولی بدست آمده پس باید یکی از

از مجهولات را عدد میل خود فرض کنیم مثلاً ع = ۶۰ و آنوقت

۲۵ ص + ۶۰۰ = ۱۸۲۴

و بعد ص = ۱۲۲۴/۲۵ = ۴۸ + ۲۴/۲۵ = ۴۸,۹۶ من

۶۰ + ۴۸,۹۶ = ۱۰۸,۹۶ و ۲۲۸ − ۱۰۸,۹۶ = ۹۹,۰۴ من

پس چون ۶۰ من ۶۰ عره قرانی و ۴۸,۹۶ من ۲۵ باره قرانی شاهی و ۹۹,۰۴ من ۵۰ ره قرانی شاهی را باهم ممزوج کنیم سوار ۲۲۸ من ترکیب میشود از قرار منی ۵۸ ره قران

میتوان ع = ۵۰ فرض نمود آنوقت بنظر آن وزنی برای ص بدست میآوریم

و وزنی برای ع − ص − ۲۲۸ و این جواب دیگر مسئله میشود

و چون میتوان ع را هر مقداری فرض نمود معلوم میشود که ص ع و ع − ص − ۲۲۸ مقدار معینی ندارند عدد مقادیر متناظره آنها بی شمار است و مسئله را در این صورت سیاله گوئیم و راه حلش چنین بود که ذکر شد و از ابتدا میتوانیم برای ع و برای ع − ص − ۲۲۸ دو مقداری فرض کنیم و مقدار سوم را بعمل مشخص نمائیم

ولی اگر قید دیگر بر مسئله می افزودیم مثلاً میگفتیم که وزن ۶۰ عره قرانی مضاعف وزن ۵ باره قرانی باشد مسئله معین میشد

آنوقت ص ۲ = ع پس ص ۲۰ = ع ۱۰ و معادله چنین میشد

۱۰۲۴ = ص ۲۰ + ص ۲۵ یا ۴۵ ص = ۱۰۲۴ و ص = ۱۰۲۴/۴۵

و از آن روی مقدار ع و مقدار ع − ص − ۲۲۸ معلوم میشد

مسئله دو چاپار در آن واحد عازم حرکت شدند یکی از طهران و دیگری از زنجان هر دو بسمت تبریز اولی در هر ساعت ۵ فرسنگ سیر میکرد و دومی در هر ساعت سه فرسنگ و فاصله مابین این دو بلد قریب ۶۵ فرسخ است

حال میخواهیم بدانیم این دو نفر در چه فاصله از زنجان همدیگر را ملاقات میکنند

ع   م   ن   ط   ع

خط ع ع مسیر دو چاپار است و ط طهران و ن زنجان موافق فرض ط ن مساوی ۵۶ فرسخ است و فرض میکنیم م محل ملاقات باشد و ع ه فاصله مطلوب لازم و ع ه + ۵۶ = م ط چاپار اول چون هر ۵ فرسخ را در ساعتی سیر دهد در ساعات طی فاصله ط م بحرکت او برابر مراتی است که ۵ مندرج شود در ع ه + ۵۶ یعنی $\frac{ع ه + ۵۶}{۵}$ ساعت و همچنین چاپار دوم فاصله ع ه را در $\frac{ع ه}{۳}$ می پیماید این دو مدت باید متساوی باشند چونکه هر دو در یک لحظه شروع نمودند بحرکت و بم رسیدند

پس این معادله ترتیب داده میشود $\frac{ع ه}{۳} = \frac{ع ه + ۵۶}{۵}$

بعد از رفع مخارج $۵ ع ه = ۳ ع ه + ۳ \times ۵۶$

یا $۲ ع ه = ۱۶۸$

بنابراین $ع ه = \frac{۱۶۸}{۲} = ۸۴$

یعنی که تلاقی در فاصله ۸۴ فرسخی زنجان اتفاق می افتد

حال بر فرض همان شروط و اعداد بنی فرض میکنیم که چاپار طهران مدت ۲ ساعت و $\frac{۲}{۵}$ ساعت $\frac{۱۲}{۵}$ قبل از چاپار زنجان شروع کند بحرکت

در مدت این ۲ ساعت $\frac{۲}{۵}$ $\frac{۱۲}{۵}$ چاپار ۱۲ فرسخ سیر میکند پس آنوقت که چاپار دوم عازم حرکت شود داوری ۴۴ فرسخ از زنجان فاصله دارد یعنی باید عوض ۵۶ فرسخ سابق ۴۴ گفت و مسئله را همانطور حل نمود

$$ع ه = \frac{۴۴ \times ۳}{۲} = ۶۶ \text{ فرسنگ}$$

در حل مسائل چند مجهولی — مسئله ما قبل اخیر دو مجهولی بود و بعد از رعایت جمع شود
یک معادله بیشتر بدست نیامد و آنوقت معلوم شد که مسئله سیاله است و عدد جوابهایش
غیر متناهی و حکم همین است در هر مسئله که بعد از ضبط شروط عدد معادلات کمتر
بشود همیشه باید عدد معادلات درست برابر مجهولات بشود و حال مقصود ما بیان
راه حل معادلات دو سه مجهولی است

مسئله — شخصی مبلغ ۱۰۰۰۰ تومان تنخواه معامله و مرابحه داد بعضی را به
صدی ۵ و بعضی را از قرار صدی ۴ و مبلغ ۴۶۸ تومان ربح سالیانه آن وجوه شد
حال مطلوب مبلغی است که به هر نرخ داده است

مبلغی را که از قرار صد ۵ داده شده است ص فرض میکنیم و آنچه از قرار صد ۴
باشد ع پس ص + ع = ۱۰۰۰۰ (۱)
حال ربح این دو مبلغ را معلوم میکنیم از قرار صد ۵ ربح یک تومان ۰٫۰۵ تومان است
و ربح صد تومان ص × ۰٫۰۵ تومان و همچنین ع تومان از قرار صد ۴ ربحش این میشود
ع × ۰٫۰۴ تومان و مجموع این دو تنخواه باید مبلغ ۴۶۸ تومان شود پس معادله
دوم چنین میشود ص ۰٫۰۵ + ع ۰٫۰۴ = ۴۶۸
یا بعد از رفع مخارج چنین ۵ص + ۴ع = ۴۶۸۰۰ (۲)
در حل دو معادله (۱) و (۲) مقدار یکی از دو مجهول مثلا ع را از معادله (۱)
استخراج میکنیم این میشود ع = ۱۰۰۰۰ − ص و بجای ع در معادله (۲)
قرار میدهیم چنین میشود ۵ص + ۴ (۱۰۰۰۰ − ص) = ۴۶۸۰۰
و بعد از جبر و ضرب چنین ۵ص + ۴۰۰۰۰ − ۴ص = ۴۶۸۰۰
و بعد از نقل ۴۰۰۰۰ در جزو دوم و تحلیل اجزا چنین میشود ص = ۶۸۰۰

و بنابراین

بنابراین $\text{ع} = 10000 - \text{ص} = 3200$

مسئله — زید و عمرو باهم مشغول انجام امری شدند نوبت اول زید ۲۴ روز مشغول شد و عمرو ۱۹ روز و مبلغ ۱۷۷ قران متفقاً اجرت گرفتند نوبت دیگر زید ۲۱ روز خدمت کرد و عمرو ۱۷ روز این مرتبه مستحق ۱۵۶ قران اجرت شدند حال مطلوب اجرت یومیه هر کدام است

اجرت یومی زید را ص فرض میکنیم و اجرت یومی عمرو را ع پس نوبت اول مجموع اجرت ایشان چنین میشود $19\text{ع} + 24\text{ص}$ و نوبت دوم چنین $17\text{ع} + 21\text{ص}$

پس این دو معادله مرتب شود

$$24\text{ص} + 19\text{ع} = 177 \quad (1)$$

$$21\text{ص} + 17\text{ع} = 156 \quad (2)$$

در حل این دو معادله چنان تصور میکنیم که ع معلوم باشد و مقدار ص را از (۱) بیرون می‌آوریم $24\text{ص} = 177 - 19\text{ع}$ و

$$\text{ص} = \frac{177 - 19\text{ع}}{24} \quad (3)$$

این مقدار را در معادله (۲) بجای ص قرار میدهیم چنین میشود

$$\frac{21 \times (177 - 19\text{ع})}{24} + 17\text{ع} = 156$$

پس باب اختصار ۲۱ و ۲۴ را بر ۳ قسمت میکنیم

$$\frac{7 \times (177 - 19\text{ع})}{8} + 17\text{ع} = 156$$

و عمل ضرب را بجا آورده مخرج را رفع میکنیم چنین میشود

$$1239 - 133\text{ع} + 136\text{ع} = 1248$$

و بعد $3\text{ع} = 1248 - 1239 = 9$ و $\text{ع} = 3$

حال مقدار ع را در معادله (۳) قرار میدهیم

$$\text{ص} = \frac{177 - 19 \times 3}{24} = \frac{177 - 57}{24} = \frac{120}{24} = 5$$

پس راه حل دو معادله دو مجهولی را دریافتید و اگر اتفاق معادلات مفروضه صاحب مخارج باشند باید اول مخارج را رفع نمود

حال سه معادله سه مجهولی فرض میکنیم

$$2\,\text{صه} + 9\,\text{سه} - 4\,\text{ع} = 28 \qquad (1)$$

$$7\,\text{صه} + 3\,\text{ع} - 5\,\text{سه} = 3 \qquad (2)$$

$$9\,\text{صه} + 10\,\text{ع} - 11\,\text{سه} = 4 \qquad (3)$$

سایر مجهولات را اعداد معلومه تصور میکنیم و مقدار یکی از آنها را در یکی از معادلات استخراج میکنیم مثلا مقدار صه را از معادله اول بیرون می آوریم

$$2\,\text{صه} = 28 - 9\,\text{سه} + 4\,\text{ع} \quad \text{و از آنجا} \quad \text{صه} = \frac{28 - 9\,\text{سه} + 4\,\text{ع}}{2} \qquad (4)$$

این مقدار را در دو معادله دیگر قرار میدهیم

$$\frac{7(28 - 9\,\text{سه} + 4\,\text{ع})}{2} + 3\,\text{ع} - 5\,\text{سه} = 3$$

$$\frac{9(28 - 9\,\text{سه} + 4\,\text{ع})}{2} + 10\,\text{ع} - 11\,\text{سه} = 4$$

و بعد از اجرای اعمال و رفع مخارج چنین میشود

$$196 - 63\,\text{سه} + 28\,\text{ع} + 6\,\text{ع} - 10\,\text{سه} = 6$$

$$252 - 81\,\text{سه} + 36\,\text{ع} + 20\,\text{ع} - 22\,\text{سه} = 8$$

حروف ع و حروف سه و اعداد را جدا جدا با رعایت علامات جمع میکنیم معادله مختصر شود آخر کار چنین میشود

$$190 = 73\,\text{سه} - 34\,\text{ع} \qquad (5)$$

$$244 - 103\,\text{سه} - 56\,\text{ع} \qquad (6)$$

این معادلات دو مجهولی را مانند سابق حل میکنیم اول از معادله (۵) مقدار ع را

بیرون می آوریم ۷۳س = ۳۴ع + ۱۹۵ و ۷۳س − ۱۹۵ = ۳۴ع

وبالمجبله ع = (۷۳س − ۱۹۵) / ۳۴ (۷)

این مقدار را در معادله (۶) قرار بدهیم

۲۴۴ = ۵۶(۷۳س − ۱۹۵) / ۳۴ − ۱۵۳س ،

این معادله یک مجهولی را موافق قواعد سابقه حل میکنیم مقدار س چنین میشود ۴ = س

این مقدار را در معادله (۷) قرار بدهیم و بعد از اجرای اعمال چنین میشود و ۳ = ع

و بالمجبله و مقدار س و ع را در معادله (۳) قرار بدهیم چنین می شود ۲ = ح

اما این دو را تمیز دادیم و اگر اتفاقاً معادلاتی به پنج میرسیم صاحب چهار مجهول باید مقدار یکی از مجهولات را از یکی از معادلات بیرون آورد و در سایر معادلات قرار داد آنوقت سه معادله سه مجهولی نتیجه میشود و بطریق مذکور حل میکنیم و بعد از آنکه مقادیر این مجهول بدست آمد قرار شان بدهیم در آنکه ابتدا از یکی از معادلات مضمونه استخراج شده بود تا مجهول چهارم نیز مشخص شود و در آنصورت که معادلات پنج مجهولی و شش مجهولی اتفاق افتد باز بطریق مذکور رفتار کنیم

در استعمال حروف برای عمومی نمودن جواب مسائل عددیه

تعریف دستور — و آن عبارتی است جبری نماینده اعمالی که باید بر اعداد معلوم مجری داشت تا عدد مطلوب معین شود

مثلاً این دو مساوات ح = (م × ن × س) / ۱۰۰ و صع = (۱+ن)^ع که در کتاب قرار دادیم برای حساب ربح مرکب در رسالهٔ دستور مندرجند

چون خواستیم مسئله را بوجه عمومی حل نمائیم یعنی دستوری یا دستور سایر استخراج کنیم که بتوان بدل آنها و دستوری عمل از روی حل نمود جمیع مسائل متشابهه را که با اختلاف داشته باشند

فرض آنکه ثبت مقادیر عددیه در صورت این مقادیر را بحروف بنمائیم و همان طور که در اعداد
عمل جاری میکردیم تا بمقادیر مجهوله رسیدیم در حروف نیز چنان کنیم

و اکنون بهمین وجه مسئله اول صفحه ۴۲۱ را عمومی میکنیم

مسئله مجموع دو عدد م است و تفاضلشان ب مطلوب مقدار این دو عدد است

عدد مطلوب کوچکتر را سه فرض میکنیم

پس بزرگتر میشود ب + سه

و مجموع دو عدد ب + ۲ سه

و این مجموع باید بعدد م شود پس این معادله حاصل شود

م = ب + ۲ سه

وازانجا م − ب = ۲ سه و بعد م/۲ − ب/۲ = (م − ب)/۲ = سه (۱)

و عدد بزرگتر این میشود (م − ب)/۲ + ب = م/۲ − ب/۲ + ب = ب + سه

و خلاصه م/۲ + ب/۲ = ب + سه (۲)

دو مساوات (۱) (۲) دو دستورند و از روی آنها چنین معلوم میشود که عدد کوچکتر بقدر نصف مجموع منهای نصف تفاضل است و عدد بزرگتر بقدر نصف مجموع بعلاوه نصف تفاضل

مثال مجموع دو عدد ۸۴ است و تفاضل آنها ۲۲ مطلوب آن دو عدد است

۸۴ = م و ۲۲ = ب پس عدد کوچکتر این است ۸۴/۲ − ۲۲/۲ = ۴۲ − ۱۱ = ۳۱

و عدد بزرگتر این ۴۲ + ۱۱ = ۵۳

مسئله صفحه ۴۳۵ را نیز عمومی میکنیم

مسئله دو چاپار هر دو یک آن شروع بحرکت نمودند زید از نقطه ب و عمرو از نقطه ج و هر دو در جهت واحد ج ب حرکت سیر نمودند زید در ساعت

سه فرسخ و عمرو در هر ساعت سه' فرسخ و فاصله ما بین ب و ح اند و نقطه ف
فرسخ است حال میخواهیم بدانیم در چه فاصله از نقطه ح تلاقی واقع میشود

ع ب ح م ع'

فرض میکنیم م نقطه ملاقات باشد و مطلوب تعیین فاصله ح م است پس از او صه
فرض میکنیم چون ف = ح ب و صه + ف = م ح + ح ب = م ب
و زید در هر ساعت سه فرسخ طی میکند فاصله صه + ف را در آنقدر ساعت طی خواهد
نمود که سه فرسخ مندرج شود در صه + ف یعنی در (صه + ف)/سه ساعت و همچنین معلوم
میکنیم که عمرو فاصله صه را در صه/سه' ساعت طی میکند و این دو عدد باید معادل باشند
چونکه زید و عمرو در یک لحظه از دو نقطه ب و ح شروع کردند بحرکت و باتفاق رسیدند
بنقطه م پس معادله چنین باشد صه/سه' = (صه + ف)/سه (۱)

بعد از رفع مخارج چنین شود صه سه = صه سه' + سه' ف

و از اینجا صه × (سه − سه') = صه سه − صه سه' = سه' ف.

و حاصل شد صه = سه' ف/(سه − سه') (الف)

این است دستوری که از روی آن جمیع امثال چنین مسئله بلا فاصله حل شود
مثال این دستور را استعمال کنیم در حل مسئله (صفحه ۴۳۵)

در این مسئله ۵۶ = ف و ۵ = سه و ۳ = سه'

پس صه = (۵۶ × ۳)/(۵ − ۳) = ۱۶۸/۲ = ۸۴

و اگر چاپار طهران ۲ عشر ۱۲ قدم زودتر حرکت میکرد معلومات چنین میشد

۴۴ = ف و ۵ = سه و ۳ = سه'

پس صه = (۴۴ × ۳)/(۵ − ۳) = ۱۳۲/۲ = ۶۶

ازاینجا دورتر میبردیم آنچه در صفحه ذکر شد با آنچه در حساب شرح دادیم دلایل کافی
باشند مشتغلین را در ترتیب و سائر و در استعمال آنها برای حل مسائلی که با آنها مربوط باشند



بسم الله الرحمن الرحیم

درجواب مسائل سبعه لا ینحل خلاصه الحساب که بهبود در سال ۱۲۷۵ حل نموده است ما بیان را
وشرح وبسط در رساله موسومه بحل ما لا ینحل وانیجا بذکر هر مسئله وجواب آن اکتفا میکنیم

المسئلة الاولی عشرة مقسومة بقسمین اذا زید علی کل جذره وضرب
المجموع فی المجموع حصل عدد مفروض

جواب عدد مفروض را ۳۵ فرض نمودیم واین جواب حاصل شد

قسمت اقل نسبت ۱٫۸۲۱۱۹ را

وقسمت اکثر این ۸٫۱۷۸۸ را

وسبب عجز قدما از حل این مسئله آنست که عمل منتهی میشود باین معادله یک
کعب الکعب بعلاوه ... مال الکعب بعلاوه ... مال المال بعلاوه ...
کعب بعلاوه ۱۲۲۵ عدد مساوی میشود با ۱۸ کعب الکعب بعلاوه ۳۸ مال
الکعب بعلاوه ... مال بعلاوه ... شیئ وبر هر محاسبی معلوم است که
قدما عاجز بودند از حل اینگونه معادلات

عدد مفروض را مشخص نموده با ۳۵ فرض نمودیم وگر
هم جواب دیگر استخراج میشود

المسئلة الثانیة مجذور ان زدنا علیه عشرة کان للمجموع جذر وان نقصنا
منه کان للباقی جذر

جواب این مسئله سیال است ودلیلش را در رساله مفصل ذکر نموده ام

المسئلة الثالثة اذا قسمنا عشرة الا جذر ما لعمرو ولعمرو عشرة

الا جذر ما لو زيد

این مسئله منجر میشود بمعادله درجه چهارم که مال المال باشد وجواب این است

مال زید ۹٫۵۵۹۷۵

ومال عمرو ۲٫۰۷۴۳۶

المسئلة الرابعة عشرة مقسومة بقسمين اذا قسمنا كلا منهما على الآخر وجمعنا الخارجين كان للجمع مساويا لاحد قسميها

این مسئله از درجه سوم میشود یعنی معادله میشود مرکب از کعب و مال و شیء و عدد

قسمت اکثر در حالت اول جواب این است

قسمت اقل ۲٫۸۷۸۳

قسمت اکثر ۷٫۱۲۱۷

و در حالت دوم جواب این است

قسمت اقل ۱٫۰۱۲۷

قسمت اکثر ۸٫۹۸۷۳

المسئلة الخامسة مجذور اذا زيد عليه جذره ودرهمان او نقص منه جذره ودرهمان كان للمجتمع او الباقي جذر

جواب مجذور مطلوب این است $\frac{۱۱۵۶}{۲۲۵}$ و جذرش این است $\frac{۳۴}{۱۵}$

و بعد از اضافه جذر و درهمان این مجذور حاصل میشود $\frac{۲۱۱۶}{۱۲۵}$

که جذرش این است $\frac{۴۶}{۱۵}$ و بعد از نقصان جذر و درهمان این مجذور

حاصل میشود $\frac{۱۹۶}{۲۲۵}$ که جذرش این است $\frac{۱۴}{۱۵}$

المسئلة السادسة ثلاثة مربعات متناسبة مجموعها مربع

جواب موافق براهینی که در رساله شرح داده ایم این مسئله مستحیل است

المسئلة السابعة مکعب قسم بقسمین مکعبین

جواب این مسئله نیز موافق تفصیل رساله مستحیل است

تنبیه مقصود از استحاله جواب این دو مسئله اینست که اعدادی ثابت نمود
که شروط مسئله در آنها صدق کند نه از صحاح و نه از کسور یعنی محال فرض شده مثل اینکه
بگوئیم عددی مطلوب است که بزرگتر باشد از ۱۵ و کوچکتر باشد از ۱۴
و در هر صورت جبر از عهده جواب برآمده چونکه مقصود از جواب اقامه برهان است
بر صحت و سقم مسئله و بر امکان جواب و عدم امکان آن پس در صورت
امکان باید جواب عددی گفت چنانکه در چهار مسئله از آن جمله گفتیم و در صورت
عدم امکان باید برهان اقامه نمود

در دار الطباعه مخصوص دولتی به سعی و اهتمام عالیجاه
میرزا عباس سمت انطباع پذیرفت
[illegible]
۱۲۹۱